

中国通信学会图象通信委员会

1986年学术年会

论文集

一九八六年九月于青岛

一 图 象 处 理

1. 利用人眼视觉特性的叉线轮廓图光自适应增强

南邮 毕厚杰 肖剑英

穆士娟 李思义

2. 第2步抽出的一种新方法

南邮 潘明强

3. 7.1 和 7.1.1 的新算法

南邮 郑宝玉

4. 一种图象空域复原的算法

南邮 姜 倩

基于四叉树表示的图象数据的无失真压缩

清华大学 李婉霞 方永刚

5. 一种基于灰度水平的有1.5维运动的图象配

上海 张光耀 顾福寿

准方法——特征方向配准法(FDMA)

交大 余松理

种最大熵图象重建的算法

南邮 姜 倩 何振亚

6. 光弹图象的条纹提取

苏植理

国防 王绍霖

科大 康晓林

7. IBM PC 机上的图象采集和处理系统

上海计算机技术研究所

焦志平

10. 开发基于 Unix 类操作系统的实时图象采集系统

中科院上海生理研究所

胡其蔚 陈恩安 陈世强

11. 数字图象处理中的边缘检测方法

华中工 张习之 柳 健

学院 万发贺

12. 数字地理信息系统总体设计研究

华中工学院 李 斌

13. 图象的符号表示方法

国防科大 王绍霖

14. 阵列处理机

国防科大 王绍霖

15. 利用结构信息处理混合象元提高遥感图象的识别精度

华中工学院 文 强

16. 多层结构计算机视觉系统

华中工学院 罗宇华

17. 从单视点图象提取物体表面法线的一种新方法

南 大 罗宇华

东南大学 杨 虹

18. 平面区域的规范树性四叉树表示及操作

19. 印染花型CAD技术

20. 微型计算机提花织物图案处理系统

21. 获取光弹图像条纹的一种新方法

22. 局部纹理参数的提取

23. 遥感图像信息保持型压缩编码

24. 一种图像库的数据压缩方法

25. 陆地卫星数字图像几何校正的一种方法

华中工学院 黄树金

上海交大 周晓平 袁耀耀

戴飞虎 袁二

上海交大 吴时光 孙毅

薛震民

国防科大 高广珠

华航学院 刘武

北大 杜荣朝 李立

王维希 徐立俊

国防科大 徐学清

欧阳鄂

北京工业学院 郭素梅

学院

华中工学院 柳健
彭复员

二、二值图像、传真 图像通信

1. 一种二值图像复原的方法

2. 行消隐前肩文字广播信号的分析

3. 传真机的DES体制加密系统

4. 用于数据压缩的Huffman码及编译的实现

5. 卫星电视的图像传输质量评价

上海科大 吕英

上海交大 顾福年

南邮 余北明

南邮 郑树海

南京通信工程

学院

上海 宋国文

华东师大 顾龙翔

胡晓燕

宋梅梅

6. 虚拟空间多点电视会议系统方案

7. 矢量图象二值化再生的一种方案

8. 北京图文检索(videoTex)实验系统

数据库的功能设计

9. 在电视文字广播系统中恢复取样时钟的新方案

10. 传真报纸统计特性的一些研究

11. 传真图象的图象处理

12. 在普通纸上实现多层次记录的方法

13. 用算术码对传真报纸信源进行编码压缩

14. 矢量二值化在可视电话压缩编码应用中的研究

15. 上海地铁图象通信系统方案简介

16. 窄带彩色图象通信系统的实现

南邮 陈连林

上海科大 孙山东

北京邮 施有玖 姜德伟

科院 周起群 许兆红

广西大学 刘耀宁

北邮 张 萍

上海交大 周源华 俞松煜

叶寒碧 戚飞虎

广西兴安通 魏大新

信设备厂 柳能富

北邮 张萍 张大庆

北邮 张淑谋 穆耀平

上海地铁 陈凤敏

公司

南京江平 王陈锦

无线电厂 单斌 方洪

三. 图象编码

1. DMA 法的TV接口

2. 一种实时的多幅图象平滑方法

3. 矢量二值化用于图象编码研究的近期发展

4. 一类二维随机图象模型

南邮 王绍霖

南工 富经清明伟

清华大学 寇卫东

电子部三十 黄永靖

六所 钱永昌

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------|
| 5. 4. 预测环路幅频响应分析帧内DPCM电视
编码的预测性能 | 浙大 周峰, 姚庆松 |
| 6. 彩色图像存储器的设计和应用 | 电子部 戴井刚
三所 |
| 7. 图像统计特性变化对压缩编码系统
性能稳定性的影响 | 航天工业部 北邮
502所 王淑华 金子一 |
| 8. PAL-MAC-PAL传输时信噪比的计算 | 北邮 董旭, 金子一 |
| 9. 有限取样函数的应用 | 天大 张春田 |
| 11. PAL制彩色电视分量数据采集和存储 | 南工 童文 毕国光 |
| 12. 利用前场预测均方误差的帧内ADPCM
编码方法 | 清华 龙毓英
慕本港 |
| 13. 电视图像信号的微处理机自适应校正 | 北邮 张大庆, 张敬谋 |
| 14. TV信号的运动(或变化)补偿编码 | 北大 陈启杰, 金东瀚 |
| 15. 数字图像条纹检测——极值判别方法 | 南航 贾永良, 王厚枢 |

利用 X 线视觉特性的 X 线生肺图片自适应增强

南京邮电学院 毕厚杰 肖剑英 穆士娟 李正义

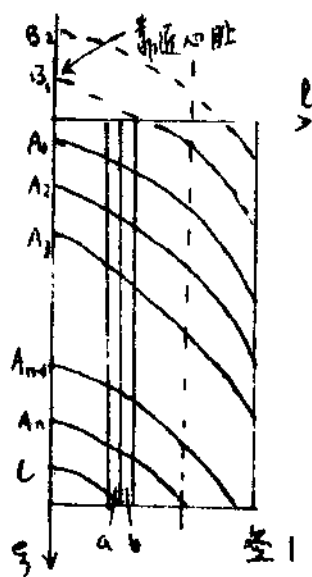
摘要 本文给出了用统计方法进行曲线拟合和外推来检测肋骨边缘的方法，对除去肋骨上的可靠病理信息和区域按人眼视觉特性的要求自适应地调整图像中自我灰度值，使之与人眼视觉相符合，以达到辅助医生阅片的目的。

生肺 X 线图片是关系到人民身体健康的一种职业病，但由于生肺病初期多由微，且与血管、淋巴结等混杂于肺中非常复杂，故早期诊断非常困难的。广大医生工作者迫切要求采用现代电子技术来改善诊断条件，提高确诊率。本文针对这种状况，提出用统计方法进行曲线拟合和外推，然后由专科医生根据临床病人的病理信息进行诊断。本课题的主要工作有：一、设计了 X 线胸片图像肋骨边缘的计算机自动提取方法。二、将胸片图像像素的亮度按层次（除去肋骨存在区的层次）按人眼视觉特性的要求，自适应地调整到 0~255 灰度级上，使人眼能更清楚地看到像素的细节，从而辅助医生生肺确诊率。

一、肋骨边缘的自动提取

根据医生意见，生肺的病理可称做息存在于 X 线胸片的肺野外边带中无肋骨区域。所以我们的对如左 1 所示的肺野外带区域进行外推，输入图像 256×192 像素的看到实际图像上靠近心脏的肋骨边缘，而靠近肺野外带的边缘一般比较模糊，干扰较大，故我们首先提取左侧肋骨的提取，然后再外推右侧肋骨。具体方法如下：

首先左列在将每个列作一纵条，对于相邻纵条 a, b ，取其上下之像素灰度值分别为 x_a, y_b ，求



画出3cm的 $\pm$ 值曲线，设置一正负峰值(即肋骨上、下边界)，正峰代表肋骨的上边界点，负峰则为下边界点，本文提出一种正负峰值点筛选法，如下：

- 在 $\pm$ 值曲线上，从左到右，对于每一个点，折测其 $\pm$ 值是否同时满足大于左右两点的 $\pm$ 值及0，是则作为边界点的候选点；否则弃去；继续折测下一个。
- 该候选点是否有足够多的相邻同号 $\pm$ 值点，有则继续作为候选点，否弃去。
- 若某点 $\pm$ 值符合(4)(5)的要求，则要看该点 $\pm$ 值是否与前一个筛选的候选点 $\pm$ 值相同符号，若不同号，则前面那个候选点便成为已筛选的一个肋骨边界点。而后面这个候选点仍继续作为候选点继续折测，若符号相同，则要看前一个 $\pm$ 值绝对值大，弃去 $\pm$ 值绝对值小的候选点，大的继续作为候选点。

4)对难以直接得到的边界点，可由医学信息知道各肋骨宽度基本相等，各肋骨间隙宽度以上到下按1%增大来得到。

这样得到图1所示A、B、C各点位置。由这些点加上前面已得各纵条间肋骨的相对转动要素数，我们便可借助最小均方差法，以抛物线拟合右侧肋骨边界进行曲线拟合。对于靠近肺野外侧的肋骨边界，利用左侧已得到的肋骨边界上取两点作为基础，并利用已知在肺野边界上肋骨曲线的斜率而无须大条件，作抛物线外推。

二.利用人眼视觉特性自适应地调整各条的展程和方位。

人眼视觉分辨力可用韦伯比曲线族来表示。

如表5， $\Delta B/B$ 给韦伯比或时比灵敏度阈值或 Fechner 系数，曲线最低点一般为0.02。

设各条中某一点亮度级 x 的亮度为 B ，其相邻亮度级 $x+\Delta x$ 与它的亮度差为 ΔB ，则

$$\Delta x/x = f(x, B_0, \sigma^2) \quad \dots\dots (1)$$

式中 σ^2 为决定曲线弯曲程度的参数。

条中 β 分布曲线来逼近代替(1)式，统计

学中 β 分布曲线其一般形式为： $f(x) = \frac{1}{B(\alpha+1, \lambda+1)} x^\alpha (1-x)^\lambda \dots\dots (2)$

式中 $B(\alpha+1, \lambda+1)$ 是 β 函数。 x 在 $[0, 255]$ 范围内，而 β 分布在 $[0, 1]$ 范围内，

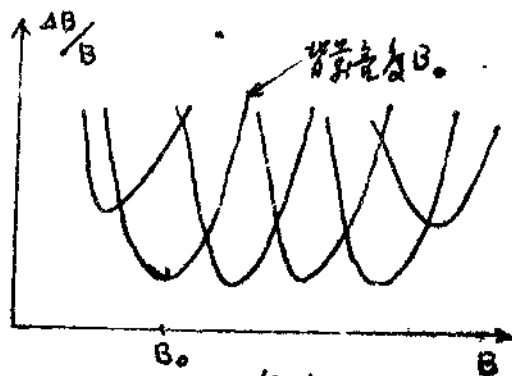
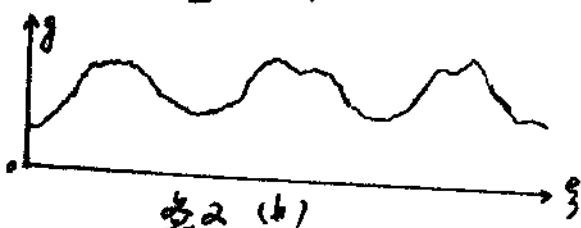


表 5

其中 \$x\$ 为列数, \$j=1, 2, 5\$ 是每根纵条从左到右的列数。分别在 \$a, b\$ 两纵条上作各家量指数的灰度平均, 则可得到如图 2 所示的平均灰度曲线。由图 2 可知, 图中, \$x\$ 为列数, \$y\$ 为每列 5 个元素的灰度值之和。从图上可看出, 该两纵条的肋骨模式基本相同, 只是 (b) 较 (a) 稍有左移。这与肋骨从左到右向下倾斜是一致的, 我们现将纵条 \$b\$ 向上移动 \$S\$ 个元素, 对 \$a, b\$ 两纵条的



$$\Sigma_s = \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^F |x_{y+S,j} - y_{s,j}|$$

$$A = \Sigma_{S+1} - \Sigma_S \quad S=1, 2, 3, \dots$$

若 $\Sigma_{k+1} = \min \Sigma_s$, 则 \$k\$ 即为使 \$a, b\$ 两纵条间肋骨相对移动的元素数。实验证明: 当 \$A > M \times 100\$ 时 (\$M\$ 为量家的最大灰度级), 则 \$k\$ 即为 \$a, b\$ 两纵条肋骨相对移动的元素数。类似地, 我们可得到量家左侧各纵条肋骨上肋骨向下移动量, 这使我们就可得到肋骨倾斜的基本轨迹。显然, 若将图 2(b) 曲线左移 \$k\$ 个元素, 那么两曲线形状便与图 2(a) 曲线基本一致, 将此时两曲线对应相加, 便可得出一组更加平滑、肋骨轮廓更加清晰的曲线, 如图 3(a) 所示。然后对图 3(a) 采用七种法求其肋骨的

边界。滑动 \$t\$ 曲线如下:

$$t_j = (\bar{x}_j - \bar{y}_j) / S_j$$

式中:

$$S_j^2 = (\sum x_{ji}^2 - n\bar{x}_j^2 + \sum y_{ji}^2 - n\bar{y}_j^2) / (n(n-1))$$

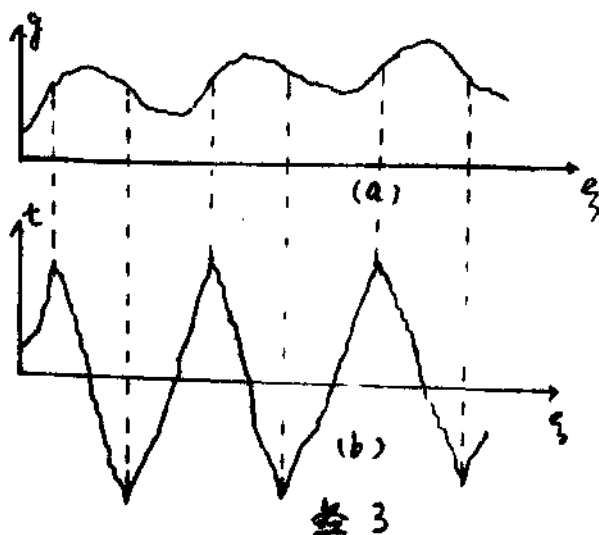
$$\bar{x}_j = (x_{j1} + x_{j2} + \dots + x_{jn}) / n$$

$$\bar{y}_j = (y_{j1} + y_{j2} + \dots + y_{jn}) / n$$

\$x_{ji}\$: 为第 \$j=1\$ 左边 \$n\$ 个元素的灰度值

\$y_{ji}\$: 右

取 \$n=50\$, 得到图 3(a) 所示。



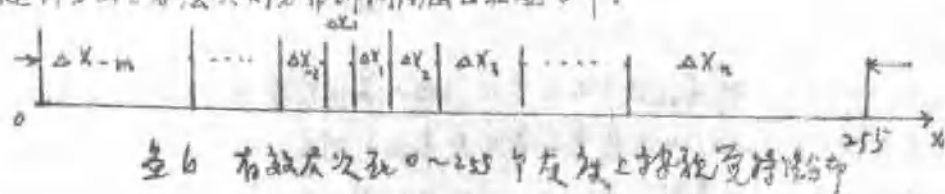
将 α/β 代入 β 分布式, 有 $\Delta X = C_1 f(\alpha, \lambda, \frac{\alpha}{\beta}) = C_2 (\frac{\alpha}{255})^{\lambda} (1 - \frac{\alpha}{255})^{\lambda} \dots (3)$.

C_1, C_2 是使右边最小值为 0.02. 由 (3) 式可求出各层次之间的灰度级差 ΔX 为

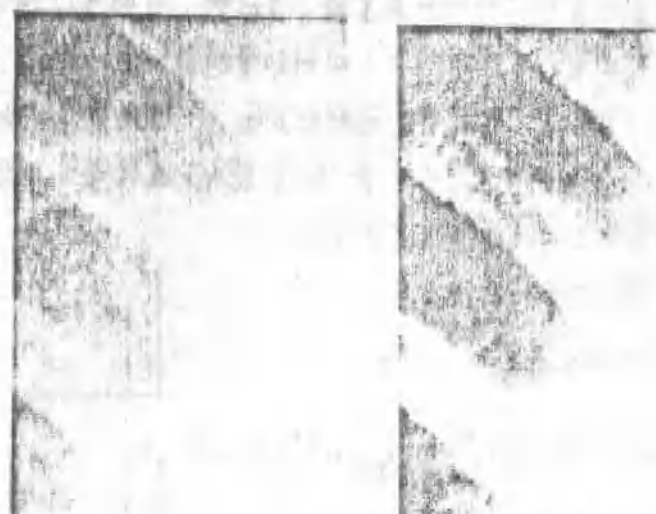
$$\Delta X = C_2 X (\frac{\alpha}{255})^{\lambda} (1 - \frac{\alpha}{255})^{\lambda} = C_3 (\frac{\alpha}{255})^{\lambda} (1 - \frac{\alpha}{255})^{\lambda} \dots (4)$$

ΔX 仍由 β 分布确定. 实验中 观察 α , 入取值时受背景增强的影响, 选取 $\alpha = -2.2$, $\lambda = 4.1$. 再根据机房的光线条件, 适当调整背景亮度, 使肋骨间隙的细节达到最清晰, 便可以认为此时已将整个背景亮度调整 β 分布曲线的最低点 (即 $B=B_0$ 处).

由于两处理对象的有效层次不同, 为保证都将这些层次按人眼视觉特性要求, 分布在 $0 \sim 255$ 个量之灰度范围上, 以利观察, 我们可自适应地调整 (4) 式中心的大小, 以达到目的. 各层次的分布即间隔画在图 6 中.



由实验所得的叠片, 既有明显的效果, 又不会导致主肺病理特征信息的失真. 已得到有关医生, 专家认可. 为了与反照与增强作对比, 同时, 实验结果, 利用人眼视觉特性全部将各层次灰度信息, 其效果是显著的.



(a). 叠片

图 7.

(b). 处理层

主要参考文献

- [1] 曾文麟, "抓紧立法, 控制矽肺病的发展" 劳动保护 1984, NO. 8 P. 10.
- [2] Peter, De. Sauge, "Edge Detection Using Sliding Statistical Test" Computer graphics and Image Processing 23, 1~4 (1983).

轮廓抽出的一种新方法

南京邮电学院

張 順 頤

图象的轮廓抽出、或称之为界线检测，主要是检测图象中灰度级或者检测图象结构具有或多或少突变的地方。轮廓抽出通常采用的方法有：微分法；最好吻合法；最小误差法；结构界线检测法等。^[1] 这些方法的共同点，都要计算图象的微分值以分析图象的灰度级在某点是否有迅速变化，以此来判定该点是否为界线。因此，这些方法计算量大、耗费时间多，并且轮廓的宽度不便控制。

笔者最近采用“双门限”法，可很方便地进行轮廓的检测和抽出，它的优点是，运算简单、节省时间、图象轮廓的宽度在一定范围内可以控制。

一、基本原理

通常的图象处理、在用摄像机或传真机等设备将图象输入计算机时，希望其点扩散函数 PSF (Point Spread Function) 要尽量小，以便使图象能不失真地送入计算机。^[2]

以图 1(a) 的输入信号为例，设其为 2 维的黑白图象信号，经通常的图象输入设备后，其信号大体成为图 1(b) 的形状。此时，若经图中单点判决所示电平阈值的门限检测电路，则二值化后的输出数字图象信号为图 1(c) 的形状；反之，若经图中双点判决所示电平阈值的门限检测电路，则二值化后的输出数字图象信号为图 1(d)。这样，所得到的图象数字信号，实际为同一图象经不同的门限电路所得到的两幅数字图象。

本研究中，积极利用点扩散函数，配以具有不同阈值的二个门限检测阈值鉴别电路，即可应用计算机，将图象经输入系统及两个阈值鉴别电路，然后输入电子计算机内，再经简单运算，即可显示出输入图象之轮廓。在屏幕上显示或由传真机

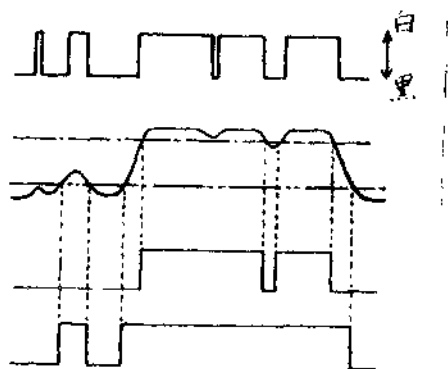


图1. 图象信号的传输畸变

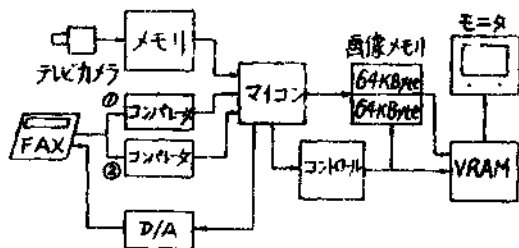


图2. 系统结构框图

输出。

二. 系统结构

图2为本试验的系统结构框图。本图象系统由图象输入设备——电视摄像机、传真机 (NEF-2000)，选路及控制用微型计算机 PC-8000，时序电路、二个阈值鉴别电路 (阈值可调)、128 Kbyte 的图象存储器 (对应 512×1024 像素的图象两幅)，图象监视器和图象监视器用 32 K 存储器。本系统采用的传真机为 G 型，故传真机输出的是模拟信号、经阈值鉴别电路形成数字信号送入计算机。

三. 传真机的应答特性

因点扩展函数 PSF 在本研究中起着关键作用，故对传真机的输入、输出应答特性进行仔细的测定，其方法是在白纸上绘出宽为 $0.1 \text{ mm} - 8 \text{ mm}$ 的黑色线条，以及在黑底上绘出宽为 $0.1 \text{ mm} - 8 \text{ mm}$ 的白色线条，将各种宽度的黑、白线条，以垂直于传真机主扫描的方向输入本系统，在每次输入时，选择阈值电压，依次在 $5.5 \text{ V} - 8 \text{ V}$ 之间，取一定值，然后由计算机统计对应于某一阈值电压下，存入计算机、图象存储器中各种宽度黑、白色线条所对应的比特数。由此，可绘出如图 3.4 所示的本试验中传真机的应答特性。(图 3 为白底黑线情形，图 4 为黑底白线情形)。对应于同一阈值电压，各输入三次 (白、黑色线条)，取其三次宽度比特数之平均值。

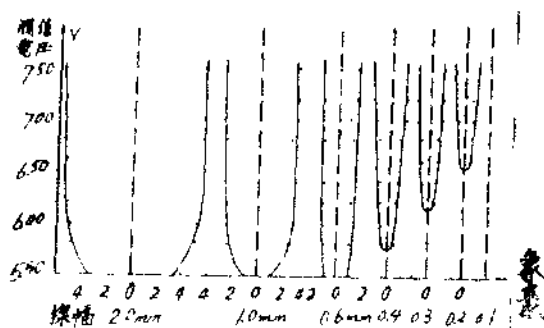


图3 传真机应答特性曲线
乙-(白底黑线)

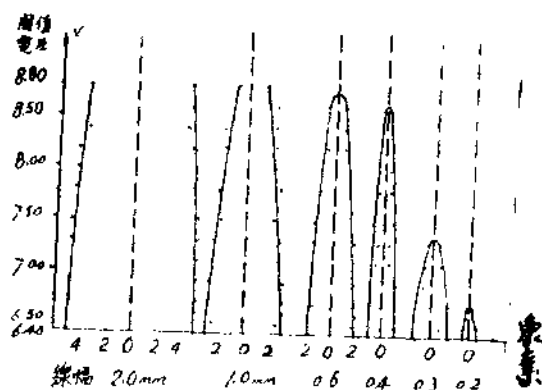


图4 传真机应答特性曲线
乙=(黑底白线)

由图3、4可分析，对于同样的输入信号（相同宽度之黑、白线条），经传真机输入到计算机，其信号的宽度（以象素的bit数表示），是不同的，它与阈值电压有关，亦即是该电压的一个函数：

$$B = f(w, v) \quad (\text{bit})$$

式中， B 为对于某一阈值电压下，某种宽度 w 的线条，在计算机中的存储信号的比特数。^[3]

以白底上绘的黑色线条为例，线幅为2.00 mm的线条信号，经阈值电压为6.5V的门限电压，由传真机输入时，所得之数字图象的宽度为8 bit，而当将阈值电压调为7.0 V时，同样宽度的线条，所得之数字图象的宽度为10 bit。

四、轮廓抽出的方法：

如上所述，当一幅图象经两个阈值电压不同的鉴别电路，同时生成两幅数字图象时，这两幅数字图象的各象素，不是完全一样的，即及图象的黑白交界处——轮廓部份，有若干 bit（如1-2 bit）的差异。如能将该差异从图象中分离出来，则图象的轮廓即可抽出。

轮廓抽出的方法如下：若将由上述两幅所得之两幅数字图象存入寄存器内，然

后，使该两幅数字图象中各地址 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 相同的像素进行异或运算，即

$$f(x, y) = f(x_1, y_1) \oplus f(x_2, y_2)$$

于是所生成的新图象 $f(x, y)$ 即为仅取出 $f(x_1, y_1)$ 和 $f(x_2, y_2)$ 两数字图象之轮廓部份，而实现其轮廓抽出。

图5为实验结果。(a)为输入之原图象，(b)、(c)为采用本方法所得之轮廓抽出结果。(b)与(c)之区别是采用了不同的阈值电压，故其抽出之轮廓宽度略有差异。该图片是采用传真机输出图象(热转写方式)，再经显象、制版、复印，故部份图象质量不太理想，实验效果要较之为好。

五、讨论

对于本研究的讨论，可得如下的几点结论：

1. 根据本研究的方法进行轮廓抽出时，对于不同的阈值电压的选择，轮廓抽出结果可在一定范围内改变其宽度。以图5为例，图5(b)为两个阈值电压分别为6.60V和7.60V所得之结果；图5(c)为两个阈值电压分别为5.80V和7.60V所得之结果。由图象输出之结果，可见图c中轮廓之宽度较图b中轮廓之宽度为宽。由计算机计算之结果，图c之轮廓较图b之轮廓宽1 bit (1倍)

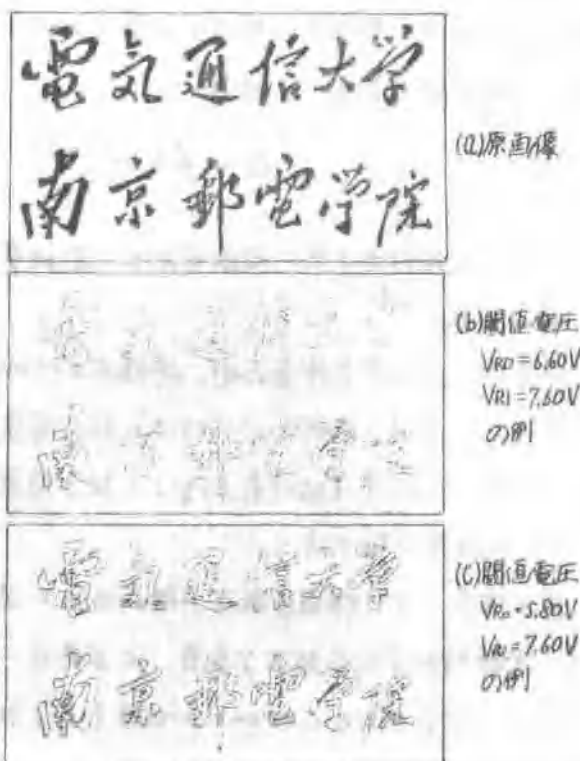


图5. 图象轮廓抽出实例。

0.24 cm)。一般说，在可供选择的阈值范围内， n 个阈值电压相差越大，则所得之轮廓线越粗，即亮度更亮一些。由于阈值的调节选择极为方便，故轮廓亮度之选择也极方便。

2. 对于非二值图象，即有灰度的图象，依用本法，亦可得到相应的结果。筆者曾以 4bit 的象素 (16 个灰度等级) 为例进行过实验，效果良好。关于有灰度的图象的轮廓抽出，将另节加以讨论。

3. 由于输入图象的阈值电压只能在一定范围内选择，才能使得输入图象有较好的效果，因此，本法所得之图象轮廓，也只能在一定范围之内。一般来说，输入阈值电压的阈值范围在 $5.50V \sim 2.80V$ 之间，根据实验和计算机的检测，可得之轮廓宽度在 $1 \sim 2.5 \text{ bit}$ (平均值)。也就是说，轮廓宽度在 $0.24 \sim 0.65 \text{ mm}$ 之间。

参考资料

- (1) Arick Rosenfeld, Avinash C. Kak, Digital Picture Processing. 中译本 余林英等译. 人民邮电出版社, 1979. 9 P293
- (2) 長谷川 伸: 画像工学. (電子通信学会大学より, 25-3-5) 日本コナチ社 昭和58年版 P51~54.
- (3) 張俊 政、長谷川 伸. 諏訪昭夫: ファラジリとパターナルコンピュータを用いた画像処理. 日本電子通信学会技術研究報告 EE 85-75-85. 通信技術 Vol 85, No. 188. P 31-36.

DCT和DFT的新算法

郑宝玉

(南京邮电学院)

一. 引言

DCT不但是计算DFT的有力手段,而且其本身也有广泛用途,如用于图像编码领域[4]和TDM-FDM复用转换设备[5],[6]。

常用的DCT有以下两种形式的变换:

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} X(n) C_{2N}^{(2n+1)k} \quad k=0, \dots, N-1 \quad (1a)$$

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} Y(k) C_{2N}^{(2n+1)k} \quad n=0, \dots, N-1 \quad (1b)$$

分别称为DCT和IDCT,或称为DCT-II和DCT-III[8],其中 $C_j^i = \cos \frac{\pi i j}{N}$ 。

关于计算(1a)式的一种新标法,作者已在[7]中给出。本文着重讨论计算(1b)的新方法,其特点是:

- 1) 当 $N=2^M$ 时,整个过程都是蝶式运算;
- 2) 当 $N=2^M \times P$ 时, (P 为奇数或9),其基本运算单元是蝶式运算和 P 点快速卷积运算。

在导出DCT新标法之后,文中还以该标法为基础构成一种高效的FFT新标法。

和现有的各种DCT和FFT标法比较,本标法无论在运算次数,还是结构模块化方面都是极富吸引力的。

二. DCT新算法

1. 基本分解过程

现考虑(1b)式的计算。

类似于时间抽取的FFT标法,将 $Y(k)$ 分解为两组, $Y(2l)$ 和 $Y(2l+1)$, $l=0, \dots, \frac{N}{2}-1$ 。

$$\begin{aligned} X(n) &= \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l) C_{N/2}^{(n+\frac{1}{2})l} + \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l+1) C_{N/2}^{(n+\frac{1}{2})(l+\frac{1}{2})} \\ X(N-1-n) &= \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l) C_{N/2}^{(n+\frac{1}{2})l} - \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l+1) C_{N/2}^{(n+\frac{1}{2})(l+\frac{1}{2})} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{令} \quad A(n) = \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l) C_{N/2}^{(n+\frac{1}{2})l} \quad n=0, 1, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (3a)$$

$$B(n) = \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l+1) C_{N/2}^{(n+\frac{1}{2})(l+\frac{1}{2})} \quad n=0, 1, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (3b)$$

$$\text{有} \quad \left. \begin{aligned} X(n) &= A(n) + B(n) \\ X(N-1-n) &= A(n) - B(n) \end{aligned} \right\} \quad n=0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (4)$$

为了使结构更规则，现考虑改用“按频率抽取”两方法计标(3)式。

先考虑(3b)式的计标。对B进行“频率抽取”分解得

$$\left. \begin{aligned} B(2m-1) &= \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l+1) C_N^{(2l+1)(4m-1)} \quad m=1, \dots, N/2 \\ B(2n) &= \sum_{l=0}^{N/2-1} y(2l+1) C_N^{(2l+1)(4n+1)} \quad n=0, \dots, N/2-1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\text{设} \quad \left. \begin{aligned} G_1(n) &= [B(2n-1) + B(2n)]/2 \\ H_1(n) &= [B(2n-1) - B(2n)]/2 \end{aligned} \right\} \quad n=0, \dots, N/4 \quad (6)$$

(其中 $B(-1)=0$, $B(N/2)=0$)，并利用三角恒等式：

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta \quad (7)$$

$$\text{得} \quad \left. \begin{aligned} G_1(n) &= \sum_{l=0}^{N/2-1} [y(2l+1) C_{2N}^{(2l+1)}] C_{N/2}^{(2l+1)n} \\ H_1(n) &= \sum_{l=0}^{N/2-1} [y(2l+1) S_{2N}^{(2l+1)}] S_{N/2}^{(2l+1)n} \end{aligned} \right\} \quad n=0, \dots, N/4 \quad (8)$$

其中 $S_j^i = \sin(\pi j i / N)$ ，再利用三角函数的对称关系得

$$\left. \begin{aligned} G_1(n) &= \sum_{l=0}^{N/4-1} g_1(l) C_{N/4}^{(l+\frac{1}{2})n} \quad n=0, \dots, \frac{N}{4} \\ H_1(\frac{N}{4}-n) &= \sum_{l=0}^{N/4-1} (-1)^l h_1(l) C_{N/4}^{(l+\frac{1}{2})n} \quad n=0, \dots, \frac{N}{4} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\text{式中} \quad \begin{bmatrix} g_1(l) \\ h_1(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{2N}^{(2l+1)} & S_{2N}^{(2l+1)} \\ S_{2N}^{(2l+1)} & -C_{2N}^{(2l+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(2l+1) \\ y(4-2l-1) \end{bmatrix} \quad l=0, \dots, N/4-1 \quad (10)$$

(9) 式是 2 个标准的 $N/4$ 点 DCT-II 变换, 可用作前不久学过的新算法(7)来计算。

按 (9)、(10) 式求出 $G_0(n)$ 、 $H_0(n)$ 后, 即可由 (6) 式得出 $B(2n-1)$ 和 $B(2n)$ 。

下面, 我们再来考虑 (2a) 式的计算。

类似于上述的“按频率抽取”分解, 容易得出 $A(n)$ ：

$$A(2n-1) = G_0(n) + H_0(n) \quad n=1, \dots, N/4 \quad (11)$$

$$A(2n) = G_0(n) - H_0(n) \quad n=0, \dots, N/4-1$$

其中

$$G_0(n) = \sum_{l=0}^{N/4} g_0(l) C_{N/4}^{l,n} \quad n=0, \dots, N/4 \quad (12)$$

$$H_0(n) = \sum_{l=1}^{N/4-1} h_0(l) S_{N/4}^{l,n} \quad n=0, \dots, N/4$$

分别称为 DCT-I 和 DST-I (I 型离散正弦变换)⁽⁸⁾; 而

$$\begin{pmatrix} g_0(l) \\ h_0(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_N^l & S_N^l \\ S_N^l & -C_N^l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y(2l) \\ Y(N-2l) \end{pmatrix} \quad l=0, \dots, N/4-1 \quad (13)$$

$$g_0(N/4) = Y(N/2) \cos(\pi/4), \text{ 其中 } Y(N) = 0.$$

由此可见, 交替进行一次“时间抽取”和“频率抽取”分解后, 得到了 4 个 4 点实 DCT 或 DST ((9) 式和 (12) 式), 并附加某些蝶形连接 [(4)、(6)、(10)、(11)、(13)], 如图 1。

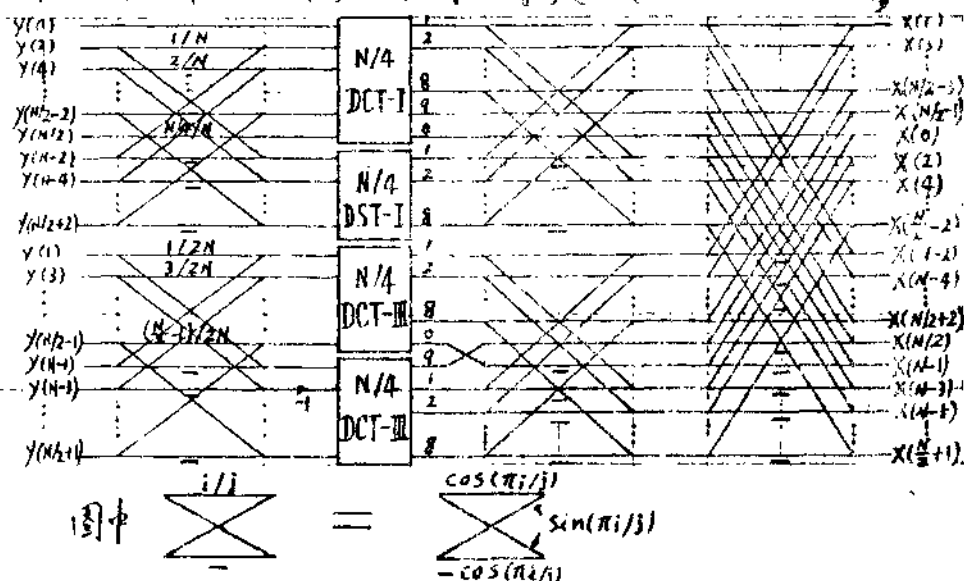


图 1