

双曲抛物面网亮的计算方法与工程实例

姚发坤

双曲抛物面网壳的计算方法与工程实例

姚发坤
(长沙市建筑设计院)

一. 前 言

如果说,在三十年代舒拉夫创立了经典的壳体理论,使得空间结构在近代史上产生第一次飞跃,那么,电子计算机的诞生使空间结构的发展开始了第二次革命。因此,可以这么说,空间结构的迅速发展仅仅是近30年的事。

大跨度的空间结构与高层建筑同时作为现代建筑技术的标志,在国内外得到普遍承认,不仅芝加哥的西尔斯大楼(Sears Tower)(109层,高442米)被列入世界城市之魁,纽约Manhattan's中心作为世界上最大的钢的空间结构(全长360米,跨过12道街)也摘下了现代世界建筑的皇冠。建筑师借助于结构工程师的天才,创造了多自由度的灵活空间,简单明快的非传统形式,美丽非凡,使人喜爱,已经是现代建筑先进工程的一部分,是社会文明的象征。正如空间结构研究中心主席Makowski教授在1966年所预言的:“一个事情是肯定的,空间结构不是过时的。”

网壳与网架同时列入空间网状结构,网壳优于网架,在于其自身的曲面造型使得空间受力性能更好,造型更美,能更多的节省材料。网壳的型式在国外很多,但以圆顶和穹壳数量为大,作为负高斯曲率的双曲抛物面网壳偶尔可见,人们普遍要感觉施工麻烦,制作不便。

连续的双曲抛物面壳是本世纪的一个创造。由于其直线平移成型,建造非常容易,正负双曲率的表面造型不仅美观且使建筑物的音响效果较好。因此,相对于旋转面壳,它为建筑物相适应

的表面形状开辟了一个新的领域。第一个钢筋混凝土的双曲抛物面壳是 Bernard Lafaillle 在 1933 年建成的，在同一时间内法国工程师 F. Aimond 为这种新的几何形状发展了薄膜理论，在 1934 年意大利米兰的一家 Alfa Romeo 工厂由 Giorgio Baroni 运用这一原理建造了厂房的屋盖。我国将双曲抛物面壳用于工程实际已经是 60 年代的事了，70 年代马鞍型壳板和组合型网壳已得到迅速发展，理论研究的成果也日渐完善。

离散的网状壳体是继网架以后结构史上的一大进步，它解决了连续壳体的高消耗的模板和强体力的劳动，工厂制作现场拼装又缩短了工期，且不受气候的限制，是 80 年代才开始的新产物。日本学习院女子部体育馆屋盖采用双层的网壳，其计算方法应用了差分法，单层的网壳始见于西德某工厂屋盖。作者于 1985 年 6 月设计并建成了我国第一个单层网壳面组合型网壳屋盖，用于益阳市人民法院公判厅。

网架向网壳发展是一种趋势，正如梁向拱发展和平板向壳体发展一样，人们在不断地认识过程中将挖掘网壳的潜力。不过三、五年，我国的网壳技术将得到迅猛发展。

二、双曲抛物面网壳的力学模型和计算方法

双曲抛物面网壳是高次超静定的空间杆系结构，其计算方法按力学模型有两种。离散的杆件系统是精确计算的方法，而近似计算常拟连续壳体。

(一) 空间桁架位移法和空间梁元法

杆系的力学模型按节点连接的基本假定可以将网壳看成为空间桁架或空间刚架，前者节点假定为铰接，后者为刚接。

铰接的空间桁架，杆件单元周边是奇数，偶数为瞬变体系

超静定的空间桁架，每个节点只有三个线位移未知数和三个静力平衡方程。因此可按空间桁架位移法求解。

实际工程中，网壳节点的刚性难以实现，对于小跨度的单层网壳，将节点假设为铰接有助于结构的简化计算。采用“空间桁架位移法”计算的杆件内力是网壳的薄膜内力。

对于较大跨度的网壳，节点的角位移不容忽视。杆件不仅承受轴向力，同时承受弯矩、扭矩和剪力，这时网壳的节点通常总是做成具有足够刚性的，才能保证结构的稳定性。此时，网壳是空间刚架结构。

用SAP-5程序的“空间梁元法”可直接计算空间刚架网壳杆件的内力。与连续壳体相类似，这是有矩理论的计算方法。

网壳无论是铰接或刚接，边界平面外的刚度对结构内力和稳定影响很大，足够刚性的支座节点是双曲抛物面壳必须重视的条件。

通过模型试验，应用马克恩威互等定理，根据相似原理来推算实物杆件的内力可以减少繁重的计算工作，无疑是当前网壳设计时可靠的方法之一。

(二) 拟壳法

当网格足够密布和有分布规律时，网壳可以用连续体薄壳来代替，为此需要对网壳给以合理的假定，并给出恰当比拟和换算关系。

1. 网壳拟连续壳体力学模型的基本假定：

a. 网壳的网格足够细密均匀和有规律；
b. 网壳单元体被一个与该单元体所得面积相等并代表其物理性状的连续体来代换，用广义虎克定律来描述，并用变形能相等的原则进行换算；

c. 网壳结构的节点可假设为铰接也可假设为刚接；

d. 网壳的内力是沿着单元体而变化，按每个单元体面积中心的内力来代表连续体的受力，反过来把连续分布的内力集中作用在该单元的节点上。

2. 双曲抛物面网壳的连续化计算

1). 网壳的曲面方程、曲率和扭率

由图1所示双曲抛物面网壳，其曲面方程

$$z = \frac{f}{ab}xy \quad (1)$$

$$\text{曲率: } k_1 = k_2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{扭率: } t = \frac{f}{ab} \quad (3)$$

2) 网壳的物理方程

从图2得知

网壳的薄膜内力

$$N_x = EA_x \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$N_y = EA_y \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$N_{xy} = \frac{12EI_x}{L_x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - tw \right) \quad (4)$$

$$N_{yx} = \frac{12EI_y}{L_y^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - tw \right)$$

$$N_\alpha = EA_\alpha \left[\frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \theta + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \theta - \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \sin \theta \cos \theta - k_\alpha w \right]$$

$$N_{\alpha\beta} = \frac{12EI_\alpha}{L_\alpha^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sin \theta \cdot \cos \theta + \frac{\partial v}{\partial x} \cos^2 \theta - \frac{\partial u}{\partial y} \sin^2 \theta - tw \right]$$

网壳的弯曲内力：

$$M_x = -EI_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$M_{xy} = -GI_x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

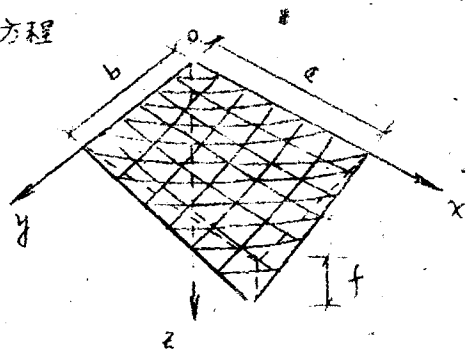


图 1

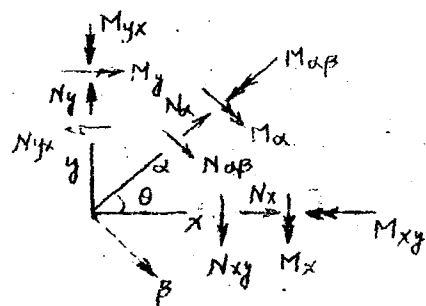


图2 网壳杆件内力

$$\begin{aligned}
 M_y &= -EI_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} & M_{yx} &= -GJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 M_x &= -EI_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -EI_x \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \cos^2 \theta + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \sin^2 \theta \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \sin \theta \cos \theta \right] w \\
 M_{\alpha\beta} &= -GJ_\alpha \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} = -GJ_\alpha \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \sin \theta \cos \theta + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right] w
 \end{aligned} \quad (5)$$

在(4)、(5)式中:

u, v, w 为网壳节点在 x, y, z 方向的位移分量;

A_x, A_y, A_α 为 x, y, α 方向杆件截面积;

I_x, I_y, I_α 为 x, y, α 方向杆件的弯曲惯性矩;

J_x, J_y, J_α 为 x, y, α 方向杆件的扭转惯性矩;

E 为杆件的弹性模量;

G 为杆件的剪切模量。

3) 导出连续壳的几何方程与物理方程。

几何方程:

$$\left. \begin{aligned}
 \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
 \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - 2w/t
 \end{aligned} \right\} (6)$$

物理方程:

$$\left. \begin{aligned}
 n_x &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
 n_y &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)
 \end{aligned} \right\}$$

$$n_{xy} = \frac{Eh}{2(1+\mu)} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - z\omega t \right)$$

$$n_\alpha = n_x \cdot \cos^2 \theta + n_y \cdot \sin^2 \theta + 2n_{xy} \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sin^2 \theta \right] + \frac{Eh}{1+\mu} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - z\omega t \right) \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$n_{\alpha\beta} = (n_y - n_x) \sin \theta \cdot \cos \theta + n_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

(7)

$$= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \cdot \sin \theta \cos \theta + \frac{Eh}{2(1+\mu)} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - z\omega t \right) (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$m_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$m_{xy} = -D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$m_\alpha = m_x \cos^2 \theta + m_y \sin^2 \theta + 2m_{xy} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$$

$$= -D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \sin^2 \theta + 2(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot \cos \theta \sin \theta \right]$$

$$m_{\alpha\beta} = (m_y - m_x) \cos \theta \sin \theta + m_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$= -D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cos \theta \cdot \sin \theta + (1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right]$$

式中: u, v, w 为薄壳单元在 x, y, z 方向的位移分量

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

E : 弹性模量;

μ : 泊松比; h : 薄壳厚度

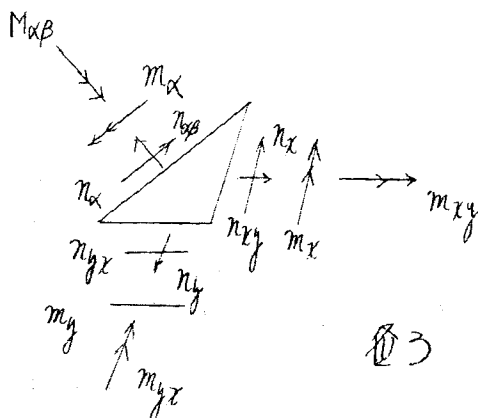
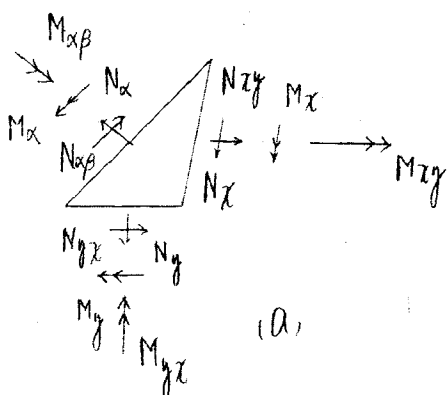


图3 薄壳单元内力

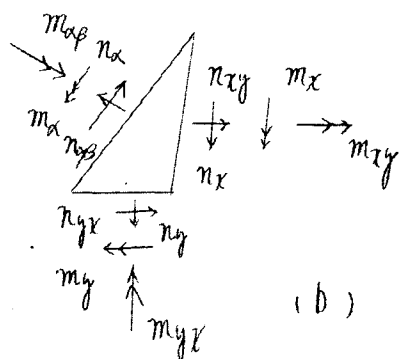
4) 网壳与等代连续薄壳的转换关系

图 4a 表示网壳单元, 其所围面积为 x, y, z 三向杆围成的三角形, 杆件中的内力认为是作用在周边上的内力通过节点传递给杆件, 以节点的变形代表单元杆的变形。图 4b 是等代薄壳单元。

已知等代薄壳单元在薄膜内力和弯曲内力作用下节点的位移能为:



(a)



(b)

图4 网壳单元和等代薄壳单元

14-8

$$U_1 = \frac{1}{2} (n_x \cdot e_x + n_y \cdot e_y + n_x \cdot e_x + n_{xy} \cdot \delta_{xy} + n_{yx} \delta_{yx} + n_{x\beta} \delta_{x\beta} + m_x k_x + m_y k_y + m_x k_x + m_{xy} i_x + m_{yx} i_y + m_{x\beta} t_x) \cdot \frac{L_x L_y}{2} \quad (8)$$

将 (6)、(7) 式代入 (8) 式得：

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} \frac{L_x L_y}{2} \left\{ \frac{Eh}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{Eh}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \sin^2 \theta + (1-\mu) \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - 2\omega t \right) \sin \theta \cdot \cos \theta \right] \left[\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \cos^2 \theta + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \sin^2 \theta + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \sin \theta \cdot \cos \theta \right] \right. \\ &\quad \left. + D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \sin^2 \theta + 2(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cos \theta \sin \theta \right] k_x + D(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cos \theta \sin \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cos \theta \cdot \sin \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} (2 + \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \frac{L_x L_y}{2} \left\{ \frac{Eh}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (1 + \cos^4 \theta + \mu \sin^2 \theta \cos^2 \theta) + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} (1 + \sin^4 \theta + \mu \sin^2 \theta \cos^2 \theta) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} (2\mu + 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \mu \cos^4 \theta + \mu \sin^4 \theta) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} ((2-\mu) \sin \theta \cos^3 \theta + \mu \sin^3 \theta \cos \theta) + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} ((2-\mu) \sin \theta \cos^3 \theta + \mu \sin^3 \theta \cos \theta) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} ((2-\mu) \sin \theta \cos^3 \theta + \mu \sin^3 \theta \cos \theta) + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} ((2-\mu) \sin^3 \theta \cos \theta + \mu \sin \theta \cos^3 \theta) + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} ((2-\mu) \sin^3 \theta \cos \theta + \mu \sin \theta \cos^3 \theta) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot 2(1-\mu) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\partial^2 V}{\partial \chi^2} (1-\mu) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \\
& + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (1-\mu) \sin^2 \theta \cos^2 \theta - \frac{\partial u}{\partial \chi} \cdot 2wt(1-\mu) \cdot \\
& \sin \theta \cos^3 \theta - \frac{\partial V}{\partial y} \cdot 2wt(1-\mu) \sin^3 \theta \cos \theta - \frac{\partial V}{\partial \chi} \cdot 2wt(1-\mu) \sin^2 \theta \cdot \\
& \cdot \cos^2 \theta - \frac{\partial u}{\partial y} \cdot 2wt(1-\mu) \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \Big] + D k_x \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \chi^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot \right. \\
& \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial \chi^2} \right) \sin^2 \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} \cdot 2(1-\mu) \cos \theta \cdot \sin \theta \Big\} + \\
& + D(1-\mu) t \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial \chi^2} \cos \theta \sin \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cos \theta \sin \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} (2 + \cos^2 \theta - \right. \\
& \left. \sin^2 \theta) \right\} \quad (9)
\end{aligned}$$

式(4a)中各杆件诺基应变能之和

$$U_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (N_i \epsilon_i + M_i k_i + M_{ixy} t_i) l_i \quad (10)$$

将(4)、(5)代入(10)得

$$\begin{aligned}
U_2 &= \frac{1}{2} \left\{ EA_x L_x \frac{\partial^2 u}{\partial \chi^2} + EA_y l_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + EA_x L_x \left[\frac{\partial u}{\partial \chi} \cos^2 \theta + \right. \right. \\
& + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \theta - \left(\frac{\partial v}{\partial \chi} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \sin \theta \cos \theta - k_x w \Big] \left(\frac{\partial u}{\partial \chi} \cos^2 \theta + \right. \\
& + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \theta - \left(\frac{\partial v}{\partial \chi} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cdot \sin \theta \cos \theta \Big\} + EI_x L_x \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial \chi^2} \cos^2 \theta + \right. \\
& \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \sin^2 \theta - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} \sin \theta \cdot \cos \theta \Big\} \cdot k_x + G J_x L_x t_x \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} + \\
& + G J_y l_y t_y \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} + G J_x L_x t_x \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \chi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \sin \theta \cdot \cos \theta + \right. \\
& + \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \Big\} \Big\} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ (EA_x L_x + EA_x L_x \cdot \cos^4 \theta) \frac{\partial^2 u}{\partial \chi^2} + (EA_y l_y + EA_y l_y \cdot \sin^4 \theta) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right. \\
& + \left. \left[EA_x L_x \cos^2 \theta + EA_y l_y \sin^2 \theta - 2 EA_x L_x \sin \theta \cos \theta \right] \left(\frac{\partial u}{\partial \chi} \cos^2 \theta + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \theta - \left(\frac{\partial v}{\partial \chi} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \sin \theta \cos \theta \right) \right. \\
& + \left. \left[EI_x L_x \cos^2 \theta + EI_y l_y \sin^2 \theta - 2 EI_x L_x \sin \theta \cos \theta \right] \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \chi^2} \cos^2 \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \sin^2 \theta - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} \sin \theta \cos \theta \right) \right. \\
& + \left. \left[G J_x L_x t_x \cos^2 \theta + G J_y l_y t_y \sin^2 \theta - 2 G J_x L_x t_x \sin \theta \cos \theta \right] \frac{\partial^2 w}{\partial \chi \partial y} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + EA \times L_x \sin^4 \theta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + EA \times L_x \left(2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \right. \\
& - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - 2 \sin^2 \theta \cos \theta \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} - 2 \sin \theta \cos^3 \theta \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \\
& - 2 \cos^3 \theta \sin \theta \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\
& + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k_x w \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \theta + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \theta - \frac{\partial v}{\partial x} \sin \theta \cos \theta - \right. \\
& \left. + \frac{\partial u}{\partial y} \sin \theta \cos \theta \right) + EI \times L_x \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cos^2 \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \sin^2 \theta - \right. \\
& \left. - 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] + G I \left(J_x L_x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + J_y L_y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \right. \\
& \left. J_x L_x \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot \sin \theta \cos \theta + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right) \right\}
\end{aligned}$$

(11)
令 $U_1 = U_2$, 则得出薄壳的薄膜当量厚度和弯曲当量厚度。

当 $\theta = 45^\circ$, $u = \frac{1}{3} \text{ mm}$:

薄膜当量厚度

$$h_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{A}{L_x}$$

$$A = A_x l_x + A_y l_y + \frac{1}{2} A_x l_x$$

弯曲当量厚度

$$h_b^3 = \frac{16 I_x}{L_x}$$

抗扭当量厚度

$$h_t^3 = \frac{12 J_x}{L_x}$$

网壳的薄壳当量厚度求出来，便可用连续壳的经典理论来进行计算。计算所需内力为薄壳单元的周边内力。周边内力的分布与一点应力分布类似。

三、工程实例

网壳较之单面网架，无论从造型、受力性能和材料指标都优越，但因施工上的某些困难，在我国尚未得到广泛应用。为推广网壳技术的发展，作者于通阳市人民法院公判厅屋盖采用了单层双曲抛物面网壳结构。在设计时对结构采用“拟壳法”、“空间梁元法”和“空间杆系伪移法”进行了力学分析，在施工过程中作了现场测试，从而论证了组合壳形网壳与钢筋混凝土面层与钢网架具有共同承担荷载的能力。

(一) 工程概况

通阳市人民法院审判庭位于湘鄂商通阳市五一西路北侧，该庭单面壳体造型采用“U”形，总建造面积 $1475 m^2$ 。庭面临街为四层办公楼和内部审判厅，北面为会议室，法官和律师休息室以及犯人临时看押室，中间部分即为公判厅，设有 130 个旁听席位。该庭立面造型突出了法院至高无上的威严，矩形门窗和圆形大廊柱使该庭建筑庄重肃穆，故受到建筑上的协调。大公判厅屋盖采用组合式扭壳造型，即体现了大厅的庄严，又充分利用了双曲抛物壳体系影响效果较好的优点。为了弥补双曲壳体现施工时的缺陷，采用单层网壳结构。厅堂照明按照网壳节点布置“满天星”灯座，使优美的结构造型更加壮观。

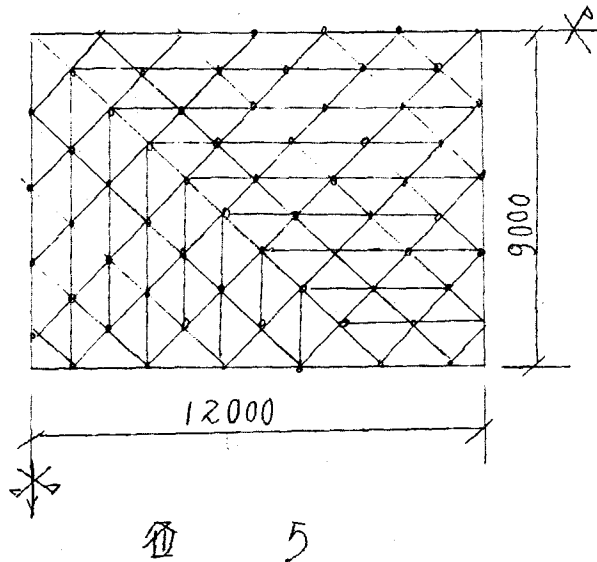
网壳为周边支承，板壳尺寸 $18 \times 24 m$ ，矢高 $3 m$ ，网壳杆件采用焊接钢管，壳面节点设计成半球节点，鞍钢 $14.5 kg/m^2$ 。网壳于 1985 年 5 月安装就位，整个工程于一九八五年四月竣工交付使用。

(二) 结构分析

前面已经论述，网壳的设计计算方法力学模型可采用杆系计算法和拟壳法。为结构分析时各种方法比较的便利，本工程网壳设计尽管满足拟连续壳体力学模型的基本假定，同时采用均匀细密的网格，使杆件和节点均位于壳面的壳面上（图 5），

14-12--

在施工时保证荷载均匀作用，从而采用简捷的薄膜理论进行计算亦有足够的精确性。



单层网壳结构应用于工程实践尚属第一次，目前还没有计算的专用程序，本工程对结构计算采用了拟连续壳体的方法和离散的“空间单元法”及“空间桁架位移法”进行了分析比较。

壳面方程按座标系的位置（见图6）分别表达为：

$$z = \frac{f}{ab} xy \quad (15a)$$

或：

$$z = -f + \frac{(x-a)(y-b)f}{ab} \quad (15b)$$

(三) 结构设计

1. 整体设计 力学分析和计算表明, 四边简支的组个型网壳在十字脊线附近出现负弯矩, 而壳面上则以薄膜力为主, 同时在十字脊线交叉点附近区域内产生明显的负挠度, 上述特征与等厚度的连续壳体相似, 同时证明了结构的稳定性乃是控制杆件断面的主要指标, 而壳面的屈曲变化犹为复杂。

为了消除十字脊线附近产生负弯矩和负挠度的影响, 保证结构的稳定, 提高按薄膜理论计算的精确度, 结构整体设计在十字脊线及边界处制作成带下弦和腹杆的局部桁架(图8)。按此计算(图9)改善了壳面杆件的力学性能, 大大减小了节点挠度且方向趋于一致(表1), 保证了结构的稳定性。

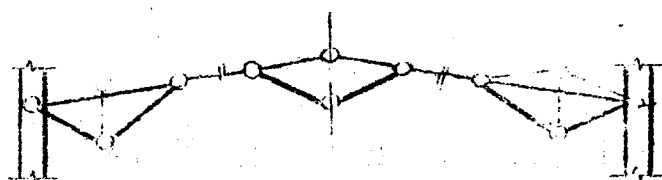
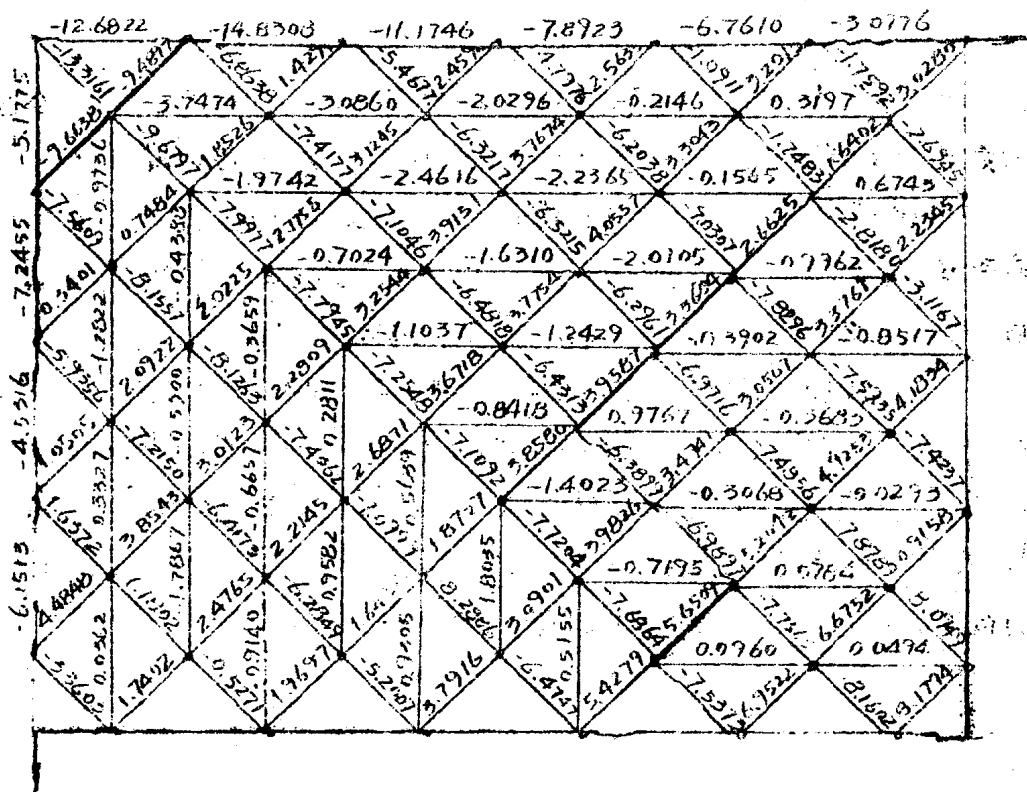


图 8

壳面最大挠度比较 表1

	无附加桁架	有附加桁架
杆件截面积 (cm^2)	18	7.97
最大挠度 (cm)	27.3	11.3



2. 杆件设计：本工程按上述计算结果设计，杆件断面显著减小，且同部杆件内力趋于一致，有利于减少杆件断面的规格，为网壳制作提供了方便。

3. 节点设计: 扭网壳结构的主应力是一向为拉应力, 一向为压应力, 使得节点的受力状态也是一向受压一向受拉。但是在管径基本相同的条件下, 空心球节点的承载能力可按单向受压进行计算, 本工程研究设计了一种半鼓半球节点(图10), 其特点是: (一) 承载能力可按球节点进行计算; (二) 保证屋面板能平

稳地搁置在节点上；(三)保持了球节点的美观；(四)能满足网壳杆件万向连接的需要。

4. 屋面设计：屋面设计的目标是力求形成砼面层与钢网格的组合壳体。屋面板采用带边肋的钢丝网水泥板，角部预埋铁件与节点上部平面焊接。节点上表面的竖立筋和壳面杆件上部的U形筋连成整体，板面后浇细石砼层（图10），当砼达到强度后，便具有与网壳共同承担荷载的能力。

5. 边沿构件设计。

扭网壳在边界上的受力状态与砼连续壳体相似，因此钢筋砼人字架的上弦杆件只承受边沿剪力，上弦截面按压弯构件设计，下弦承受拉力，可以同时作为墙上的钢筋

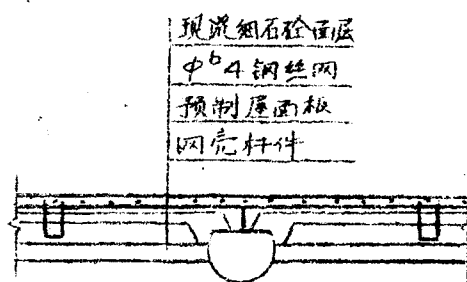


图 10.

砼圈梁。构造设计将边界节点与上弦、上弦与屋面挑檐整浇在一起，将人字架钢筋砼小柱与墙体构造柱相连，增大了边沿构件的侧向刚度。

(四) 单层扭网壳屋盖的制作与拼装

1. 节点的制作。

网壳节点为国内首次采用的半鼓半球形节点，按设计要求，由一个半球形壳与一个半鼓形壳焊接而成，壁厚为6 mm。

为满足设计对节点强度的要求，加工采用“热冲”工艺，在定型模具上将加热后的钢板，一次冲压成型。剖口后焊接成无加肋板的半空心半鼓半球节点，直径220 mm，要求出厂抽样检测，合格率100%。

2. 网壳的拼装。

网壳的拼装方案原拟定为地面制作，整体吊装就位的方法。采取这种拼装方法制作精确度高，施工方便，可减少高空作业。但由于场地限制，土建施工对网壳制作工艺吊装的影响，经现场研究，改用高空散装法，首先将十字脊线单片杆架在地面拼装后，运到高空设计标高处就位，同时固定边沿构件上的节点。根据扭壳直线成型的特点，将十字脊线上的节点与相对应的边沿构件上的节点拉线织成线网，交点即为壳面节点的位置，考虑到土建施工的可能误差，准确量得各节点间距，现场杆件下料，便可进行拼装。

为了保证拼装时荷载的对称性和减少焊接应力，采取从十字脊线交点开始向四角方向同时拼装的方法。考虑到自重挠度对网壳杆件可能产生的预应力，十字脊线单片杆架组装时，预留向上拱高10cm，拆除中心节点支撑后，网壳各节点即处于设计座标位置。

(五) 单层扭壳网壳屋盖土建施工

1. 边沿构件的施工

边沿构件是网壳的支撑构件，又是将网壳承受荷载以后所产生的力传递到主体结构传力构件。能否满足设计对边沿构件所提出的侧向稳定和支座节点误差不超过规范规定的要求，是我们在边沿构件施工中着重研究的主要课题。

根据设计，边沿构件采用钢筋混凝土人字架。上弦支承网壳支座节点，上弦施工的关键，除保证砼的质量要求外，应使支座预埋件的座标符合设计要求，保证相邻支座的高差按竖向座标不超过10mm，最低和最高支座高差按竖向座标在20mm以内。采取的办法是正确测定人字架最高点和最低点预埋件的座标，然后将最高点和最低点分别拉线，其它各支座点的位置按水平座标确定，将划好十字中心线的预埋钢板上表面与拉线对齐，将预埋钢板下的钢筋与主筋焊在一起，这样就较准确地保证了支座节点预埋件