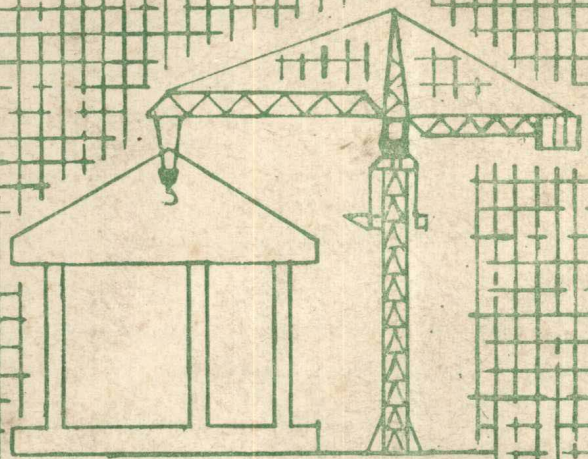


建筑力学基础



建筑施工实用教材

河南省建筑学会

目 录

第一章 力的基本性质

- 第一节 力学发展史概述及力的概念..... (1)
- 第二节 力的三要素和力的基本公理..... (16)
- 第三节 力系分类..... (19)

第二章 平面汇交力系

- 第一节 平面汇交力系的图解法..... (22)
- 第二节 平面汇交力系平衡的图解条件..... (25)
- 第三节 三力平衡定理..... (28)
- 第四节 合力投影定理..... (30)
- 第五节 平面汇交力系的数解法..... (33)
- 第六节 平面汇交力系平衡的数解条件..... (37)
- 思考题 (40)
- 习 题 (40)

第三章 力矩和力偶

- 第一节 力矩、力矩定理..... (45)
- 第二节 力偶、力偶互等定理..... (48)
- 第三节 力偶对轴的投影, 力偶对点的矩..... (50)
- 第四节 平面力偶系的合成和平衡..... (52)
- 思考题 (55)
- 习 题 (56)

第四章 平面一般力系

- 第一节 力线平移定理..... (60)
- 第二节 平面一般力系的合成..... (63)
- 第三节 平面一般力系的平衡条件..... (66)
- 第四节 静力平衡方程的其他形式..... (69)
- 第五节 平面平行力系的平衡条件..... (73)
- 第六节 超静定概念..... (76)
- 第七节 刚体系的平衡..... (77)

思考题	(79)
习 题	(80)

第五章 重心、静矩和惯矩

第一节 重心的概念	(86)
第二节 重心坐标公式、静矩	(87)
第三节 物体重心的求法	(89)
第四节 惯矩和惯性半径	(92)
思考题	(96)
习 题	(96)

第六章 轴向拉伸和压缩

第一节 工程中的拉伸和压缩杆件	(98)
第二节 轴向拉伸或压缩时的内力和应力	(99)
第三节 拉伸和压缩时的变形	(102)
第四节 材料的力学性质	(105)
第五节 容许应力和安全系数	(108)
第六节 拉伸和压缩时的强度计算	(109)
思考题	(111)
习 题	(112)

第七章 剪切和挤压

第一节 剪切和挤压概念	(114)
第二节 剪切的应力-应变关系	(115)
第三节 铆接计算	(116)
第四节 梯接计算	(120)
第五节 榫接计算	(122)
思考题	(124)
习 题	(124)

第八章 梁的内力

第一节 直梁平面弯曲的概念	(126)
第二节 梁截面的内力	(127)
第三节 静力法绘剪力图和弯矩图	(132)
第四节 绘制和校核剪力图、弯矩图的法则	(135)
第五节 简捷法绘制剪力图和弯矩图	(138)
第六节 迭加法绘制剪力图和弯矩图	(141)

思考题	(143)
习 题	(144)

第九章 梁的强度和刚度

第一节 纯弯曲时的正应力	(148)
第二节 按正应力计算梁的强度	(152)
第三节 按剪应力计算梁的强度	(155)
第四节 梁截面的合理形状	(158)
第五节 梁的刚度计算	(160)
思考题	(166)
习 题	(166)

第十章 扭转

第一节 扭转概念	(170)
第二节 扭转时的应力和变形	(170)
第三节 圆杆扭转时的强度和刚度计算	(174)
思考题	(176)
习 题	(176)

第十一章 压杆稳定

第一节 压杆稳定的概念	(177)
第二节 欧拉公式	(178)
第三节 压杆稳定的实用计算	(181)
思考题	(185)
习 题	(186)

附录 I、型钢钢材规格

附录 II、建筑结构设计的基本术语(方案)。

附录 III、封力计算图表。

附录 IV、荷载规范。

第一章 力的基本性质

第一节 力学发展史概述及力的概念

一、建筑力学的任务和内容

建筑力学是土建专业的一门技术基础课。具体地讲,它是分析建筑结构构件的受力情况、材料的力学性能和变形特点,研究结构构件的强度、刚度和稳定等问题的。通过学习使读者初步掌握建筑力学的基础理论和简单计算,进而为学习其他专业技术知识打好一定的基础。

房屋建筑的主要承重部分是屋架、楼板、梁、柱、墙和基础等基本构件。由这些基本构件组成的体系在房屋建筑中起骨架作用,称为房屋结构。房屋结构在施工和使用过程中要承受各种力的作用,在工程中称这些力为荷载。一个好的建筑结构必须能够安全地承受荷载,并且最经济合理地使用材料。所以说,建筑力学是围绕荷载与结构构件的承载能力这对基本矛盾进行讨论的。

为了解决荷载与结构构件的承载能力这一对基本矛盾,首先应研究结构的受力问题和结构的平衡问题。其内容包括:力、荷载、基本公理、支座和支座反力、力矩与力偶、各种力系的平衡条件及其应用等。以及研究构件的基本受力情况与变形形式。杆件的受力情况是多种多样的,但按它的变形特点可以归纳为五种基本形式即拉伸、压缩、剪切、扭转和弯曲。书中将针对五种基本受力与变形形式的特点,分别解决荷载与构件承载能力这对基本矛盾。基本矛盾有三种表现形式:

(1) 构件在过大的荷载作用下可能破坏。例如,当吊车起重量超过一定限度时,吊杆可能断裂。因此,设计时要保证构件有足够的强度。这时,基本矛盾表现为“强度问题”。

(2) 在荷载作用下,构件虽有足够的强度,但变形过大,将影响正常使用。例如,吊车梁的变形过大,吊车就不能正常行驶。因此,设计时必须保证构件有足够的刚度,使变形量不超过规范允许的范围。这时,基本矛盾表现为“刚度问题”。

(3) 象柱子这类受压构件,如果比较细长,当压力超过一定限度时,原来柱子的直线平衡状态会突然弯曲,以致结构物倒塌,这种现象称为“失稳”。这时,基本矛盾表现为“稳定问题”。

概括起来说,为了保证结构的安全和正常使用,构件必须有足够的强度、刚度和稳定性。也就是说,构件的承载能力是由强度、刚度和稳定性来决定的。

二、力学发展史概述

力学是最古老的科学之一。它的发展过程是人类对于物体机械运动的认识过程，而这种认识是通过生产实践来实现的。古代由于农业上的需要，人们使用了水车等灌溉设备；由于建筑上搬运重物的需要，使用了杠杆、滑轮和斜面；由于长距离运输的需要而制造了简单的车子；由于航运的需要而制造了船只。这些生产工具的制造和使用，使人类对物体的机械运动有了初步的认识。但是，在相当长的一段时期里，人类只是积累了一些经验，而没有建立一套力学的基本概念和理论。直到公元前几百年内，经过一系列试验与研究，才初步奠定了力学理论的一些基础。据史载我国战国时代的墨子（公元前468~382），在他著的《墨经》里已对力和运动下了适当的定义，对于力和运动的关系有了初步的认识，而且对杠杆的平衡问题有了理论性的叙述。与墨子同时代的工匠鲁班在机械制造和建筑结构上的伟大成就，更是大家所熟悉的。之后希腊哲学家亚里士多德（公元前384~322）也提出了杠杆的平衡问题。但是直到阿基米德（公元前287~212）才明确地用普遍的形式加以解决。此外，阿基米德还解决了力学中许多其他问题，奠定了静力学的基础。

由于封建制度的桎梏，在中世纪力学也象其他自然科学一样得不到发展。十五世纪的文艺复兴时期，商业资本开始发达，由于商业与技术的空前繁荣，向科学界提出了许多急待解决的问题。因此，力学和其他科学一样有了较大的发展。在这个时期里，意大利艺术家、物理学家兼工程师达·芬奇（1452~1519）经过了一系列的实验研究之后，提出了力矩的概念。荷兰物理学家斯蒂芬（1548~1620）由斜面问题的研究得出了力的合成与分解定理，即平行四边形法则。法国科学家伐里农（1654~1722）提出了力矩定理，布安索提出了力偶的概念及有关理论，使静力学的理论得到了进一步的发展。

虽然墨子在《墨经》上已经对力与运动的关系有一些叙述，但没有得到发展。直到天文学家哥白尼（1473~1543）创立了太阳中心说，才真正开始了动力学的研究。当时，刻卜勒（1571~1630）根据哥白尼的学说以及其他天文学家观察得到的资料，得出了有名的行星运动三大定律，也是牛顿万有引力定律的基础。

运动学在十九世纪以前还是合并的动力学内的，后来由于技术的进步，研究机器和机构运动的需要日益增加，运动学才从动力学中分出来成为一个独立部分。

十七世纪前半期，由于封建社会的解体，商业资本开始发达，国际间航海贸易渐盛，采矿冶金工业也在萌芽，新的经济情况提出了一系列新的技术问题，由于对这些问题的研究，材料力学应运而生了。意大利科学家伽利略（1564~1642）首先对建筑材料的力学性质和梁的强度作了初步研究，并于1638年发表了《两种新科学》。奠定这门科学的还有：英国的虎克（1635~1703），他根据弹簧实验的结果，提出了杆件应力与应变成正比的虎克定律；荷兰科学家雅尔普·伯努利（1654~1705）在研究梁的变形时，提出了平面截面的假设；法国科学家库伦（1736~1806）运用了静力方程来分析梁截面上的内力，并提出了有关圆杆扭转的理论；瑞士科学家欧拉（1707~1783）在1744年首先解

决了有关压杆稳定的问题。他们的辛勤劳动为世界科学园地创造了宝贵的财富。

随着现代科学技术的飞速发展，力学也同其他学科一样，将会出现更多更新的课题有待我们去努力解决，有待我们去不断完善，运用力学为人类创造更多的宝贵财富。

三、荷载

作用在物体上的力或力系我们统称为外力。作用在建筑结构上的外力称为荷载。如图 1—1 所示混凝土预制板上所受的外力称为荷载。

荷载按作用的性质可分为两类：

1. 静荷载（恒载）：长期作用不变的荷载，如构件本身的重量、屋面油毛毡和粉刷层等。

2. 活荷载：有变动的荷载，例如楼面上人和用具等重量、雪荷载、风荷载、吊车荷载等。

荷载按分布形式可分为三类：

1. 均布荷载：在荷载的作用面上，每单位面积上的作用力都相等，则叫均布面荷载，用字母 p 代表均布面荷载。其单位是公斤/米² (kg/m^2) 或吨/米² (t/m^2)。在实际计算中经常是把均布面荷载化成每米长度内的均布线荷载，用字母 q 代表均布线荷载，其计量单位是公斤/米 (kg/m) 或吨/米 (t/m)。

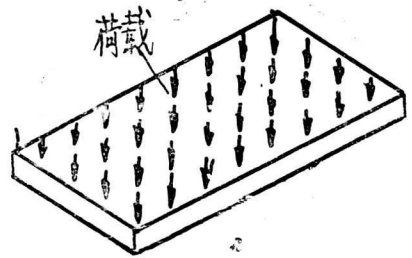


图 1—1

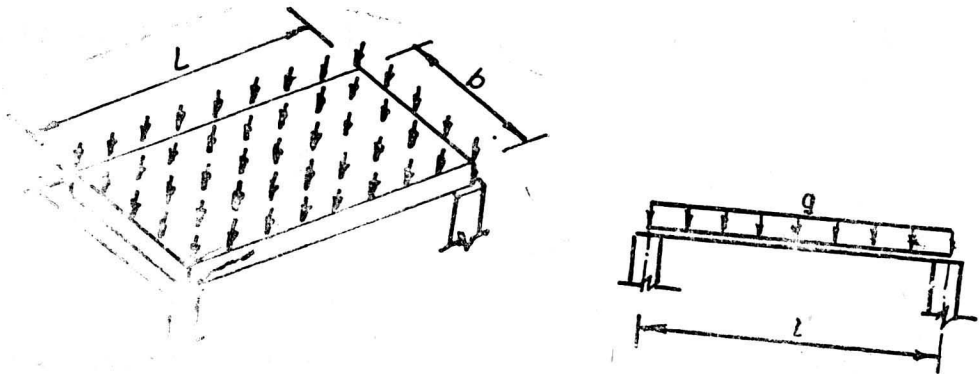


图 1—2

图 1—2 a) 是预制混凝土板、板的平面尺寸 $l \times b$ ，每块板自重为 W ，计算其均布面荷载和沿板的长度方向的均布线荷载。

板的面积：

$$S = lb$$

每平方米上重量，即均布面荷载：

$$p = \frac{\text{每块板自重}}{\text{板的面积}} = \frac{W}{lb} = \frac{W}{S} \dots\dots\dots (1)$$

沿板长度方向每米上的重量，即均布线荷载：

$$q = \frac{\text{每块板自重}}{\text{板的长度}} = \frac{W}{l} \dots\dots\dots (2)$$

由(1)得

$$W = pS = plb \dots\dots\dots (3)$$

以(3)代入(2)

$$q = \frac{W}{l} = \frac{plb}{l} = pb \dots\dots\dots (1-1)$$

由以上公式可知，欲将均布面荷载化为均布线荷载，只需将均布面荷载乘以板的宽度即可。

【例1-1】如图1-2所示。预应力钢筋混凝土多孔板 $l = 2.68\text{m}$ ， $b = 0.79\text{m}$ ，每块板自重 $W = 314\text{kg}$ ，试计算其均布面荷载和均布线荷载。

【解】板面积为：

$$S = lb = 2.68 \times 0.79 = 2.12\text{m}^2$$

均布面荷载：

$$p = \frac{W}{S} = \frac{314}{2.12} = 148\text{kg/m}^2$$

均布线荷载：

$$q = pb = 148 \times 0.79 = 117\text{kg/m}$$

建筑工程中常接触到几种主要的力

1. 风压力：我国目前使用的是：工业与民用建筑结构荷载规范，(TJ9-74)。

现将规范中风荷载说明如下：

基本风压及风荷载

作用在建筑表面上的风荷载 W (公斤/米²) 应按下式计算：

$$W = k \cdot k_z \cdot w_0$$

式中 w_0 ——基本风压，公斤/米²；

k_z ——风压高度变化系数；

k ——风载体型系数。

基本风压 w_0 系以一般空旷平坦地面、离地10米高、统计得的30年一遇10分钟平均最大风速 V (米/秒) 为标准，一般按 $w_0 = V^2/16$ 确定。

基本风压 w_0 应按本规范图二《全国基本风压分布图》的规定采用，但不得小于25公斤/米²。

注：对于特别重要和有特殊要求的房屋和构筑物，基本风压可乘以调整系数1.1~1.2采用；对于临时性房屋和构筑物，基本风压可乘以调整系数0.8~0.9采用。

对于在《全国基本风压分布图》上没有给出风压的城市或建设地点，其基本风压可

风压高度变化系数 k_z

表 1-1

离地面或海面高度 (米)	k_z	
	陆 上	海 上
≤ 2	0.52	0.64
5	0.78	0.84
10	1.00	1.00
15	1.15	1.10
20	1.25	1.18
30	1.41	1.29
40	1.54	1.37
50	1.63	1.43
60	1.71	1.49
70	1.78	1.54
80	1.84	1.58
90	1.90	1.62
100	1.95	1.64
150	2.19	1.79
200	2.38	1.90
250	2.53	2.00
300	2.68	2.08
≥ 350	2.80	2.15

注：一般海岛上的风压高度变化可按海上取用。

按下列方法确定：

一、当地有10年以上的年最大风速资料时，须通过资料分析及数理统计予以确定。

二、当地年最大风速资料不足10年时，则与有长期资料的附近地区进行对比分析予以确定；或取当地最大风速资料参照附近地区的基本风压予以酌定。

三、当地没有风速资料时，则可通过气象和地形条件的分析，并参照《全国基本风压分布图》上的等压线插入酌定。

风压高度变化系数—— k_z ：

风压高度变化系数

风压随高度不同而变化。以10米高度处的风压为基准，陆上和海上风压高度变化系数 k_z 一般按表1-1规定采用；

风载体型系数—— k


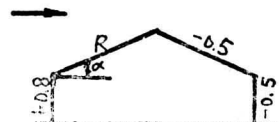
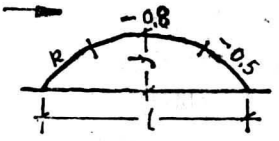
房屋和构筑物的风载体型系数 k 与其体型、尺度等有关，一般按表12规定采用；

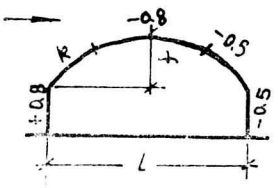
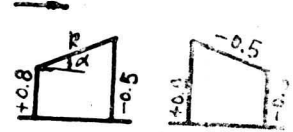
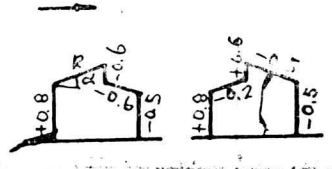
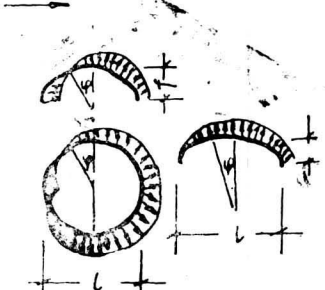
注：表1-2中→表示风向，+表示压力，-表示吸力。

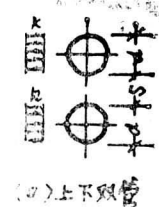

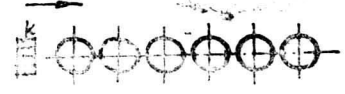
将规范中之主要几个体型系数列表如下：

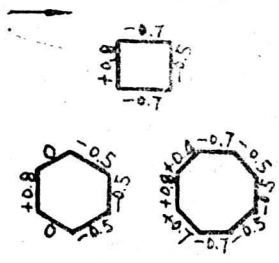
风载体型系数k

表 12

序号	名称	建筑体型及体型系数k								
1	封闭式落地双坡屋面	 <table border="1" data-bbox="756 478 1059 684"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0°</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>+0.2</td> </tr> <tr> <td>≥60°</td> <td>+0.8</td> </tr> </tbody> </table> <p>中间值按插入法计算</p>	a	k	0°	0	30°	+0.2	≥60°	+0.8
a	k									
0°	0									
30°	+0.2									
≥60°	+0.8									
2	封闭式双坡屋面	 <table border="1" data-bbox="756 966 1098 1172"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>≤15°</td> <td>-0.6</td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>≥60°</td> <td>+0.8</td> </tr> </tbody> </table> <p>中间值按插入法计算</p>	a	k	≤15°	-0.6	30°	0	≥60°	+0.8
a	k									
≤15°	-0.6									
30°	0									
≥60°	+0.8									
3	封闭式落地拱形屋面	 <table border="1" data-bbox="743 1453 1085 1660"> <thead> <tr> <th>f/l</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.1</td> <td>+0.1</td> </tr> <tr> <td>0.2</td> <td>+0.2</td> </tr> <tr> <td>0.5</td> <td>+0.6</td> </tr> </tbody> </table> <p>中间值按插入法计算</p>	f/l	k	0.1	+0.1	0.2	+0.2	0.5	+0.6
f/l	k									
0.1	+0.1									
0.2	+0.2									
0.5	+0.6									

序号	名称	建筑体型及体型系数 k								
4	封闭式拱形屋面	 <table border="1" data-bbox="763 515 1098 722"> <thead> <tr> <th>f/t</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.1</td> <td>-0.8</td> </tr> <tr> <td>0.2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0.5</td> <td>+0.6</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="783 731 1039 769">中间值按插入法计算</p>	f/t	k	0.1	-0.8	0.2	0	0.5	+0.6
f/t	k									
0.1	-0.8									
0.2	0									
0.5	+0.6									
5	封闭式单坡屋面	 <p data-bbox="750 984 1079 1022">迎风坡面的k按序号2采用</p>								
6	封闭式高低双坡屋面	 <p data-bbox="750 1247 1079 1285">迎风坡面的k按序号2采用</p>								
7	旋转壳顶	 <p data-bbox="697 1622 1131 1660">(a) $f/l > 1/4$ (b) $f/l \leq 1/4$</p> <p data-bbox="664 1669 1098 1707">图(a) $k = 0.5 \sin^2 \varphi \sin \psi - \cos^2 \varphi$</p> <p data-bbox="664 1707 927 1744">图(b) $k = -\cos^2 \varphi$</p>								

序号	名称	建筑体型及体型系数 k																																								
8	架空管道	<p>本图(a)(b)(c)适用于 $W_0 d^2 \geq 2$ 的情况</p>  <p>(a) 上下双管</p> <p>图(a)的 k:</p> <table border="1" data-bbox="684 656 1158 919"> <thead> <tr> <th>s/d</th> <th>k</th> <th>s/d</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>≤ 0.25</td> <td>+1.2</td> <td>1.5</td> <td>+0.65</td> </tr> <tr> <td>0.5</td> <td>+0.9</td> <td>2.0</td> <td>+0.63</td> </tr> <tr> <td>0.75</td> <td>+0.75</td> <td>≥ 3.0</td> <td>+0.6</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>+0.7</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>当 $s/d \geq 3.0$ 时 k 按单管计算</p>  <p>(b) 前后双管</p> <p>图(b)的 k:</p> <table border="1" data-bbox="684 1181 1158 1444"> <thead> <tr> <th>s/d</th> <th>k</th> <th>s/d</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>≤ 0.5</td> <td>+0.68</td> <td>4.0</td> <td>+1.08</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>+0.86</td> <td>6.0</td> <td>+1.11</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>+0.94</td> <td>8.0</td> <td>+1.14</td> </tr> <tr> <td>3.0</td> <td>+0.99</td> <td>≥ 10.0</td> <td>+1.20</td> </tr> </tbody> </table> <p>表列 k 值为前后二管之和, 其中前管为 +0.6, 后管为其余数</p> <p>当 $s/d \geq 10$ 时, 前管对后管不起挡风作用</p>  <p>(c) 总排多管</p> <p>图(c): $k = +1.4$, k 值为各管的总和</p>	s/d	k	s/d	k	≤ 0.25	+1.2	1.5	+0.65	0.5	+0.9	2.0	+0.63	0.75	+0.75	≥ 3.0	+0.6	1.0	+0.7			s/d	k	s/d	k	≤ 0.5	+0.68	4.0	+1.08	1.0	+0.86	6.0	+1.11	1.5	+0.94	8.0	+1.14	3.0	+0.99	≥ 10.0	+1.20
	s/d	k	s/d	k																																						
≤ 0.25	+1.2	1.5	+0.65																																							
0.5	+0.9	2.0	+0.63																																							
0.75	+0.75	≥ 3.0	+0.6																																							
1.0	+0.7																																									
s/d	k	s/d	k																																							
≤ 0.5	+0.68	4.0	+1.08																																							
1.0	+0.86	6.0	+1.11																																							
1.5	+0.94	8.0	+1.14																																							
3.0	+0.99	≥ 10.0	+1.20																																							
架空管道																																										

序号	名称	建筑体型及体型系数 k
9	封闭式正方形及多边形构筑物	 <p>The diagrams show three closed shapes: a square and two octagons. Each shape has a height dimension of +0.8 and a width dimension of -0.7. The octagons have an additional width dimension of -0.5.</p>

2. 水压力:

$$P = r \cdot H$$

r——水容重，一般为 1 吨/米³;

H——水深，(米);

P——水压力(吨/米²)

3. 土压力:

计算御土墙的主动土压力的几种公式分析比较

目前我国一般书籍中，常见并较为广泛采用的关于计算御土墙上主动土压力的公式有如下几种:

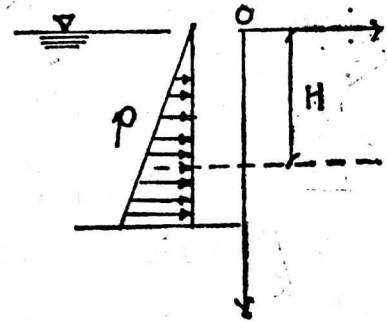


图 1-4

(1) 库伦公式(见一般土力学教科书)。

(2) 朗金公式(同上)。

(3) 苏联铁路员工技术手册公式(见苏联铁路员工技术手册第二卷及第四卷有关部分所载公式)。

(4) В·А·乌勒契基(УреЦкий)公式(见А·М·辽布赫著“悬臂式钢筋混凝土挡土墙及一般重力式挡土墙的设计”一书)。

(5) В·В·索科洛夫斯基(В·В·Соколовский)散体介质静力学公式(见索氏:散体介质静力学)。

以上这些公式以库伦公式是最古老和最为众所熟知的公式。朗金公式于1857年提出。这两个公式都是计算御土墙土压力的经典公式。(3)、(4)、(5)、等公式都是根据这些古典理论加以若干假定推导而来，以应用于各种不同的情况中。

索科洛夫斯基的散体介质静力学公式是最新而较合乎现代土力学理论的公式，其计算的结果，在现阶段来讲，也是被公认为较精确的公式。

这些公式由于假定条件和使用界限各有其独特点，因此在运用这些公式时，必须了解到这些公式的特点，才不会发生错误。本节之目的便是对于这些公式加以解剖分析，使大家对这些公式是根据一些什么假定条件来进行推导，使用这些公式的范围和使用这

些公式所计算的结果加以比较，供设计工程师在选择使用那些公式较为适当的参考。

库伦公式

(1) 如图 1—5，设御土墙高度为 H ，墙背 AB 面与水平面成 α 角，墙背与土壤间的摩擦角为 δ ，填土表面 AC 与水平面的坡度角为 β 。库伦假定墙因被推向外位移，故土体 ABC 有沿土体中 BC 面及墙背面 AB 滑动的趋势， BC 称为土壤的破裂面或滑动面。我们可以设想重量为 Q 的土体 ABC 支持于 AB 面及 BC 面上，

因此作用在 BC 面和 AB 面上的反力 R 及 E 由于土壤的摩擦角 φ 和墙背与土壤间的摩擦角 δ 的作用在极限平衡状态时，此二力各与 BC 及 AB 面的法线成一等于 φ 及 δ 的夹角。由于 Q 、 R 、 E 三力处于极限平衡，故此三力必须交于一点，其值可用力三角形来推得。

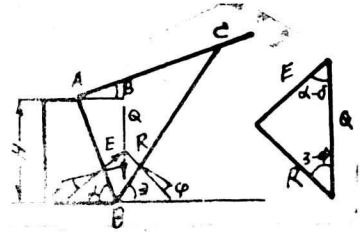


图 1—5

力 E 即为作用在挡土墙上的土压力，如图 1—5 按正弦定律，可知：

$$\frac{E}{\sin(\vartheta - \varphi)} = \frac{Q}{\sin(180^\circ - \alpha + \delta - \vartheta + \varphi)} = \frac{Q}{\sin(\alpha - \delta + \vartheta - \varphi)}$$

$$E = \frac{Q \sin(\vartheta - \varphi)}{\sin(\alpha - \delta + \vartheta - \varphi)}$$

当 α 、 β 、 δ 为一定时，则 E 之值因破裂角 ϑ 之值而变化，当 ϑ 等于一定的角度时，土压力 E 之值为最大。此时 ϑ 角之值，可用求极限度的微分方法推求，即 $\frac{dE}{d\vartheta} = 0$ 而 E 之最大值等于

$$E = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cdot \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\sin(\alpha - \delta) \sin(\alpha - \beta)}} \right]}$$

(2) 库伦公式的特设条件为

a、假定土壤为非粘性土〔 $c = 0$ 〕。由于我们把棱体 ABC 当成一个刚性体，其变形及压缩可以不计。此棱体沿墙背及破裂面有下滑的趋势，当其处于极限平衡的一瞬间，所作用于墙背上的力，即为我们所要求算的土压力。

b、土压力作用的方向，为与墙背法线成 δ 角的方向（ δ 角为墙背与土壤的摩擦角）。

c、库伦认为破裂面实际为一曲面，但为了简化公式的推导，可以把它假定为一平面。

(3) 库伦公式的限制条件

库伦公式可用于直立的墙或倾斜的墙，光滑的墙或粗糙的墙，填土表面为水平的或倾斜的，上部有附加荷载的或无荷载的，应用范围是较为广泛的，并且库伦所提出的极限概念，简单明了，易于理解又便于推演，而能应用到不同的情况下，因此能为工程界所普遍采用。可是也有它的限制条件，超越了这些条件便可能引起偏差甚至错误。

a、由图 1—5 可知， β 角不可能大于 φ 角，若将 $\beta > \varphi$ 之值代入公式，解出是虚根。常见在设计路堑御土墙时，山坡角 β 较陡，而设计者（或地质工作者）为安全起见，常选用较 β 为小的 φ 值进行计算或套用定型图。这种情况是不合理的。

b、由于库伦公式各项中缺乏粘性土壤的指标，并且库伦为了简化公式的推导，便假定了破裂面为平面，因此便使这公式在推演的力学观点上存在了一些问题，并为许多学者提出来加以批判，这是它的一个缺点。因此库伦公式是较适合于砂性土壤的。当使用于粘性土壤时，通常多将土壤的内摩擦角加大一些，采用所谓“等值内摩擦角”，将粘着力的作用概括了进去。这样使得计算有可能发生较大的偏差，通常可能在低的御土墙时偏于过分安全，而高的御土墙则偏于危险，这是不可不注意的。

c、由于在推导库伦公式时放弃了滑动网的特性，假定破裂面为平面。而实际上滑动面具有和对数螺旋形相似的曲面（见图 1—6），因此使计算的结果与现代较精确的理论公式有些出入。不过，库伦公式经过多年来无数学者的研究和实验的证明，在通常的情况下这种偏差在计算主动土压力方面约为 2~10% 左右，因此还是可以容许的。但在被动土压力方面，则有时大过实际情况数倍以至十数倍（当 φ 角较大时），则是非常危险的。

d、根据库伦公式，当墙背后仰时（顺着土壤的边坡），则土压力逐渐减少；当墙的倾角与土壤的内摩擦角 φ 相接近时，土压力非常之小；若倾斜角与 φ 角相等时，土压力为零。但是实际上，根据较精确的公式推断，这种情况下（即 $180^\circ - \alpha = \varphi$ ），墙上仍然承受了土压力，这是由于当墙向后仰、侧角度较大时，则滑动面的形状较为弯曲，非平直面所能代表，因此库伦公式也引起较大的偏差，并属于危险方面的（见图 1—7）。

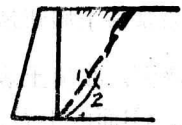


图 1—6

e、由公式推导过程及图 1—8 可知，当墙背俯伏时，加于墙上的土压力系由于土体 ABC 滑动所招致者。棱体的重量，实为 AB 及 AC 面所支持，但又常见有些设计者一方面采用库伦公式计算土压力，而在验算墙身稳定时，又将墙背上的土体 BAD（图 1—



图 1—7

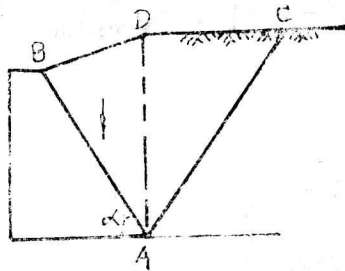


图 1—8

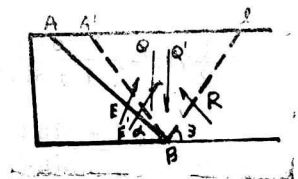


图 1—9

8) 的重量计入稳定力矩之内, 显然是计算重复了。

f、当墙背向前俯伏时, 假使倾斜角很大时, 由于按库伦公式是假定滑动棱体ABC作用在墙上所生的土压力, 但是实际上由于AB太过于平坦了, 因此滑动棱体便不一定沿着墙背面AB滑动, 而可能在土体中沿A'B面发生破裂, A'B面的发生位置(见图1-9)和 α 、 φ 、 δ 等有关。我们可以用图解的方法来推断, 如图1-14棱体ABC的土压力E的水平分力为 E_x , 但棱体ABC的土压力E的水平力为 E'_x , $E'_x > E_x$ 。如果我们作更多的其他破裂面如 A_1B 、 A_2B 、 A_3B 等, 根据同样的方法, 可以求出在某个面上土压力 E_i 的水平分力为最大($\max E_{ix}$)也可以推知御土墙上所承受的水平推力将为 $\max E_{ix}$ 而不是 E_x 。

因此库伦定律对墙背向前俯伏而倾斜很大时是不适合的。根据杜勃罗瓦的分析, 当填土面为水平且无上部荷载时, 墙背倾斜角 α 的极限值可用下式确定之, 即:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \lambda_a}{2 \operatorname{tg} \delta} \pm \sqrt{\left(\frac{1 - \lambda_a}{2 \operatorname{tg} \delta}\right)^2 - \lambda_b}, \text{ 式中 } \lambda_a = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

因此当 $\varphi = 33^\circ 42'$, $\delta = 26^\circ 40'$ 时, $\alpha = 40^\circ$ (填土);

当 $\varphi = 33^\circ 42'$, $\delta = 35^\circ 42'$ 时, $\alpha = 57^\circ 30'$ (填土墙后为台阶形);

当 $\varphi = 50^\circ 00'$, $\delta = 31^\circ 00'$ 时, $\alpha = 36^\circ 40'$ (填石);

当 $\varphi = 50^\circ 00'$, $\delta = 50^\circ 00'$ 时, $\alpha = 70^\circ 00'$ (墙后为台阶形, 填石时)。

通常御土墙背坡度多为1:0~1:0.4, 故前三种情况很少遇到, 但第四种情况很

可能遇到。在填土表面、非水平或有附加荷载情况下, 可用图解计算, 即假定AB面的不同位置, 并按图1-10所示来求出E的水平分力为最大值时的A,B面更为倾斜时, 即棱体将不沿墙背滑动, 而在土中发生第二破裂面。因此用库伦公式便将产生一定的误差了。

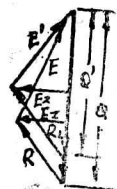


图 1-10

朗金公式

当光滑的墙背为垂直($\alpha = 90^\circ$)、墙背与土壤间无摩擦力时, 即 $\delta = 0$, 并当填土表面水平时($\beta = 0$), 则根据库伦公式土压力E等于

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin^2(90^\circ + \varphi)}{\sin^2 90^\circ \sin(90^\circ - 0) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + 0) \sin(\varphi - 0)}{\sin(90^\circ - 0) \sin(90^\circ - 0)}} \right]^2} \\ &= \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2 \varphi}{(1 + \sin \varphi)^2} \\ &= \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned}$$

此即为朗金公式的表现式。因此我们可以说朗金公式是库伦公式的一个个别情况下的形式。

但是朗金在推导这个公式时, 他的出发点不是如同库伦公式由“滑动上楔体”的静

力学极限平衡的观点出发的，而是由土力学的土体内部应力的变化而推导出来的，因此它的理论是较库伦更为前进了一步。

朗金假设在表面为水平的半无限土体中有一个垂直面AB (图 1-11)，由于土体重量推压的结果，便对AB面(即圻工墙的背面)产生了侧压力。设土体中在深度为E处有一三角形小土体abc，ac平行AC，ab平行AB，则作用在ac面上的单位垂直土压力为 $\sigma_z = \gamma \cdot z$ (γ 为土体的单位容量)；作用在AB面上的水平压力为：

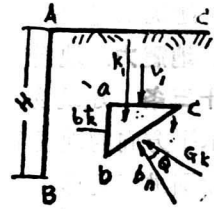


图 1-11

$$\sigma_h = \xi \sigma_v, \quad \xi = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$$

ξ 称为侧压力系数，即水平压力与垂直压力之比值。

作用在AB面上的总的水平压力(当墙高为H时)为：

$$E = \int_0^H \sigma_h dz = \int_0^H \xi \gamma z dz = \xi \frac{\gamma H^2}{2}$$

当墙为坚固不可移动时，则 ξ 称为静止侧压力系数，它的大小和土壤的弹性实密等有关。如疏松砂土 $\xi = 0.4$ ，密实砂土 $\xi = 0.5$ ；若经过夯实紧密，则有时 $\xi = 0.8$ 。但若墙因被土推压而发生向左移动时，则土壤将有向水平方向拉伸膨胀的可能，此时土壤中便出现了滑动面(或破裂面)，其与水平方向所成的最大侧斜角为 $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ (见图 1-12)。

这种情况如同一般棒形材料受拉时所发生的破裂面的最大侧斜角一样。同时如果我们把 σ_v 当作最大主应力， σ_h 当作最小主应力，根据材料力学的原

理可知：

$$\sigma_v = \sigma_h \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

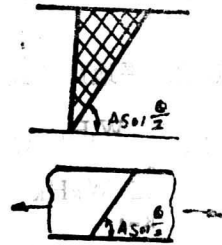


图 1-12

因此， $\xi = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \operatorname{ctg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$

因而 $E = \frac{\gamma H^2}{2} \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$ 即为朗金主动土压力公式。由于朗金公式是在假定地面

水平墙背垂直的最简单情况下推演出来的，因此作用于墙上的压力为水平的、垂直于墙背，此时墙背便不受有剪应力(即摩擦力)。因此在朗金公式中，对墙背的实际情况(是光滑的或是粗糙的)无法反映，这是朗金公式的最大缺点。虽然有些学者认为朗金的理论是可以推广应用于倾斜的墙以及地面为倾斜时即利用摩尔圆的理论和图解方法来求得墙上的土压力。由于已超出本文讨论对象，因此从略。