求积实践

湖南省第一师范
第三师范教育组编

一九七五年八月

目　　录

第一章　面积基础知识 …………………………（ 1 ）

第一节　面积地积单位…………………………（ 1 ）
第二节　常用面积公式…………………………（ 4 ）
第三节　展开图的面积…………………………（ 14 ）

第二章　地积测算…………………………（ 28 ）

第一节　田地丈量…………………………（ 28 ）
第二节　分田截积…………………………（ 38 ）
第三节　皮里抽筋公式的应用…………………………（ 40 ）

第三章　取样估产…………………………（ 43 ）

第一节　种植株数…………………………（ 43 ）
第二节　水稻估产…………………………（ 46 ）
第三节　棉花估产…………………………（ 49 ）
第四节　小麦估产…………………………（ 50 ）
第五节　大田绿肥量的估算…………………………（ 52 ）

第四章　体积基础知识…………………………（ 53 ）

第一节　体积、容积单位…………………………（ 53 ）

第二节　常用体积公式……………………………（ 56 ）

第五章　水利工程计算 ……………………（ 79 ）

第一节　水量计算………………………………（ 79 ）
第二节　土方计算………………………………（ 88 ）

第六章　容积、容重的计算 ………………（ 99 ）

第一节　比重……………………………………（ 99 ）
第二节　容积、容重的计算……………………（ 102 ）

第七章　木材材积计算 ……………………（ 115 ）

第一节　杉原条材积计算法……………………（ 115 ）
第二节　原木材积计算法………………………（ 117 ）
第三节　立木材积计算法………………………（ 119 ）
第四节　板枋材材积计算法……………………（ 120 ）

第八章　房屋建筑材料计算 ………………（ 157 ）

第一节　常用房屋建筑材料……………………（ 157 ）
第二节　房屋建筑材料预算定额………………（ 161 ）
第三节　材料计算方法…………………………（ 166 ）

第一章　面积基础知识

在“农业学大寨”的群众运动中，在战天斗地的三大革命运动中，经常碰到面积计算问题，比如科学种田，要核实田土的面积；修建厂房，要计算占地的面积；工人师傅做铁桶、罐头盒在下料时，也要计算面积。因此熟悉面积单位的各种换算，掌握常用的面积公式，了解常见立体表面展开图及其面积计算方法，对于战天斗地，改造自然，从事三大革命运动是有必要的。

第一节　面积地积单位

一、面积单位及其换算

面积，是指平面或曲面的大小。它是经过测量图形的某些线段长度后计算出来的。计算面积要用面积单位。常用的有市制面积单位和公制面积单位两种。市制面积单位有平方丈、平方尺、平方寸等。公制面积单位有平方米、平方分米、平方厘米等。因为单位不同，在计算面积时就要进行面积单位换算。

如果一块正方形土地，用丈作单位去量，各边都是 1 丈，则它的面积是 1 平方丈，如果改用尺为单位去量各边，因为 1 丈＝10尺，所以各边长为10尺，故它的面积是

$$10 \times 10 = 100\text{（平方尺）}$$

这样便得到了平方丈与平方尺的换算关系。即1平方丈＝100平方尺。用同样的方法，可以求出各种面积单位的换算。面积单位的换算，是根据长度单位的换算推导出来的。因此，要弄清面积单位的换算，先要了解长度单位的换算。现将长度单位、面积单位的换算关系列表如下：

长度单位换算表

	市制长度单位				公制长度单位				公、市制长度单位换算		
名称	1里	1丈	1尺	1寸	1公里	1米	1分米	1厘米	1公里	1米	1分米
等量	150丈	10尺	10寸	10分	1000米	10分米	10厘米	10毫米	2里	3尺	3寸

由长度单位及其换算关系，我们可以得出

面积单位换算表

	市制单位换算				公制单位换算				公制与市制换算	
名称	1平方里	1平方丈	1平方尺	1平方寸	1平方公里	1平方米	1平方分米	1平方厘米	1平方公里	1平方米
等量	22500平方丈	100平方尺	100平方寸	100平方分	1000000平方米	100平方分米	100平方厘米	100平方毫米	4平方里	9平方尺

二、地积单位及其换算

土地的面积叫地积，计算地积时所采用的单位叫地积单位。常用的有公制地积单位和市制地积单位两种。现将它们

的换算关系列表如下：

地 积 单 位 换 算 表

	市制地积单位			公制地积单位			公、市制地积换算			
名称	1 顷	1 亩	1 分	1 平方公里	1 公顷	1 公亩	1 平方公里	1 平方里	1 公顷	1 公亩
等量	100 亩	10分	10厘	100 公顷	100 公亩	10 公分	1500亩	375 亩	15亩	0.15 亩

地积计算一般通过面积计算求得。比如在丈量土地时，往往先得出田土的面积单位数，但在农业生产中经常用地积单位表示田土大小，因此必须搞清地积单位和面积单位之间的关系和换算方法。

市制单位规定　　1 亩 = 60平方丈 = 6000平方尺

公制单位规定　　1 公亩 = 100平方米

根据上面两个基本关系式和面积、地积单位换算表，我们可以得出下表。

地积单位与面积单位换算表

	市制换算			公制换算			公制、市制换算			
名称	1 亩	1 分	1 厘	1 公顷	1 公亩	1 公分	1 公顷	1 公亩	1 亩	1 平方米
等量	60平方丈	6 平方丈	60平方尺	10000平方米	100 平方米	10平方米	900平方丈	9 平方丈	$666\frac{2}{3}$平方米	0.0015亩

为什么 1 亩 = $666\frac{2}{3}$ 平方米呢？可从下式化出

1 亩 = 60平方丈 = 6000平方尺 = $\frac{6000}{9}$平方米 = $666\frac{2}{3}$

平方米

为什么1平方米=0.0015亩呢？可从下式化出

$$1\text{平方米}=9\text{平方尺}=\frac{9}{6000}\text{亩}=0.0015\text{亩}$$

将平方米数化成亩数，贫下中农常用“原数加半左移三”的口诀来计算。原数指平方米数，加半，就是再加上原数的一半，左移三，将小数点向左移三位。这句口诀用公式表达出来就是：

$$\text{亩数}=\text{面积的平方米数}\times(1+\frac{1}{2})\times\frac{1}{1000}$$

例如，一块土地的面积是1800平方米，把它折成亩数就是1800加它的一半900，得出2700，把小数点向左移三位即得出它的地积是2.7亩。写成式子是

$$1800\times(1+\frac{1}{2})\times\frac{1}{1000}=2.7(\text{亩})$$

第二节 常用面积公式

面积的形状是多种多样的，有正方形、长方形、梯形、圆形、弓形、纺锤形、荷叶形等等。在数学上为了便于研究，根据面积形状的特征，把面积分为规则形状的和不规则形状的两类。如正方形、长方形、梯形、圆等图形，具有一定的规律性，它们属于规则图形。规则图形的面积，可以直接按公式计算。纺锤形、荷叶形等属于不规则图形，不规则图形，一般先要转化为规则图形，再按公式计算其面积。

我们还可根据图形各边的特征把图形来分类，图形各边

都是直线（实际上是线段）的叫直线形；各边中至少有一条是曲线的叫曲线形。长方形、梯形、三角形等都是直线形；圆、弓形、扇形等属于曲线形。下面将有规则的直线形和曲线形面积公式分别介绍如下。

一、直线形面积公式

长方形、正方形、平行四边形、三角形、梯形和菱形是一组有规则的直线形的图形。

1. 长方形　四个角都是直角的四边形叫长方形，长方形的面积＝长×宽。

如果用S表示长方形面积，a、b分别表示长方形的长与宽，则

$$S=ab。$$

比如，当a＝3厘米，b＝2厘米，则S＝3×2＝6平方厘米。为什么长方形的面积等于长乘以宽呢？可以用摆正方形的方法来说明。

因为长3厘米，所以沿着长边在长方形内部一排可以摆3个平方厘米，因为宽2厘米，所以可以摆2行，于是可摆3×2＝6个平方厘米。即它的面积是6平方厘米。如图1—1。

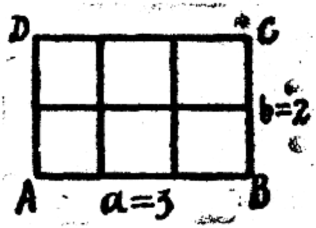

图1—1

当长方形的长边和宽边相等时则成正方形，所以正方形的面积公式是

$$S=a^2$$

式中S表示面积，a表示正方形边长。

2. 平行四边形　两组对边分别平行的四边形叫平行四边形。平行四边形的面积公式是

$$S = ah$$

式中，S表示面积，a和h分别表示平行四边形的底与高。如图1—2。

平行四边形面积公式可以从长方形面积公式中推导出来。我们可以用剪拼法来说明，把△ABE沿AE剪下来，拼到△DCF上，则平行四边形转化成长方形。因长方形面积＝AE×EF，所以平行四边形面积＝AE×BC＝ha（因BC＝EF）。

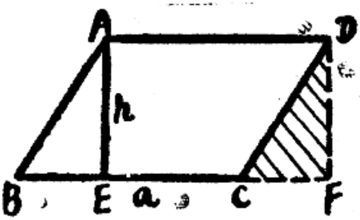

图1—2

3. 三角形　三条线段围成的图形叫三角形。三角形的面积公式是

$$S = \frac{1}{2}ah$$

式中，S表示面积，a与h分别表示三角形的底与高。三角形面积公式可以从平行四边形面积公式推出。因为连结平行四边形的一条对角线，就把平行四边形分成两个全等的三角形，因为平行四边形面积等于底乘以高，所以三角形面积等于底乘以高的一半。

4. 梯形　一组对边平行另一组对边不平行的四边形叫梯形。

梯形的面积公式是

$$S=\frac{1}{2}(a+b)h$$

其中，a、b分别表示梯形上、下底，h表示梯形的高。

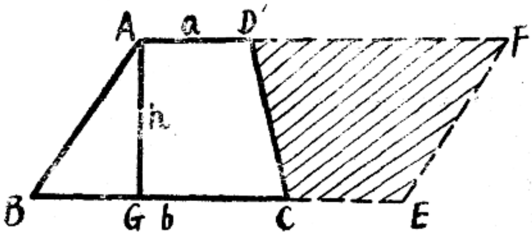

图1—3

梯形面积公式可由平行四边形面积公式推出，将两个全等的梯形按图1—3那样拼起来，便得到一个平行四边形，这个平行四边形面积 $=(AD'+D'F)\cdot AG=(a+b)h$，因为梯形面积是这个平行四边形面积的一半。所以得出梯形面积

$$S=\frac{1}{2}(a+b)h$$

5.菱形　四条边都相等的平行四边形叫菱形。菱形实质上是一种特殊的平四行边形，它的面积可按平行四边形面积公式进行计算。但菱形与一般平行四边形不同，它有四边

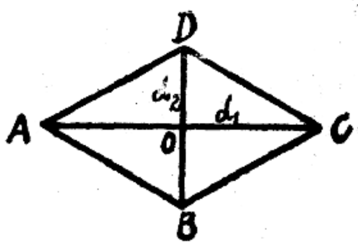

图1—4

相等的特殊性。因而它的面积公式还有一种形式是

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

这里d_1、d_2表示菱形的两条对角线AC、BD的长，如图1—4

毛主席教导我们：**“因为一切客观事物本来是互相联系的和具有内部规律的。”**上面六种图形，既有区别又有联系。有区别，是说各种图形具有不同的特点，因而它们的面积公式也有不同的形式。有联系，是说各种图形在一定的条件下可以相互转化。例如当梯形上底缩为一点时则梯形转化为三角形，这时梯形上底$a=0$，梯形面积公式$S=\frac{1}{2}(a+b)h$即是$S=\frac{1}{2}bh$。若将梯形上底拉长使之等于下底，则梯形转化为平行四边形，这时$a=b$，$S=\frac{1}{2}(a+b)h$即是$S=bh$。平行四边形若有一角是直角则是长方形，若有两邻边相等，则是菱形。由此可见，上述六种图形的面积公式可以用梯形面积公式统一起来。如果我们用c表示连结两对边（梯形则为两腰）中点的线段即中位线，h表示高，则上述六种图形的面积公式更可以在形式上統一起来。这个统一面积公式是

$$S=ch.$$

我们在学习时，应当运用辩证统一的观点，充分揭示它们的内部规律，既看到它们的区别，又看到它们的联系。这样我们掌握的知识才能牢固，运用才能灵活。

6.正多边形　各边相等各角也相等的多边形叫正多边

形。正多边形按其边数可分正三角形（即等边三角形）、正四边形（即正方形）、正五边形、正六边形等等。正多边形的面积计算在工农业生产中也常用到。

现在说明正n 边形的面积计算方法，图1—5画的是正六边形。

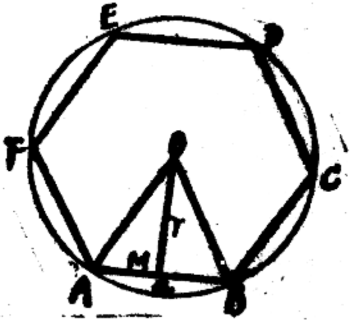

图1—5

把一个圆分成6等分，得出分点A、B、C、D、E、F，顺次用线段连结各分点便得正六边形，正n边形面积等于n个全等的三角形面积之和。

设正n边形边长AB＝a，边心距OM＝r，则正n边形的中心角$\angle AOB=\frac{360^\circ}{n}$， $\angle AOM=\frac{180^\circ}{n}$。

$$因为\ r=OM=AM\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}=\frac{a}{2}\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}$$

$$所以\triangle AOB\ 的面积=\frac{1}{2}AB\cdot OM=\frac{1}{2}a\cdot\frac{a}{2}\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}$$

$$=\frac{a^2}{4}\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}$$

因为，正n边形面积＝n个△AOB的面积

所以正n边形面积

$$S=\frac{1}{4}na^2\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}。$$

这里n表示边数，a表示边长。

正多边形面积公式也可写成

$S=\frac{1}{2}nar=\frac{1}{2}p\cdot r$

这里r表示边心距，p表示周长。

当 $n=6$ 时，$S=\frac{3}{2}a^2\mathrm{ctg}30^\circ=\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$

二、曲线形面积公式

曲线形指图形的各边至少有一条是曲线的。常见的有规则的曲线形有圆、扇形、弓形、环形等。

1.圆　圆是在三大革命运动中经常碰到的一种图形。在平面上要画一个圆，可以把圆规的一只脚固定在某点O，另一只脚绕它旋转一周，就画出一个圆。从画圆的过程中可以知道，圆上的每一点到定点O的距离都是相等的，这个距离R叫做圆的半径，O点叫做圆心。圆上任意两点间的部分叫做弧，连结圆上任意两点的线段叫做弦，经过圆心的弦叫做直径，显然，直径是半径的2倍。在任何一个圆中，圆的周长C与直径D之比是一常数，这个常数叫圆周率，用 π 表示。

$$\pi=\frac{C}{D}=\frac{C}{2R}=3.1416\text{（也取可}3.14\text{）}$$

怎样计算圆的面积？我们可以通过剪拼的方法推导出圆面积计算公式。把一个圆分成12等分，如图1—6，然后再拼成一个长方形（实际上是近似于长方形），如图1—7，这时长方形的长边等于半圆周 πR，宽边等于圆半径R。所以，长方形的面积 $=\pi R^2$，因为拼后所得的长方形面积和未剪时圆的面积相等，故得圆的面积公式

$$S=\pi R^2。$$

又因 $D=2R$，所以圆面积公式也可写成

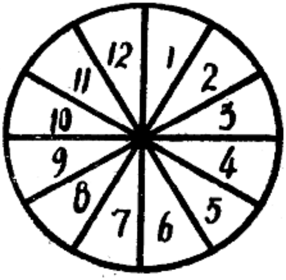

图 1—6

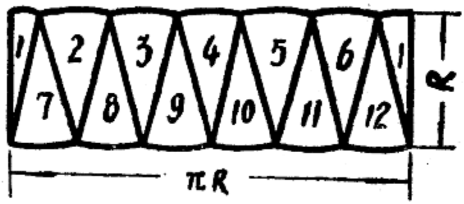

图 1—7

$$S=\frac{1}{4}\pi D^2$$

因为 $C=2\pi R$，所以 $R=\frac{C}{2\pi}$。知道圆的周长 C 则圆的面积公式也可写成

$$S=\frac{C^2}{4\pi}。$$

2.扇形　扇形是圆的一部分，它是由一段弧和过弧端点的两条半径所围成的图形。如图 1—8。

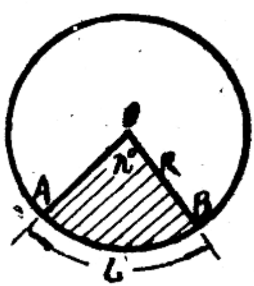

图 1—8

因为圆心角是 1°的扇形面积等于圆面积 πR^2 的$\frac{1}{360}$，所以圆心角是n°的扇形面积则等于 n 个$\frac{\pi R^2}{360}$即$\frac{n\pi R^2}{360}$，由此得到扇形面积公式是

$$S=\frac{n\pi R^2}{360}$$

如果扇形的圆心角用α弧度（等于半径的弧长叫1弧度的弧，1弧度的弧所对的圆心角叫1弧度的角）表示，因为$360°=2\pi$弧度，所以$\alpha=\frac{2\pi\cdot n}{360}=\frac{n\pi}{180}$弧度，又扇形的弧长$L=\alpha R$，所以扇形面积公式也可写成

$$S=\frac{\alpha R^2}{2}=\frac{1}{2}LR$$

3. 弓形　弓形也是圆的一部分。由一段弧和连结弧的两个端点的弦所围成的图形叫弓形。如图1—9中，$\overset{\frown}{ACB}$和弦AB所围成的图形即是弓形。弓形的面积可看作是扇形面积与三角形面积之差。

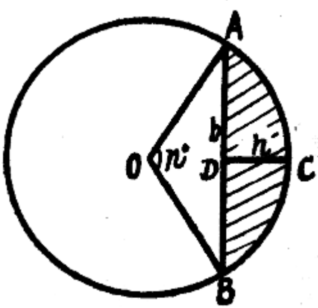

图1—9

如果$\overset{\frown}{ACB}$所对的圆心角是$n°$，圆的半径$OA=R$，则$\triangle AOB$的面积$=\frac{1}{2}R^2\cdot\sin n°$（根据三角知识可以推出），所以，弓形面积公式可用下式表示

$$S=\frac{n\pi R^2}{360}-\frac{1}{2}R^2\sin n°=\frac{R^2}{2}\left(\frac{n\pi}{180}-\sin n°\right)$$

在三大革命实践中，常常用下面的近似公式来计算弓形的面积

$$S=\frac{2}{3}hb+\frac{h^3}{2b}$$

式中b表示弓形的底边即弦长，如图1—9中的AB，h表示弓形的高，如图中CD。这个近似公式的证明比较复杂，牵涉知识面较广，此处从略。

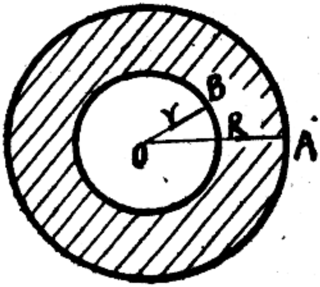

图1—10

4.圆环　两个半径不等的同心圆之间所夹的部分叫做圆环。如图1—10，圆环面积等于大圆面积与小圆面积之差。设大圆半径OA为R，小圆半径OB为r，则圆环面积公式如下：

$$S=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)$$
$$=\pi(R+r)(R-r)$$

圆、扇形、弓形、圆环等图形之间也有一定的关系。它们是整体和部分的关系。扇形和圆环是圆的部分，弓形又是扇形的部分。这四种图形在一定的条件下可以相互转化。扇形的中心角n°如果是360°时，扇形就转化成圆。因此圆可看作是扇形的特例。环形的内圆半径r＝O，圆环转化成圆，因此，圆也可看成是圆环的特例。半圆形既可看作扇形，又可看作弓形。掌握了它们的联系和区别，对它们的面积公式就不难理解了。

第三节　展开图的面积

在生产实践中，常常要计算物体表面积。工人师傅用铁皮做提桶、罐头盒、煤斗车，就得先计算提桶、罐头盒、煤斗车的表面积，以便合理下料，本节将常见立体的表面展开图及其表面积计算方法作一些介绍，以便使学得的知识更好地为三大革命运动服务。

一、多面体表面积

1.长方体表面积

长方体是常见的一种立体图形，如红砖、火柴盒、木箱等都是长方体。若用a、b、c分别表示长方体的长、宽、高，则长方体的表面积可按下式计算：

$$S=2(ab+bc+ac)$$

若长方体的长、宽、高相等，则长方体变成正方体，这时因为$a=b=c$，所以正方体的表面积

$$S=6a^2$$

长方体的立体图及其表面展开图如下图1—11

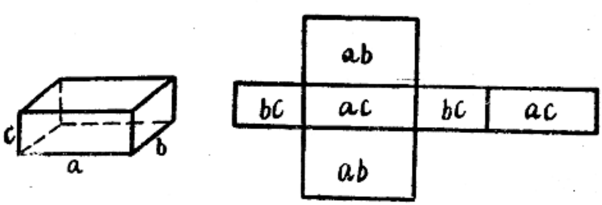

图1—11　长方体及其表面展开图