

受压容器设计资料

(译文集)

第二輯

上海化学工业设计院石油化工设备设计建设组

内 容 提 要

本资料系根据 1969 年“第一届国际压力容器会议论文集”有关文章
选译, 可供压力容器的设计、制造和科研人员参考。

受压容器设计资料(译文集)

(二)

上海化学工业设计院石油化工设备设计建设组

(上海南京西路 1856 号)

国 营 海 峰 印 刷 厂 印 刷

工本费: 0.50 元

毛主席语录

学习有两种态度。一种是教条主义的态度，不管我国情况，适用的和不适用的，一起搬来。这种态度不好。另一种态度，学习的时候用脑筋想一下，学那些和我国情况相适合的东西，即吸取对我们有益的经验，我们需要的是这样一种态度。

……一切外国的东西，如同我们对于食物一样，必须经过自己的口腔咀嚼和胃肠运动，送进唾液胃液肠液，把它分解为精华和糟粕两部分，然后排泄其糟粕，吸收其精华，才能对我们的身体有益，决不能生吞活剥地毫无批判地吸收。

目 录

1. 轴向对称边缘载荷作用下的厚壁圆筒分析	1
2. 大型高压容器顶盖	8
3. 压力容器顶盖的弹-塑性态	15
4. 夹套受压容器的应力分析	27
5. 用耳架或鞍座支承的圆筒压力容器的分析	39
6. 环箍加强的组合回转壳体的屈曲和振动：数字结果	46

轴向对称边缘载荷作用下的 厚壁圆筒分析

摘 要

对于在轴向对称边缘载荷作用下、曲面认为可以自由移动的厚壁圆筒,给出了三维的级数解。级数解的第一项与习用的薄壳理论相同,随后的各校正项用壁厚对半径之比的升幂级数来表示。用所介绍的理论解了几个实际问题,并且以其数字结果与根据薄壳理论的结果作了比较。

引 言

通常关于圆筒形壳不连续性的分析是根据薄壳理论的^[1],该薄壳理论与弹性基础梁具有同样的数学问题。如果壳比较薄,则由此理论得到的应力和位移的结果是相当精确的。

本文提出了适合于受轴向对称边缘载荷作用的厚壁圆筒的级数解。这个解依据三维弹性理论,并满足曲面上应力为零的边界条件。端面上的边界条件要分别作为单独的问题另作处理。每一列解中的第一项与薄壳理论是相同的;而随后的校正项用比值 C/R 的升幂级数来表示,其中 C 是壁厚的二分之一, R 是圆筒的平均半径。

以前已进行过一些有关的研究^[2,3,4]。资料[2,3]所得出的级数解可适用于曲面上所受载荷为已知的厚壁圆筒。资料[4]所介绍的研究实际上已开始了本文所进行的研究的第一步。

用本文所介绍的理论解了几个实际问题,并以其数字结果与根据习用的薄壳理论的结果作了比较。这些数字的比较指出了薄

壳理论(用于厚壁筒时)的误差范围。

薄 壳 理 论

虽然以前的解^[2,3]不能直接用于边缘载荷为已知,曲面可以自由移动的圆筒,然而可以把资料[2]的结果化为薄壳理论的解。这可以通过适当地选择表面载荷和系统地忽略高阶微量来实现。

参阅资料[2],选用圆柱坐标 (r, θ, x) ,设表面载荷(轴向对称的)为

$$\begin{aligned} r=a: \tau_{rr} &= -p(x) & \tau_{rx} &= 0 \\ r=b: \tau_{rr} &= -q(x) = p(x) & \tau_{rx} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

由此得

$$\begin{aligned} D(x) &= q - p = -2p(x) \\ S(x) &= q + p = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

圆柱坐标系 (r, θ, x) 需要化为通常的原点在中间面的薄壳坐标系 (x, θ, z) (图1)。显然

$$r = R + z = R \left(1 + \frac{z}{R} \right)$$

$$a = R - c = R \left(1 - \frac{c}{R} \right)$$

$$b = R + c = R \left(1 + \frac{c}{R} \right)$$

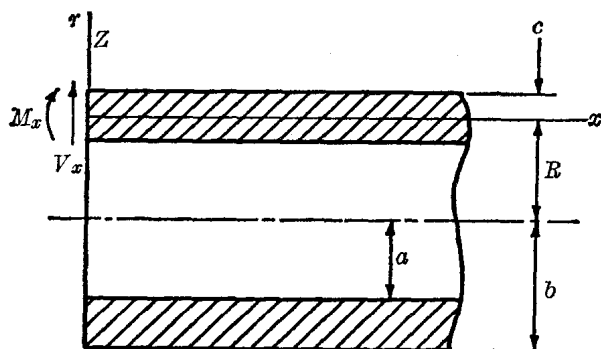


图1 圆筒的几何关系

通过简单的计算, 得到常数

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} = \frac{1}{4} \frac{R^3}{c} \left(1 - 2 \frac{c^2}{R^2} + \frac{c^4}{R^4} \right) \\ B &= \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} + \frac{1}{2} \frac{R}{c} \left(1 + \frac{c^2}{R^2} \right) \\ \log \frac{b}{a} &= 2 \frac{c}{R} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{c^2}{R^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} \frac{c^4}{R^4} + \dots \right) \end{aligned} \quad (4)$$

把式(2)和(4)以及类似的关系式代入应力和位移的表达式, 每一级数仅取前二项, 并系统地忽略高阶微量, 则可使结果大为简化。其径向位移为

$$\begin{aligned} \frac{E}{1+\nu} u_r &= 2p \left[-\frac{1}{2(1+\nu)} \frac{R^2}{c} \right]_0 \\ &\quad - 2\nu p''(0)_1 \end{aligned}$$

采用符号

$$w = (u_r)_{z=0} \quad (5)$$

由上式得

$$p = -\frac{E_c}{R^2} w \quad (6)$$

鉴于式(6), 应力分量成为

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= w(0)_0 + w''(0)_1 \\ \tau_{\theta\theta} &= w \left(\frac{E}{R} \right)_0 + w'' \left(-\frac{\nu E}{1-\nu^2} z \right)_1 \\ \tau_{xx} &= w(0)_0 + w'' \left(-\frac{E}{1-\nu^2} z \right)_1 \\ \tau_{rx} &= w'(0)_0 + w''' \left[\frac{E}{2(1-\nu^2)} \right. \\ &\quad \left. (z^2 - c^2) \right]_1 \end{aligned} \quad (7)$$

这些结果与承受轴向对称载荷的薄壁圆筒形壳体的习用理论是相同的^[1]。在薄壳理论中, 横向位移是由微分方程

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{3(1-\nu^2)}{R^2 c^2} w = 0 \quad (8)$$

和规定的边缘条件确定的。

三维基本方法

考虑到轴向对称, 并包括径向体积力 (body force) F_r 的三维弹性理论在圆柱坐标

中的(应力)场方程是二个平衡方程和四个协调方程^[2,5,6]。本文的级数解必须满足的方程式及边界条件是

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \tau_{rr} + \frac{\partial}{\partial x} \tau_{rx} + \frac{1}{r} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) + F_r &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \tau_{rx} + \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{1}{r} \tau_{rx} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tau_{rr} - \frac{2}{r^2} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \\ = -\frac{\nu}{1-\nu} \nabla \cdot \mathbf{F} - 2 \frac{\partial F_r}{\partial r} \\ \nabla^2 \tau_{\theta\theta} + \frac{2}{r^2} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) + \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \end{aligned}$$

$$= -\frac{\nu}{1-\nu} \nabla \cdot \mathbf{F} - 2 \frac{F_r}{r}$$

$$\nabla^2 \tau_{xx} + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = -\frac{1}{1-\nu} \nabla \cdot \mathbf{F}$$

$$\nabla^2 \tau_{rx} - \frac{1}{r^2} \tau_{rx} + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 s}{\partial r \partial x} = -\frac{\partial F_r}{\partial x} \quad (10)$$

$$r=a, b: \quad \tau_{rr} = \tau_{rx} = 0 \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ s &= \tau_{rr} + \tau_{\theta\theta} + \tau_{xx} \end{aligned} \quad (12)$$

体积力 F_r 可求得如下。图2表示一平衡圆筒的微元体; 令其在 x 方向的长度为单位长度。由径向力平衡得到

$$F_r r d\theta dr - (\tau_{\theta\theta} dr) d\theta = 0$$

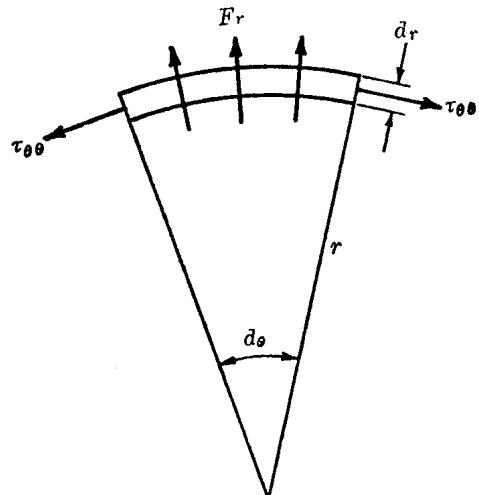


图2 微元体

由此得

$$F_r = \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \quad (13)$$

因为应力分量 $\tau_{\theta\theta}$ 与 w 有如式 $\tau_{\theta\theta} = \frac{Ew}{r}$ 的关系^[1], 因此

$$F_r = \frac{Ew}{r^2} \quad (14)$$

从而

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{F_r}{r} = -\frac{Ew}{r^2} \quad (15)$$

为以后应用本理论方便起见, 我们规定函数

$$\phi(x) = \frac{E}{R} w(x) \quad (16)$$

推导本文的级数解时所依据的基本方程之最终形式, 化为圆柱座标 (x, θ, z) , 是

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \tau_{rr} + \frac{\partial}{\partial x} \tau_{rx} + \frac{1}{r} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) + \frac{R}{r^2} \phi &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} \tau_{rx} + \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{1}{r} \tau_{rx} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \tau_{rr} - \frac{2}{r^2} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) \\ + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{4-3\nu}{1-\nu} \frac{R}{r^3} \phi \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \tau_{\theta\theta} + \frac{2}{r^2} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) \\ + \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial z} = -\frac{2-3\nu}{1-\nu} \frac{R}{r^3} \phi \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \tau_{xx} + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \\ = \frac{\nu}{1-\nu} \frac{R}{r^3} \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \tau_{rx} - \frac{1}{r^2} \tau_{rx} \\ + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial^2 s}{\partial z \partial x} = -\frac{R}{r^2} \phi' \end{aligned} \quad (18)$$

$$z = \pm c; \quad \tau_{rr} = \tau_{rx} = 0 \quad (19)$$

在上述各式中, 将应用下列级数

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} &= \frac{1}{R} \left(1 - \frac{z}{R} + \frac{z^2}{R^2} + \dots \right) \\ \frac{1}{r^2} &= \frac{1}{R^2} \left(1 - 2\frac{z}{R} + 3\frac{z^2}{R^2} + \dots \right) \\ \frac{1}{r^3} &= \frac{1}{R^3} \left(1 - 3\frac{z}{R} + 6\frac{z^2}{R^2} + \dots \right) \end{aligned} \quad (20)$$

推导和结果

将薄壳理论的应力分量式(7)表示为 $\phi(x)$, 则得

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= \phi[(0)_0] + R^2 \phi''[(0)_0] \\ \tau_{\theta\theta} &= \phi[(1)_0] \\ &\quad + R^2 \phi'' \left[\left(-\frac{\nu}{1-\nu^2} \frac{z}{R} \right)_0 \right] \\ \tau_{xx} &= \phi[(0)_0] \\ &\quad + R^2 \phi'' \left[\left(-\frac{1}{1-\nu^2} \frac{z}{R} \right)_0 \right] \\ \tau_{rx} &= R \phi'[(0)_0] + R^3 \phi''' \left\{ \left[\frac{1}{2} \frac{1}{1-\nu^2} \left(\frac{z^2}{R^2} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{c^2}{R^2} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

应注意在移项时作了调整。带有表示薄壳理论符号 $[\]_0$ 的式(21)是作为应力分量级数解的第一项。很容易看出, 如果(从式(17), (18), (19)的解中)略去在式(21)中出现的更小的项, 则(21)式中这些应力分量就是方程式(17, 18, 19)的解。某一项的大小可以用比值 c/R 或 z/R 的幂来判断。

显然, 函数 $\phi(x)$ 可以用微分方程

$$\frac{d^4 \phi}{dx^4} - \frac{3(1+\nu^2)}{R^2 c^2} \phi = 0 \quad (22)$$

和适当的边界条件来确定。

在以前的著作^[2,3,4]中, 用对载荷函数逐次求得的导数作为校正项, 而本文的级数解仅包含薄壳的解式(21)中的 ϕ, ϕ', ϕ'' 和 ϕ''' 。其原因是, 按式(22), ϕ''' 可以变换为 ϕ , 同样 $\phi^{(v)}$ 可以变换为 ϕ' , 等等。由于这个新的特性, 通过连续地并一致地保留比值 c/R 或 z/R 的幂直到较高次幂, 可以得到应力分量的级数解。例如, 用记号 $[\]_1$ 表示的第一个校正项, 是通过假定带有未知系数的适当的表达式而推导的。然后用基本方程(17, 18, 19)来确定这些未知数。 z/R 和 c/R 的幂连续保留到比在 $[\]_0$ 项中高一次。在确定 $[\]_2$ 项时, 类似的步骤再重复一次, 等等。

由式(22)可知, ϕ 与 $R^2 c^2 \phi'''$ 具有同一数量级; 而且这意味着 ϕ 与 $R c \phi''$ 是同一数量级的。同样, ϕ' 与 $R c \phi''$ 也是同一数量级。实际上, 式(21)证实了这些特性。

应力分量的级数解可以得到如下:

$$\begin{aligned}\tau_{rr} &= \phi \left\{ (0)_0 + (0)_1 + \left[-\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^2}{R^2} - \frac{c^2}{R^2} \right) \right]_2 + \dots \right\} + R^2 \phi'' \left\{ (0)_0 \right. \\ &\quad \left. + \left[-\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^2}{R^2} - \frac{c^2}{R^2} \right) \right]_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^3}{R^3} - \frac{c^2 z}{R^3} \right) \right]_2 + \dots \right\} \\ \tau_{\theta\theta} &= \phi \left[(1)_0 + \left(-\frac{1}{1-\nu} \frac{z}{R} \right)_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{2+\nu}{1-\nu} \frac{z^2}{R^2} - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right)_2 + \dots \right] \\ &\quad + R^2 \phi'' \left\{ \left(-\frac{\nu}{1-\nu^2} \frac{z}{R} \right)_0 \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^2}{R^2} - \frac{c^2}{R^2} \right) \right]_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[-\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{1}{3} \frac{4+\nu}{1+\nu} \frac{z^3}{R^3} - \frac{2+\nu}{1+\nu} \frac{c^2 z}{R^3} \right) \right]_2 + \dots \right\} \\ \tau_{xx} &= \phi \left[(0)_0 + \left(-\frac{\nu}{1-\nu} \frac{z}{R} \right)_1 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\nu}{1-\nu} \frac{z^2}{R^2} \right)_2 + \dots \right] \\ &\quad + R^2 \phi'' \left\{ \left(-\frac{1}{1-\nu^2} \frac{z}{R} \right)_0 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu^2} \frac{z^2}{R^2} + \frac{1}{6} \frac{2-\nu}{1-\nu^2} \frac{c^2}{R^2} \right)_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{1}{3} \frac{z^3}{R^3} - \frac{c^2 z}{R^3} \right) \right]_2 + \dots \right\} \\ \tau_{rx} &= R \phi' \left\{ (0)_0 + \left[\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^2}{R^2} - \frac{c^2}{R^2} \right) \right]_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[-\frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^3}{R^3} - \frac{c^2 z}{R^3} \right) \right]_2 + \dots \right\} \\ &\quad + R^3 \phi''' \left\{ \left[\frac{1}{2} \frac{1}{1-\nu^2} \left(\frac{z^2}{R^2} - \frac{c^2}{R^2} \right) \right]_0 \right. \\ &\quad \left. + \left[-\frac{1}{6} \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{z^3}{R^3} - \frac{c^2 z}{R^3} \right) \right]_1 \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&+ \frac{1}{12} \left(\frac{1}{2} \frac{4-\nu^2}{1-\nu^2} \frac{z^4}{R^4} - \frac{4-2\nu-3\nu^2}{1-\nu^2} \frac{c^2 z^2}{R^4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{4-4\nu-5\nu^2}{1-\nu^2} \frac{c^4}{R^4} \right)_2 \dots \Big\} \quad (23)\end{aligned}$$

如果需要, 用同样的方法可以得到这些级数解的更多的微量项。

通过利用应力-应变以及应变-位移关系计算得到位移分量。位移的前三项可以求得如下:

$$\begin{aligned}\frac{E}{R} u_r &= \phi \left\{ (1)_0 + \left(-\nu \frac{z}{R} \right)_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\nu}{2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^2}{R^2} - \frac{c^2}{R^2} \right) \right]_2 + \dots \right\} \\ &\quad + R^2 \phi'' \frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left\{ (0)_0 + \left(\frac{z^2}{R^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{5}{3} \frac{c^2}{R^2} \right)_1 - \frac{1}{3} \left[(1+\nu) \frac{z^3}{R^3} - (1+3\nu) \frac{c^2 z}{R^3} \right]_2 + \dots \right\} \\ \frac{E}{R} u_x &= \frac{1}{R} \{ \phi dx [(-\nu)_0 + (0)_1 + (0)_2 \\ &\quad + \dots] + R \phi' \left\{ \left(-\frac{z}{R} \right)_0 + \left(\frac{\nu}{2} \frac{z^2}{R^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{6} \frac{2-3\nu+3\nu^2}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right)_1 \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\nu}{6} \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\frac{z^3}{R^3} - 3 \frac{c^2 z}{R^3} \right) \right]_2 + \dots \right\} \\ \frac{E}{R} w &= \phi \left[(1)_0 + (0)_1 \right. \\ &\quad \left. + \left(-\frac{\nu}{2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right)_2 + \dots \right] \\ &\quad + R^2 \phi'' \frac{1}{2} \frac{\nu}{1-\nu} \left[(0)_0 \right. \\ &\quad \left. + \left(-\frac{5}{3} \frac{c^2}{R^2} \right)_1 + (0)_2 + \dots \right] \quad (24)\end{aligned}$$

式中 w 具有式(5)所规定的意义。

边缘条件

用通常的方法确定单位长度上的剪力 Q_x 和弯矩 M_x 。以图 1 所示的 Q_x 和 M_x 为正, 则得

$$\begin{aligned} Q_x &= - \int_{-c}^c \tau_{rx} dz \\ M_x &= - \int_{-c}^c \tau_{xx} z dz \end{aligned} \quad (25)$$

以式(23)的 τ_{rx} 和 τ_{xx} 代入, 并积分, 仅取前三项, 我们得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} Q_x &= R \phi' \left(\frac{2}{3} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c^3}{R^3} \right) \\ &+ R^3 \phi'' \left[\frac{2}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{c^3}{R^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2(4+3\nu)(1-2\nu)}{45(1-\nu^2)} \frac{c^5}{R^5} \right] \\ \frac{1}{R^2} M_x &= \phi \left(\frac{2}{3} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c^3}{R^3} \right) \\ &+ R^2 \phi'' \left[\frac{2}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \frac{c^3}{R^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4\nu}{15(1-\nu)} \frac{c^5}{R^5} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

再次仅取级数解的前三项, 则位移和(转角的)斜率成为

$$\begin{aligned} \frac{E}{R} w &= \phi \left(1 - \frac{\nu}{2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right) \\ &+ R^2 \phi'' \left(-\frac{5}{6} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right) \\ E \frac{dw}{dx} &= R \phi' \left(1 - \frac{\nu}{2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right) \\ &+ R^3 \phi''' \left(-\frac{5}{6} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c^2}{R^2} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

在解实际问题时, 每一边缘需要满足二个边界条件。必须在边缘规定的数值通常即是在式(26)和(27)中所讨论的。

可以用一般熟知的方法得到微分方程(22)中 $\phi(x)$ 的通解。这是

$$\begin{aligned} \phi &= e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) \\ &+ e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) \end{aligned} \quad (28)$$

式中:

$$\beta = \left[\frac{3}{4} \frac{(1-\nu^2)}{R^2 c^2} \right]^{1/4} \quad (29)$$

在边缘受载荷的长圆筒的情况下, 因为因子 $e^{\beta x}$ 趋向无限大, 我们得出结论

$$C_3 = C_4 = 0$$

因此, 式(28)化为

$$\phi = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) \quad (30)$$

对函数 ϕ 逐次求导数, 得到

$$\begin{aligned} \phi' &= -\beta e^{-\beta x} [(C_1 - C_2) \cos \beta x \\ &\quad + (C_1 + C_2) \sin \beta x] \\ \phi'' &= -2\beta^2 e^{-\beta x} [C_2 \cos \beta x \\ &\quad - C_1 \sin \beta x] \\ \phi''' &= 2\beta^3 e^{-\beta x} [C_1 + C_2] \cos \beta x \\ &\quad - (C_1 - C_2) \sin \beta x \end{aligned} \quad (31)$$

在末端的特殊情况

$$\begin{aligned} x=0 \quad \phi &= C_1 \quad \phi' = -\beta(C_1 - C_2) \\ \phi'' &= -2\beta^2 C_2 \quad \phi''' = 2\beta^3(C_1 + C_2) \end{aligned} \quad (32)$$

应 用

应用本文的级数解以解决实际问题的程序与应用薄壳理论相同。首先, 依据指定的边缘条件确定式(28)中常数 $C_1 \sim C_4$; 然后按方程(23)和(24)计算应力和变形的分量。在下面三个例子中, 每一例解只取其前三项, 且在每种情况下都假定泊桑比 $\nu = 0.3$ 。

问 题 (1)

一个半无限长圆筒, 其左端承受弯矩 M_0 。这里边缘条件为

$$x=0: \quad Q_x=0 \quad M_x=M_0 \quad (33)$$

利用式(26)和(32), 由这边缘条件得

$$\begin{aligned} &-\frac{2}{3} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c}{R} (C_1 - C_2) \\ &+ 2 \left[\frac{1}{3(1-\nu^2)} \right]^{1/2} \\ &\left[1 - \frac{(4+3\nu)(1-2\nu)}{15} \frac{c^2}{R^2} \right] (C_1 + C_2) \\ &= 0 \\ &\frac{2}{3} \frac{\nu}{1-\nu} \frac{c}{R} C_1 - 2 \left[\frac{1}{3(1-\nu^2)} \right]^{1/2} \\ &\left[1 + \frac{2\nu(1+\nu)}{5} \frac{c^2}{R^2} \right] C_2 = \frac{M_0}{C^2} \end{aligned} \quad (34)$$

在上式中, 应用了下列关系

$$\beta c = \left[\frac{3(1-\nu^2)}{4} \right]^{1/4} \left(\frac{c}{R} \right)^{1/2} \quad (35)$$

联立解出式(34)中的 C_1 和 C_2 , 我们得到

$$C_1 = \frac{1}{2} \left[3(1-\nu^2) \right]^{\frac{1}{2}} \frac{M_0}{c^2} \left[1 + \nu \left(\frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{R} - \frac{\nu(1+\nu)(6-\nu)}{15(1-\nu)} \times \frac{c^2}{R^2} \right]$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} \left[3(1-\nu^2) \right]^{\frac{1}{2}} \frac{M_0}{c^2} \left[1 - \nu \left(\frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{R} - \frac{\nu(1+\nu)(6-\nu)}{15(1-\nu)} \frac{c^2}{R^2} \right] \quad (36)$$

由式(27)得到, 最大的挠度 w 出现在 $x=0$ 处,

$$w_{\max} = \left(1 - 0.354 \frac{c}{R} - 0.351 \frac{c^2}{R^2} \right) 0.82614 \frac{RM_0}{Ec^2} \quad (37)$$

τ_{xx} 的最大值(绝对值)出现在 $x=0$, $z=-c$ 处, 求得为

$$(\tau_{xx})_{\max} = \left(1 + 0.433 \frac{c}{R} + 0.108 \frac{c^2}{R^2} \right) 1.5 \frac{M_0}{c^2} \quad (38)$$

在式(37)和(38)以及在计算下面例题所得的数值解中, 其第一项代表薄壳理论, 其余的是校正项。化简之, 式(37)和(38)可以表示成

$$w_{\max} = (1 + \alpha) 0.82614 \frac{RM_0}{Ec^2}$$

$$(\tau_{xx})_{\max} = (1 + \lambda) 1.5 \frac{M_0}{c^2} \quad (39)$$

校正系数 α 和 λ 如图 3 所示。

问 题 (2)

一个半无限长的圆筒, 其左端承受剪力 Q_0 。在这种情况下, 其边缘条件为

$$x=0: \quad Q_x = Q_0 \quad M_x = 0 \quad (40)$$

用类似用于解问题(1)的步骤, 得到

$$C_1 = \frac{1}{2} \left[3(1-\nu^2) \right]^{\frac{1}{2}} \frac{Q_0}{\beta c^2} \left[1 + \frac{4-9\nu-6\nu^2+\nu^3}{15(1-\nu)} \frac{c^2}{R^2} \right]$$

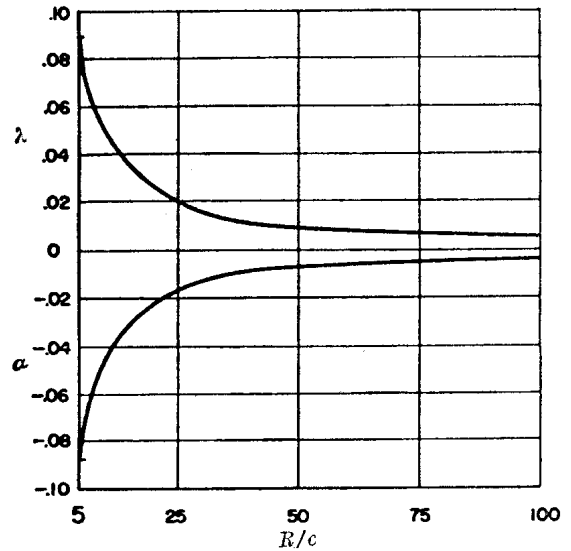


图 3 问题(1)的校正系数

$$C_2 = \frac{1}{2} \left[3(1-\nu^2) \right]^{\frac{1}{2}} \frac{Q_0}{\beta c^2} \left[\nu \left(\frac{1}{3} \times \frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{R} \right] \quad (41)$$

最大变形 w 发生在 $x=0$ 处, 其值为

$$w_{\max} = \left(1 - 0.0643 \frac{c^2}{R^2} \right) 0.82614 \frac{RQ_0}{E\beta c^2} \quad (42)$$

可以看出, 这种情况下, 在所有实际应用中, 相对于薄壳理论的校正都可以忽略。最大的

τ_{xx} 出现在 $\beta x = \frac{\pi}{4}$, $z=-c$ 处, 可以得到

$$(\tau_{xx})_{\max} = \left(1 + 0.433 \frac{c}{R} + 0.394 \frac{c^2}{R^2} \right) 0.48377 \frac{Q_0}{\beta c^2} \quad (43)$$

这个式子可以写成式(39)的形式, 其校正系数 λ 如图 4 所示。

问 题 (3)

本问题考虑一个无限长圆筒, 承受一环形载荷 P (圆周方向上单位长度所受的力)。令(座标)原点位于载荷截面上, 并根据用于解同类薄壳问题的理论^[1], 其边缘条件为

$$x=0: \quad Q_x = \frac{P}{2} \quad \frac{dw}{dx} = 0 \quad (44)$$

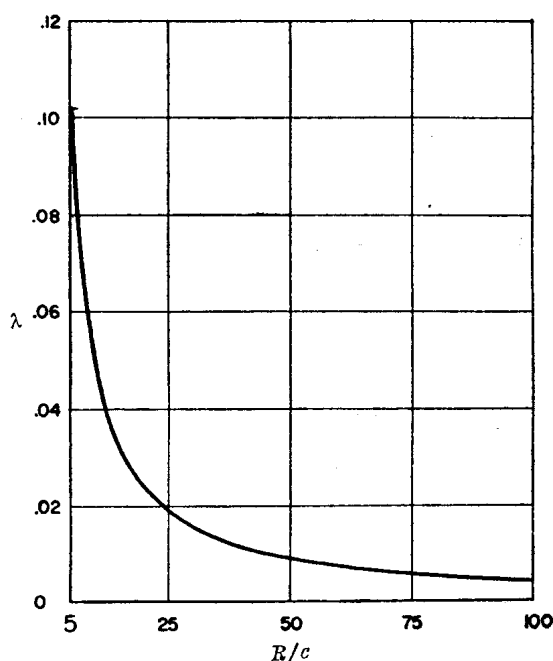


图4 问题(2)的校正系数

代入式(26)和(27), 我们得到

$$\begin{aligned}
 C_1 = & -\frac{1}{8} [3(1-\nu^2)]^{\frac{1}{2}} \frac{P}{\beta c^2} \left[1 \right. \\
 & - \frac{5\nu}{2} \left(\frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{R} \\
 & \left. + \frac{8-18\nu-27\nu^2-13\nu^3}{30(1-\nu)} \frac{c^2}{R^2} \right] \\
 C_2 = & -\frac{1}{8} [3(1-\nu^2)]^{\frac{1}{2}} \frac{P}{\beta c^2} \left[1 \right. \\
 & + \frac{5\nu}{2} \left(\frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{R} \\
 & \left. + \frac{8-18\nu-27\nu^2-13\nu^3}{30(1-\nu)} \frac{c^2}{R^2} \right] \quad (45)
 \end{aligned}$$

最大 w 出现在 $x=0$ 处, 其值为

$$\begin{aligned}
 w_{\max} = & - \left(1 + 0.061 \frac{c^2}{R^2} \right) \\
 & 0.20653 \frac{RP}{E\beta c^2} \quad (46)
 \end{aligned}$$

在此情况下, 对所有实际应用来说, 相对于薄壳理论的校正亦可以忽略。 τ_{xx} 的最大值出现在 $x=0, z=-c$ 处, 可以得到

$$\begin{aligned}
 (\tau_{xx})_{\max} = & \left(1 + 0.787 \frac{c}{R} \right. \\
 & \left. + 0.326 \frac{c^2}{R^2} \right) 0.3750 \frac{P}{\beta c^2} \quad (47)
 \end{aligned}$$

这个式子可以写成如式(39)的形式, 其校正系数 λ 如图5所示。

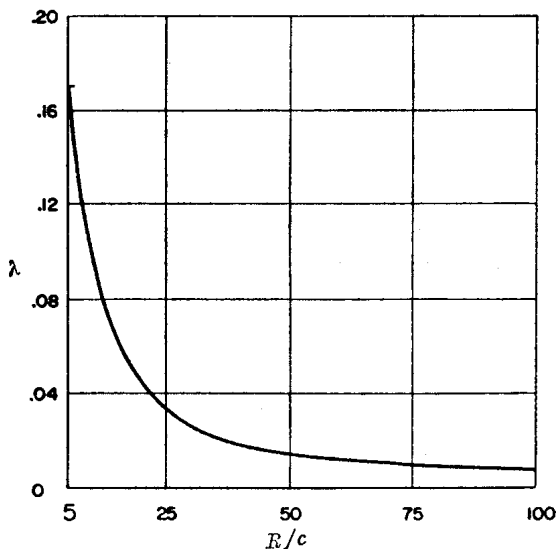


图5 问题(3)的校正系数

结 论

由上面所讨论的三个数字例子, 我们可以得到结论:

(1) 一般说来, 应力的校正(相对于薄壳理论)大于位移的校正。问题(2)和(3)中, $w_{\max}$ 的校正值都是可以忽略的微量。

(2) 在每一情况下, 薄壳理论(都)低估了应力。但是就位移而论, 薄壳理论在问题(1)和(2)中是偏高估计, 而在问题(3)中则是低估的。

(3) 在上面所讨论的数量中, 最大的校正系数出现在式(47)中。在此情况下, 可以看出, 对应于比值 c/R 为 $1/5$ 的校正是 17% , 而校正值 1% 对应的比值 c/R 约为 $1/80$ 。

(4) 可以用类似薄壳理论中所用的步骤进行不连续性应力的分析。首先, 用位移和斜率的连续性条件求得连接截面上的剪力和弯矩; 然后, 问题(1)和(2)的结果就可以直接应用。

(原文 I-31, 上海化工学院化机教研组 张东山译 琚定一校)

大型高压容器顶盖

摘 要

可拆的容器顶盖常常是平板式的或是带法兰的半球型。这两者在容器受压后都产生弯曲应力,并使得材料不能得到充分利用。本文提出的一种顶盖的设计方法是:在安装时让顶盖中有弯曲产生,但是在这阶段产生的弯曲应力及环向应力在压力升起时就逐步减小,直至整个球形盖仅仅承受均匀的压缩薄膜应力。

应用这种方法,材料可以得到最充分的利用。由于在设计条件下的应力性质,我们可以看到:

(1) 可以考虑用层板结构的顶盖,因此可以避免应用很厚的材料。

(2) 对于这种盖子脆性破坏或应力腐蚀破坏的可能性可以不考虑。

(3) 可以想象这种顶盖可用拉伸强度差而抗压强度大的材料(例如铸铁)来制造。

符 号

- E 杨氏模数(磅/吋²)
 σ 设计应力(磅/吋²)
 σ_1 安装后顶盖边缘中的径向应力(磅/吋²)
 σ_2 安装后顶盖边缘中的环向应力(磅/吋²)
 p 设计压力(磅/吋²)
 p_r 失去弹性稳定性的破坏压力(磅/吋²)
 t 顶盖厚度(吋)
 a 顶盖半径(垂直于容器轴线)(吋)
 R 顶盖球面原始半径(吋)
 R' 在压力 p 时,顶盖球面半径
 ϕ 顶盖所对的半角

- e 在压力 p 时,球面的应变
 Q 盖子上原始的径向负荷(磅/吋)
 δ 盖子原始的径向压缩(吋)

β
 K_1
 K_2 } 参考书^[4]上的常数

$$K_3 \left(K_2 + \frac{1}{K_1} \right)$$

$$K_4 \left(\frac{K_1 + K_2}{2} + \frac{1}{K_1} \right)$$

论 述

大部分压力容器的顶盖是平板类型的,在压力下受到很大的弯曲负荷。在大尺寸时,这种顶盖一般都是大型锻件,所以这种顶盖的尺寸实际上是有限制的。

有封闭端的容器,常用椭圆形、碟形或半球形顶盖,在与圆柱段相接的过渡区由于两者的“自由”形变不同,有弯曲应力产生。当端部用螺钉法兰做成可拆型时,由于法兰增加了径向刚度,所以弯曲应力将进一步增大。其结果是要求增加端盖厚度。这问题在参考文献[1]中讨论得很多。

本文目的是寻求一种方法使得具有最经济形状-即球形-的顶盖在设计条件下使用时,弯曲应力不致迭加到薄膜应力上去。

图1是一个扩大画出的整个圆球截面的形状,在没有外力时用1表示,在设计压力下用2表示。所要求的顶盖是××线下面的弓形。应注意,在压力下其开口的直径是减小的。为此在安装时应使顶盖预先变形(用3表示)到这样一个直径,当考虑到盖子及与其相配合的法兰的应变时,这盖子在设计压力下将变成一个真的球形。如果这样做得

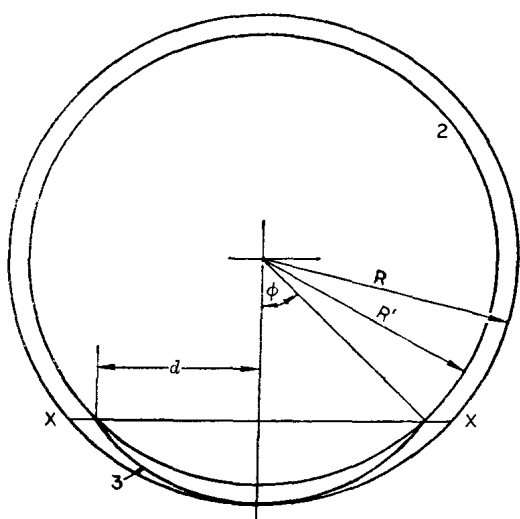


图1 基本原理图

成功的话，那么顶盖中的应力在这一工作点时将是纯薄膜应力。

产生必要的预变形的的方法可象伍德一布莱德雪奈德尔顶盖密封环那样，将盖子压入法兰开口内一个浅的锥槽内。因为这种式样的顶盖具有弹性，所以这一步骤是很容易实行的。在某些情况下由于顶盖的变形，在接触面上产生原始的密封力，而当压力升起后，盖子的薄膜应力又使得这密封力增加，

所以这种盖子实际上可同时作为密封环。

顶盖可用数种方法安装、定位。例如可用一个普通的带环形定位环的螺钉法兰。也可用参考文献[2]上所讲的那种弓形剖分式楔形环(见图2)。一个最好的方法，特别是对于大直径的顶盖，是S·M 乔根森设计的，表示在图4上。但是可以看出这方法本身并不能使顶盖压入法兰，所以同时还得用其他辅助方法来做到这一点。例如用一个外部压入螺钉，或者可能的话用如图5所示的半螺纹

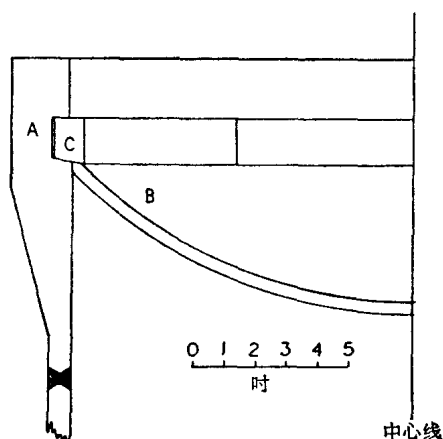


图2 用于设计压力为 1500 磅/吋² 的 22 吋人孔盖

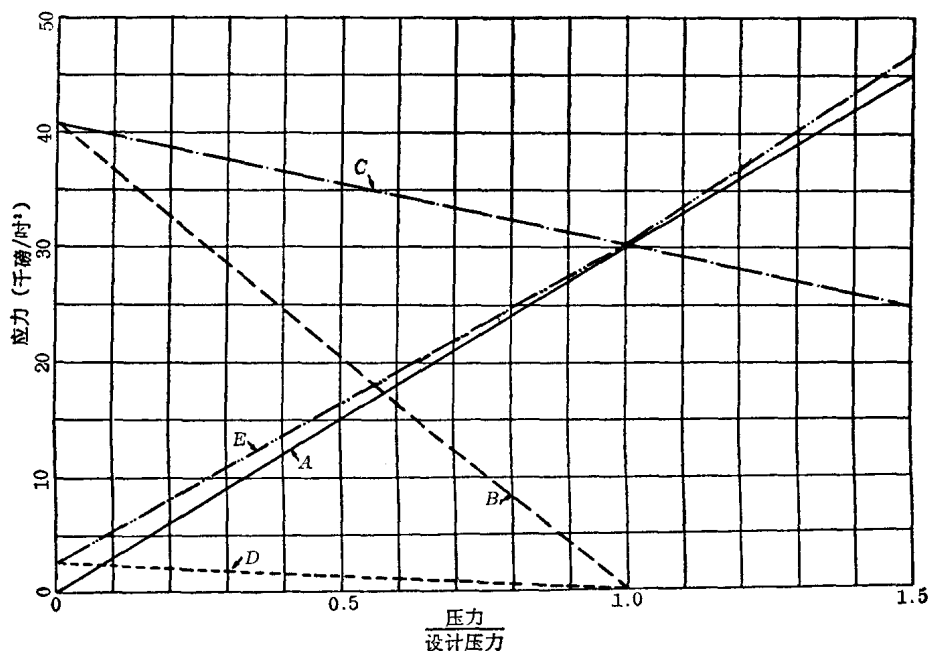


图3 22 吋人孔盖中的应力情况

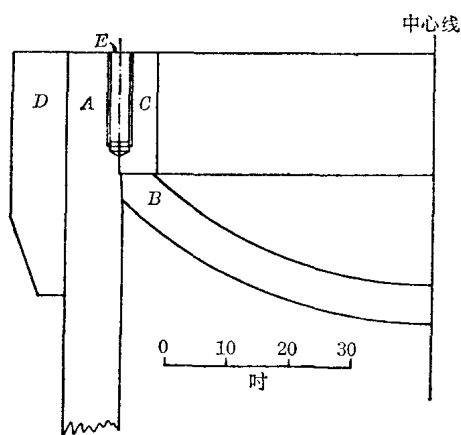


图4 设计压力为 5000 磅/吋²、
直径为 100 吋的顶盖

螺钉，这方法已经用于机器上剖分式锥形衬套的拆装上。注意，这盖子在图上画出的是其未完全装配好的情况。

附录 B 中所叙述的顶盖表示在图 2 上，画出了楔形环及法兰。虽然，对于这种尺寸及压力的顶盖可有很多好的设计方案，而且市场上也是现存的，但是本设计重量之轻却可以使得维修更方便，因为可以省去吊柱或其他起重器。此外如对于低压再设计附加的顶盖在经济上就很少或者没有利益了。材料需有较好的抗蚀性，因为对于这样薄的顶盖，如加上腐蚀裕量就会使重量相差很大。对于这样小的密封面，密封时就须要特别的注意。

在附录 C 中描述了一个相当重型的顶盖设计，并画在图 4 上。法兰套 D 是用来减少容器开口处径向应变的，可以用螺旋绕或层绕式结构或者用圆柱紧套式。与容器无须另设轴向联接。可以看到，这个顶盖可用市场有供应的六吋板制造，如果用平盖或用螺钉联接的半球形盖的话，两者都会要求非常大的锻件。

但是因为设计的基本目的是获得纯粹的薄膜应力，所以层板结构必然同样合适，而这也降低安装负荷。这时可用层板叠合或爆炸成型。这种顶盖画在图五上，注意其最里面的一层板延伸到密封面上以造成一个光

滑面。在有腐蚀情况下，仅这一层板须要用特殊的有合适抗蚀性的材料。

当然，在附录 C 的设计中看来用单层板可能更经济，但是在更高的直径—压力情况下将只可能采用层板结构。

此外一个相当有意义之处是：顶盖中的主应力不论在什么时候都是压应力，这就是说一种抗压强度高而抗拉差的材料也可用来制造盖子。铸铁、混凝土、玻璃都是可以考虑的。这点现在看来似乎是很远的幻想，但是可以想象得到，特别大的顶盖可以按罗马圆穹式或爱斯基摩圆屋式用楔形铸铁块等材料来制造。

可以看到，机械设计的进步常对冶金技术提出更高的要求，事实上大部分容器的破坏出于冶金方面的原因是远较机械设计方面为多的。在这里，我们可以有趣地指出：脆性破坏或应力腐蚀破裂的产生都是由于拉应力所引起。

因为盖子事实上是受外压的容器的一部分，所以必须考虑弹性失稳作为其破坏的一种形式。

应该注意，容器的法兰由于径向负荷会

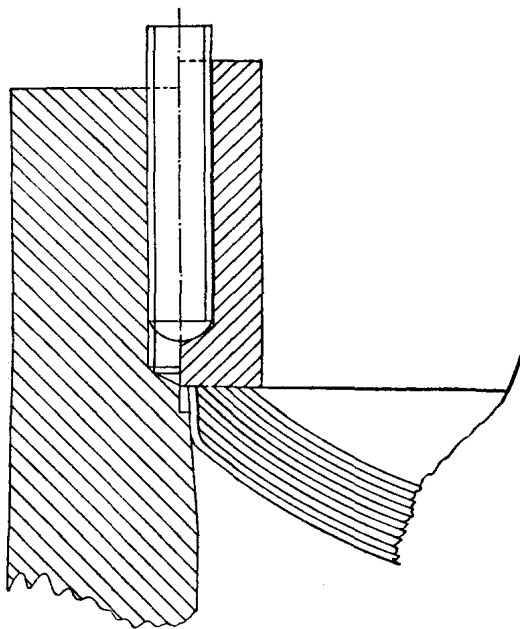


图5 层板结构

发生转动, 这转动以及顶盖边缘的转动是必须考虑的, 才能在法兰及盖子配合面上加工出准确的角度来。

附录 A

首先假设:

(1) 在全文中泊桑比取 0.3, 并已并入公式的系数中;

(2) 顶盖厚度与其球面半径相比为很小。

(3) 与顶盖子配合的容器法兰是不会扩张的。

这些因素可容易地计入一特定的计算中, 但是如果写成设计通式, 则表达式就会过于繁复。

考虑一个半径为 R 的球壳, 在受压力 p 时环向应力

$$\sigma = \frac{pR}{2t} \quad (1)$$

球壳的径向应变则为

$$e = \frac{0.7\sigma}{E} \quad (2)$$

$$\therefore R' = R(1-e) \quad (3)$$

现在要求出顶盖原始的径向压缩, 产生这压缩所需的径向负荷及环向、径向应力。

$$\delta = ae \quad (4)$$

由参考文献[4]得到下列表达式

$$\delta = \frac{Q\beta R \sin^2 \phi K_3}{Et}$$

$$\therefore Q = \frac{Etae}{\beta R \sin^2 \phi K_3} \quad (5)$$

用下列表达式

$$a = R' \sin \phi = R \sin \phi$$

$$e = \frac{0.35 pR}{Et}$$

$$\beta = 1.286 \sqrt{\frac{R}{t}} \quad (6)$$

代入(5)式

$$\therefore Q = \frac{0.272 p \sqrt{Rt}}{K_3 \sin \phi}$$

$$\sigma_1 = \frac{Q \cos \phi}{t}$$

$$= \frac{0.272 p \sqrt{R} \cot \phi}{K_3 \sqrt{t}} \quad (7)$$

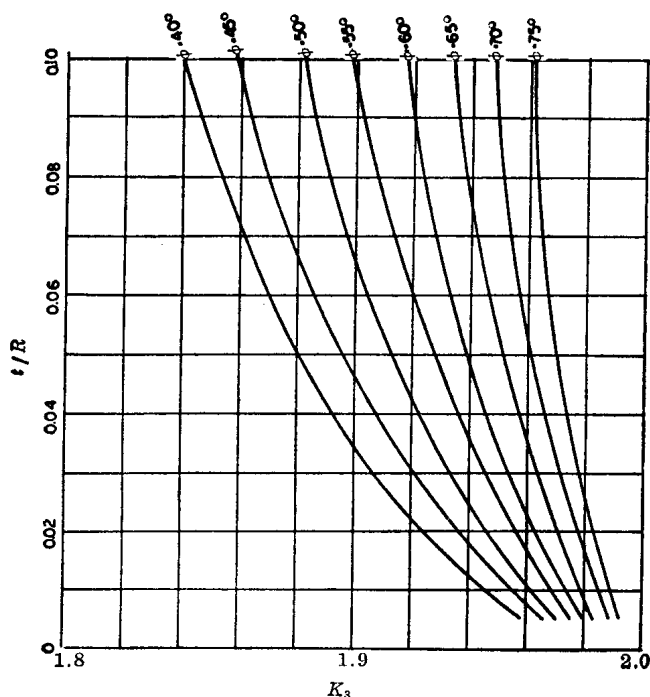


图6 函数 K_3

$$\sigma_2 = \frac{Q \beta K_4 \sin \phi}{t}$$

$$= \frac{0.35 p R K_4}{K_3 t} \quad (8)$$

K_3, K_4 的值可从图上查得 (见图 6, 7)

顶盖的稳定性必须考虑, 据著者所知, 对于 t/R 数值在一般使用范围内的球盖没有满意的公式。但是可以安全地假定顶盖与同半径的圆球相比是在更高的压力下才失稳, 而用于后者的公式可从参考文献 [5] 中得到

$$P_f = \frac{0.365 E t^2}{R^2} \quad (9)$$

对于很薄的壳体, t/R 在 0.0025 ~ 0.0005 之间时, 是有一个公式的 (文献 [6]), 虽然后者已在本文范围之外, 计算数字仍在括号中写出。

$$P_f = [1 - 0.00875(\phi - 20)]$$

$$\left[1 - 0.000175 \left(\frac{R}{t} \right) \right] (0.3 E) \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (9a)$$

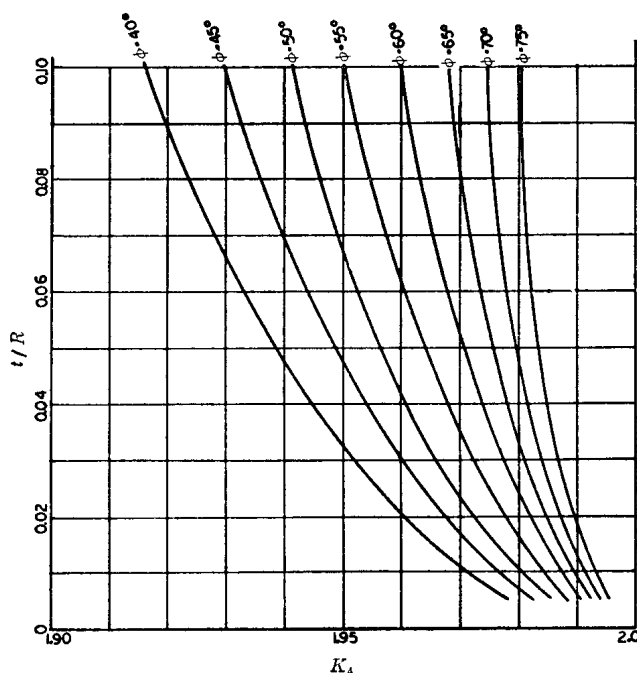


图 7 数 函 K_4

附 录 B

考虑一个人孔盖的设计。有下列数据:

$$a = 11 \text{ 吋}$$

$$R = 30 \times 10^6 \text{ 磅/吋}^2$$

$$\sigma = 30000 \text{ 磅/吋}^2$$

$$p = 1500 \text{ 磅/吋}^2$$

$$\phi = 45^\circ$$

设法兰处的容器壁厚为 2 吋

$$\frac{t}{R} = \frac{p}{2\sigma} = \frac{1500}{2 \times 30000} = 0.025 \quad (10)$$

$$R' = 1.4142 \times 11 = 15.556 \text{ 吋}$$

$$\therefore R = \frac{15.556}{1 - 7 \times 10^{-4}} = 15.567 \text{ 吋} \quad (11)$$

$$t = 0.390 \text{ 吋} \quad (12)$$

$$Q = \frac{0.272 \times 1500 \sqrt{15.567 \times 0.390}}{1.928 \times 0.7071}$$

$$= 736 \text{ 磅/吋} \quad (13)$$

$$\sigma_1 = \frac{736}{0.390 \times 1.4142}$$

$$= 1,337 \text{ 磅/吋}^2 \quad (14)$$

$$\sigma_2 = \frac{736 \times 1.964 \times 1.286 \sqrt{40}}{0.390 \times 1.4142}$$

$$= 21,380 \text{ 磅/吋}^2 \quad (15)$$

$$\delta = 11 \times 7 \times 10^{-4} = 0.0077 \text{ 吋} \quad (16)$$

$$P_r = \frac{0.365 \times 30 \times 10^6}{40^2} \\ = 6850 \text{ 磅/吋}^2 \quad (4380) \quad (17)$$

现在考虑容器法兰的径向伸张。这是两个分量的和，一个是容器内压引起的，另一个是由于顶盖本身产生的径向负荷引起的。

由于内压：

径向位移

$$= \frac{11.75}{30 \times 10^6} \left[\frac{1500 \times 11.75(1-0.15)}{2} \right] \\ = 0.00294 \text{ 吋} \quad (18)$$

由于顶盖负荷：

由顶盖产生的径向负荷

$$= \frac{30000 \times 0.390}{1.4142} = 8290 \text{ 磅/吋}$$

自文献 [7] 得到

$$\text{径向位移} = 0.0042 \text{ 吋} \quad (19)$$

$$\text{所以总的位移为 } 0.0071 \text{ 吋} \quad (20)$$

因此假如要顶盖在设计压力下得到真的圆球形，那么就必须有一个原始压缩量 0.0148 吋，即顶盖和围着它的容器法兰径向变形的总和。这将使顶盖中分别有 41000 和 2560 磅/吋² 的初始环向及径向应力。径向应力很明显是不重要的，而环向应力也是许可的。因为设计应力不会小于材料屈服强度的 $\frac{2}{3}$ ，即是说，屈服应力总会大于 45000 磅/吋²。

在压力达到 1.5 倍设计压力时顶盖中的应力情况示于图 3。顶盖中心的应力与压力在顶盖中引起的薄膜应力相同，如线 A 所示。

在顶盖边缘将产生最大的环向应力，包括如下两部分：

(1) 压力引起的薄膜应力。它在压力为零时是等于零，而在设计压力时等于设计应力(A线)；

(2) 由初始径向压缩引起的环向应力，在压力为零时等于 41000 磅/吋²(压缩应力)，而在设计压力时则减小到零(如 B 线所示)。

这两部分的合力如 C 线所示。它表明了在设计压力下降低到设计应力并当顶盖受到超压时继续降低的一些特别性质。

顶盖边上的径向应力也同样是由两部分组成：

(1) 压力引起的薄膜应力如 A 线所示。

(2) 由于初始径向压缩产生的径向应力(部分如 D 线所示，初始时在凸出面上为拉应力，在内凹面上则为压应力)。

合力以点划线 E 表示，它表示出任何时候的最大应力，这应力是压应力。

这里可指出，按表达式(17)算得的弹性失稳破坏时的压力，远远大于设计压力及可能遇到的静压试验压力。

如顶盖用钢制造，整个顶盖的重量大约为 49.5 磅。

附录 C

考虑一个高压容器顶盖的设计，有下列数据。

$$a = 50 \text{ 吋}$$

$$E = 30 \times 10^6 \text{ 磅/吋}^2$$

$$\sigma = 30000 \text{ 磅/吋}^2$$

$$p = 5000 \text{ 磅/吋}^2$$

$$\phi = 45^\circ$$

$$\frac{t}{R} = \frac{5000}{2 \times 30000} = 0.0833 \quad (21)$$

$$R' = 1.4142 \times 50 = 70.71 \text{ 吋} \quad (22)$$

$$R = \frac{70.71}{1 - 7 \times 10^{-4}} = 70.76 \text{ 吋} \quad (23)$$

$$t = 5.897 \text{ 吋} \quad (24)$$

$$Q = \frac{0.272 \times 5000 \sqrt{70.76 \times 5.897}}{1.867 \times 0.7071} \\ = 21000 \text{ 磅/吋} \quad (25)$$

$$\sigma_1 = \frac{21000}{5.897 \times 1.4142} \\ = 2520 \text{ 磅/吋}^2 \quad (26)$$

$$\sigma_2 = \frac{0.35 \times 5000 \times 70.76 \times 1.935}{5.897 \times 1.867} \\ = 21800 \text{ 磅/吋}^2 \quad (27)$$