高等混合算學

上卷

美國梧茲　巴雷原著

長沙易俊元譯述

商務印書館發行

A COURSE IN MATHEMATICS

VOLUME I

By

WOODS AND BAILEY

Translated by

I TSÜN YÜAN

1st ed., Dec., 1925　　2d ed., Oct., 1926

Price: $2.80, postage extra

THE COMMERCIAL PRESS, LIMITED

SHANGHAI, CHINA

中華民國十四年十二月初版
中華民國十五年十月再版

◎(高等混合算學二冊)
(上卷定價大洋貳元捌角)
(外埠酌加運費滙費)

原著者　美國梧茲・美國巴雷

譯述者　長沙易俊元

發行者　商務印書館

印刷所　上海北河南路北首寶山路 商務印書館

總發行所　上海棋盤街中市 商務印書館

分售處　北京 天津 保定 奉天 吉林 龍江 濟南 太原 開封 西安 南京 杭州 蘭谿 安慶 蕪湖 南昌 九江 漢口 商務印書分館 長沙 常德 衡州 成都 重慶 廈門 福州 廣州 潮州 香港 梧州 雲南 貴陽 張家口 新嘉坡

例言

一、本書原著者爲美國麻省理工大學算學教授梧茲(Woods)巴雷(Bailey)二氏.係取高等代數解析幾何微積分微分方程式數種混合編成.其編制惟取貫串.不限畛域.爲最近算學界中不可多得之作.至於圖例宏富.述理明顯.尤合於大多數學者之心理.

一、本書分上下兩卷.上卷爲高等代數平面解析幾何及微分.下卷爲積分立體解析幾何及微分方程式.惟亦無截然之界限可尋.一依學者之程度及教材之關係而定.大概上卷可分爲六段.(1)消去法及行列式(2)函數之圖解.(3)代數多項式.(4)代數多項式之通論.(5)越函數.(6)曲綫之通徑表示極坐標曲率.下卷約可分爲三段.(1)含一變數之函數之積分法.(2)含二以上之變數之函數.(3)級數複數微分方程式.

一、原書期合於工科大學之用.故對於應用問題較他書爲詳.圖例尤多.

一、本書倉卒付梓.譯者自知難免錯誤.尚祈海內博學諸君有以教之.

一、譯者對於本書之成.得摯友郭君鍾富之襄助不少.附識於此.以致感謝.

長沙易俊元識

高等混合算學

上卷目錄

第一章 消去法

第二章 圖解

第三章 一次多項式

第四章 n 次多項式

第五章　多項式之微係數

第六章 數種函數及其圖形

第七章 數種曲線及其方程式

第八章　相交曲線

第九章　代數函數之微分法

第十章 坐標軸之變換

第十一章 二次方程式之通論

第十二章　切線對極線及二次曲線之直徑

第十三章　越函數

第十四章　曲線之通徑表示

第十五章　極坐標

第十六章 曲率

高等混合算學上卷

第一章　消去法

1. 行列式之記法 *(Determinant Notation)*　消去法爲從二元或二元以上諸方程式中.得一個或數個含未知數較少之方程式.所移去之量.名爲被其消去.凡解方程式之要義.即在於消去所有之未知數.而僅存其一.今由消去法.可導諸未知數之係數以組成某種之式.因而得一特殊之名稱及其相當之記法.此章專就一次方程式而論.在此種方程式中.均無含多於一元及高於一次之項者.

例 1.
$$\begin{aligned} a_1x+b_1y+c_1&=0,\\ a_2x+b_2y+c_2&=0. \end{aligned} \qquad (1)$$

欲消去 y. 可先以 b_2 乘第一式.再以 $-b_1$ 乘第二式加之.如欲消去 x. 當先以 $-a_2$ 乘第一式.再以 a_1 乘第二式加之.結果爲

$$\begin{aligned} (a_1b_2-a_2b_1)x+(c_1b_2-c_2b_1)&=0,\\ (a_1b_2-a_2b_1)y+(a_1c_2-a_2c_1)&=0. \end{aligned} \qquad (2)$$

除非 $a_1b_2-a_2b_1=0$. 方程式(2)即爲(1)之解答.惟如 $a_1b_2-a_2b_1=0$. 則用此法消去 y. 同時亦消去 x. 此當另行討論.見下第六節中.

例 2.
$$\begin{aligned} a_1x+b_1y+c_1z+d_1&=0,\\ a_2x+b_2y+c_2z+d_2&=0,\\ a_3x+b_3y+c_3z+d_3&=0. \end{aligned} \qquad (1)$$

欲消去 y 與 z.可先以$(b_2c_3-b_3c_2)$乘第一式.以$-(b_1c_3-b_3c_1)$乘第二式.以$(b_1c_2-b_2c_1)$乘第三式.再求其和.結果爲

$$[a_1(b_2c_3-b_3c_2)-a_2(b_1c_3-b_3c_1)+a_3(b_1c_2-b_2c_1)]x$$
$$+[d_1(b_2c_3-b_3c_2)-d_2(b_1c_3-b_3c_1)+d_3(b_1c_2-b_2c_1)]=0,$$

或 $$(a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3-a_3b_2c_1)x$$
$$+(d_1b_2c_3+d_2b_3c_1+d_3b_1c_2-d_1b_3c_2-d_2b_1c_3-d_3b_2c_1)=0. \qquad (2)$$

欲消去 x 與 z.可先以$-(a_2c_3-a_3c_2)$乘第一式.以$(a_1c_3-a_3c_1)$乘第二式.以$-(a_1c_2-a_2c_1)$乘第三式.再求其和.結果爲

$$(a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3-a_3b_2c_1)y$$
$$+(a_1d_2c_3+a_2d_3c_1+a_3d_1c_2-a_1d_3c_2-a_2d_1c_3-a_3d_2c_1)=0. \qquad (3)$$

欲消去 x 與 y.可先以$(a_2b_3-a_3b_2)$乘第一式.以$-(a_1b_3-a_3b_1)$乘第二式.以$(a_1b_2-a_2b_1)$乘第三式.再求其和.結果爲

$$(a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3-a_3b_2c_1)z$$
$$+(a_1b_2d_3+a_2b_3d_1+a_3b_1d_2-a_1b_3d_2-a_2b_1d_3-a_3b_2d_1)=0. \qquad (4)$$

除$a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3-a_3b_2c_1=0$.則方程式(2)(3)(4)卽爲(1)之解答.此式之例外.亦於第六節中論之.

解例1所得之二項式.名爲二次行列式.記號如

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

卽用以表示行列式$a_1b_2-a_2b_1$.故例1之方程式可書爲

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x+\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}=0, \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}y+\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}=0.$$

解例2所得之多項式.名爲三次行列式.記號如

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

即用以表示 $a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3-a_3b_2c_1$.故例 2 之方程式可書爲

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} z + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} = 0.$$

由例 2 得

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

此卽可用作三次行列式之定義.

同樣四次行列式以記號表之爲

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}.$$

此式爲等於

$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} - a_4 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}.$$