

2005
试题与研究
“金六月”丛书

2005年
高考冲刺压轴金卷

高考数学（文）

 大象出版社

SHITI YU YANJIU SHITI YU YANJIU

2005 年高考冲刺压轴金卷

数学试题(文一)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

(1) 若非空数集 $A = \{x|2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$, $B = \{x|3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq B$ 成立的所有 a 的集合是()

(A) $\{a|1 \leq a \leq 9\}$

(B) $\{a|6 \leq a \leq 9\}$

(C) $\{a|a \leq 9\}$

(D) \emptyset

(2) 不等式 $\frac{|x-1|}{x+2} > 0$ 的解集是()

(A) $\{x|x > -2\}$

(B) $\{x|x < -2\}$

(C) $\{x|-2 < x < 1 \text{ 或 } x > 1\}$

(D) $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$

(3) 若点 $P(3, 4), Q(a, b)$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 对称, 则()

(A) $a = 1, b = -2$

(B) $a = 2, b = -1$

(C) $a = 4, b = 3$

(D) $a = 5, b = 2$

(4) $y = x^2 + x - 2$ 在点 M 处切线斜率为 3, 则点 M 的坐标为()

(A) $(0, -2)$

(B) $(1, 0)$

(C) $(0, 0)$

(D) $(1, 1)$

(5) 已知直线 m, n , 平面 α, β, γ , 则 $\alpha \perp \beta$ 的一个充分不必要条件为()

(A) $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$

(B) $\alpha \cap \beta = m, n \perp m, n \subset \beta$

(C) $m // \alpha, m \perp \beta$

(D) $m // \alpha, m // \beta$

(6) 抛物线 $y^2 = 4x$ 按向量 e 平移后的焦点坐标为 $(3, 2)$, 则平移后的抛物线顶点坐标为()

(A) $(4, 2)$

(B) $(2, 2)$

(C) $(-2, -2)$

(D) $(2, 3)$

(7) 某电视台在因特网上就观众对其某一节目的喜爱程度进行调查, 参加调查的人数为 20000 人, 其中持各种态度的人数如右表所示. 电视台为了了解观众的具体想法和意见, 打算从

中抽选出 100 人进行更为详细的调查, 为此要进行分层抽样, 那么在分层抽样时, 每类人中各应抽选出的人数近似为()

最喜爱	喜爱	一般	不喜欢
4817	7188	6392	1603

- (A) 25, 25, 25, 25 (B) 24, 36, 32, 8
(C) 20, 40, 30, 10 (D) 48, 72, 64, 16

(8) 函数 $f(x) = \cos^2(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) + \sin^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}) - 1$ 是()

- (A) 周期为 π 的奇函数 (B) 周期为 π 的偶函数
(C) 周期为 2π 的奇函数 (D) 周期为 2π 的偶函数

(9) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 是 AA_1 的中点, E 是 BB_1 上的点, 则 $PE+EC$ 的最小值是()

- (A) 2 (B) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (D) $\sqrt{3}$

(10) 若 $f(x)$ 是偶函数, 且当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = x - 1$, 则不等式 $f(x-1) > 1$ 的解集是()

- (A) $\{x | -1 < x < 3\}$ (B) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$
(C) $\{x | x > 2\}$ (D) $\{x | x > 3\}$

(11) $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, (例如 $[5.5] = 5, [-5.5] = -6$), 则不等式 $[x]^2 - 5[x] + 6 \leq 0$ 的解集是()

- (A) (2, 3) (B) [2, 4) (C) [2, 3] (D) [2, 4]

(12) 在如图的表格中, 每格填上一个数字后, 使每一横行成等差数列, 每一纵行成等比数列, 则 $a+b+c$ 的值为()

1		2		
0.5		1		
		a		
			b	
				c

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 将正确答案填在横线上)

(13) 若向量 $d = (a \cdot c) \cdot b - (a \cdot b) \cdot c$, 则 a 与 d 的夹角是_____.

(14) 若 $(x^2 + \frac{1}{x^2})^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的展开式中, 只有第四项系数最大, 那么这个展开式中的常数项是_____.

(15) 将大小不同的两种钢板截成 A、B 两种规格的成品, 每张钢板可同时截得这两种规格的成品的块数如右表所示. 若现在需要 A、B 两种规格的成品分别为 12 块和 10 块, 则至少需要这两种钢板共_____张.

	规格类型	A 规格	B 规格
钢板类型			
第一种钢板		2	1
第二种钢板		1	3

(16) 霓虹灯的一个部位由七个红色小灯泡组成(如图), 现设计每次变换只闪亮其中三个灯泡, 且相邻两个不同时亮, 则一共可呈现_____种不同的变换形式(用数字作答).



三、解答题(本大题共6小题,满分74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

(17) (本小题满分12分)

已知向量 $\mathbf{a}=(1+\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\mathbf{b}=(1-\cos \beta, \sin \beta)$, $\mathbf{c}=(1,0)$, 其中 $\alpha \in(0, \pi)$, $\beta \in(\pi, 2 \pi)$.

若 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 的夹角为 θ_1 , \mathbf{b} 与 \mathbf{c} 的夹角为 θ_2 , 且 $\theta_1-\theta_2=\frac{\pi}{6}$, 求 $\sin \frac{\alpha-\beta}{4}$ 的值.

(18) (本小题满分 12 分)

$$\text{设 } f(x) = x^3 - \frac{x^2}{2} - 2x + 5.$$

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $x \in [-1, 2]$ 时, $f(x) < m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

(19)(本小题满分 12 分)

甲、乙队进行篮球总决赛,比赛规则为:七场四胜制,即甲或乙队,谁先累计获胜四场比赛时,该队就是总决赛的冠军,若在每场比赛中,甲队获胜的概率均为 0.6,每场比赛必须分出胜负,且每场比赛的胜或负不影响下一场比赛的胜或负.

(I)求甲队在第五场比赛后获得冠军的概率;

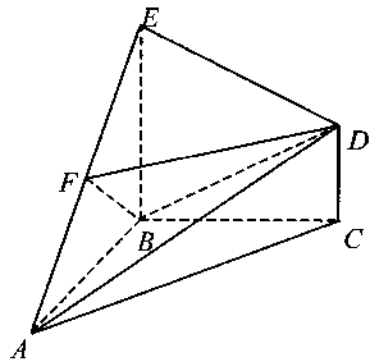
(II)求甲队获得冠军的概率.

(20)(本小题满分12分)

如图,在几何体 $ABCDE$ 中, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, BE 和 CD 都垂直于平面 ABC , 且 $BE = AB = 2$, $CD = 1$, 点 F 是 AE 的中点.

(I) 求证: $DF \parallel$ 平面 ABC ;

(II) 求 AB 与平面 BDF 所成角的大小.



(21)(本小题满分12分)

已知点 A 、 B 的坐标分别为 $(0, -2\sqrt{3})$ 、 $(0, 2\sqrt{3})$, 曲线 C 上任意一点 P 满足 $|\overrightarrow{PA}|^2 - |\overrightarrow{PB}|^2 = 8(|\overrightarrow{PA}| - |\overrightarrow{PB}|) \neq 0$.

(I) 求曲线 C 的方程;

(II) 已知点 $Q(0, -5)$, 轨迹 C 上是否存在满足 $\overrightarrow{MQ} \cdot \overrightarrow{NQ} = 0$ 的 M, N 两点? 证明你的结论.

(22)(本大题满分 14 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1, S_n = na_n - 2n(n-1) (n \in \mathbf{N}^*)$.

(I) 求证数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 并写出通项公式;

(II) 是否存在自然数 n , 使得 $S_1 + \frac{S_2}{2} + \frac{S_3}{3} + \cdots + \frac{S_n}{n} = 400$? 若存在, 求出 n 的值; 若不存在, 说明理由;

(III) 若常数 $p, q (p \neq 0, q \neq 0)$ 满足数列 $\{\frac{S_n}{pn+q}\}$ 是等差数列, 求 p, q 应满足的关系.

(拟题人 湖北 高慧明 郭仁俊)

2005 年高考冲刺压轴金卷

数学试题(文二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

(1) 已知全集 $U=\mathbf{R}, A=\{x | \frac{x+1}{x-2} \geq 0\}, B=\{y | y=2\arcsin x\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B=(\quad)$

- (A) $\{x | -1 < x \leq 1\}$ (B) $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$
 (C) $\{x | -1 < x \leq 2\}$ (D) \emptyset

(2) 已知 $f(x)=-\sqrt{4-x^2}$ 在区间 M 上的反函数是其自身,则 M 可以是()

- (A) $[-2, 2]$ (B) $[-\sqrt{3}, -1]$ (C) $[0, 2]$ (D) $(-2, 2)$

(3) 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c (a \neq 0)$ 满足条件: $a+c=b, a+b+c > 0, f(2) < 0$, 若以下的集合中有一个是不等式 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集,则这个集合是()

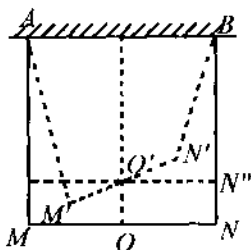
- (A) $\{x | -1 < x < \frac{3}{2}\}$ (B) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > \frac{3}{2}\}$
 (C) $\{x | 0 < x < \frac{3}{2}\}$ (D) $\{x | -1 < x < 2\}$

(4) 与函数 $y=\sin(3x+\frac{\pi}{4})$ 的图象重合的一个函数是()

- (A) $y=\sin(3x+\frac{3\pi}{4})$ (B) $y=\sin(3x-\frac{\pi}{4})$
 (C) $y=\cos(3x-\frac{3\pi}{4})$ (D) $y=\cos(\frac{\pi}{4}-3x)$

(5) 如图,在水平横梁上 A, B 两点处各挂长为 50 cm 的细线 AM, BN , 在 MN 处拴有平行于横梁且长为 60 cm 的日光灯 MN , 若日光灯绕 MN 中点 O 的铅垂线旋转 60° , 则日光灯比原来升高了()

- (A) 10cm (B) 5cm
 (C) $10\sqrt{3}$ cm (D) $5\sqrt{3}$ cm



(6) 在以下四个式子中:

① $|a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$;

② $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$;

③ $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 或 $b = 0$;

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 且 $b = 0$.

其中不论 a, b 为实数, 或是 a, b 为向量都成立的是()

- (A) ①② (B) ②③ (C) ①② (D) ②④

(7) 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 七个数排成一个七位数, 其中出现两个偶数夹在两个奇数之间情况的概率是()

- (A) $\frac{2}{35}$ (B) $\frac{4}{35}$ (C) $\frac{6}{35}$ (D) $\frac{12}{35}$

(8) 函数 $y = -\sqrt{3} \sin x + \cos x$ 在 $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 时的值域是()

- (A) $[0, \frac{\sqrt{6}}{2}]$ (B) $[-\sqrt{3}, 0]$ (C) $[0, 1]$ (D) $[0, \sqrt{3}]$

(9) $(1-x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为()

- (A) 1 (B) 140 (C) -141 (D) 141

(10) 已知 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 + 3$ 的定义域为 $[-2, 5]$, 则 $f(x)$ 的值域是()

- (A) $[-29, 7]$ (B) $[-29, 3]$ (C) $[-\frac{63}{4}, 7]$ (D) $[-\frac{63}{4}, 3]$

(11) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 的一条准线被它的两条渐近线截得的线段长等于它的焦点到渐近线的距离, 则该双曲线的离心率为()

- (A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(12) 已知抛物线 $y^2 = 4x$, 过焦点的直线交抛物线于 A、B 两点, 若 $y_A > 0$, 且 $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$, 则直线 AB 的斜率为()

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

(13) 不等式组 $\begin{cases} (x-2y+2)(x+y-1) \geq 0, \\ -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积是 _____ (平方单位).

(14) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_4 + a_7 + a_{10} = 17$, $a_4 + a_5 + a_6 + \dots + a_{14} = 77$, 若 $a_k = 13$, 则 $k =$ _____.

(15) 已知 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 且 $f(x) + f(x+2) = 1$, 若当 $x \in [0, 2)$ 时, $f(x) = 2-x$. 则 $f(7.5) =$ _____.

(16) 已知直线 m, n , 平面 α, β , 且 $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 又 $\alpha \cap \beta = l$, 试用这几个元素写出一个使 $m \perp n$ 成立的条件: _____.

三、解答题(本大题共6小题,共74分)

(17) (本小题满分12分)

已知向量 $a=(\sin \alpha, 1-\cos \alpha)$, $b=(\sin \beta, 1+\cos \beta)$, $c=(0,1)$, 其中 $\alpha \in(0, \pi)$, $\beta \in(\pi, 2 \pi)$, a 与 c 的夹角为 θ_1 , b 与 c 的夹角为 θ_2 , 且 $\theta_1-\theta_2=\frac{\pi}{3}$, 求 $\alpha-\beta$ 的值.

(18) (本小题满分 12 分)

在一个暗袋里装有 6 个除了颜色外其他均无差异的小球,其中黑球 4 个,红球 2 个.从中摸出一个球,记下它的颜色.

(I)若取出的球是黑球,就将球放回袋中,若取出的球是红球,就停止取球,试求“第五次取球后就停止取球”的概率;

(II)若每次不管取出的球是什么颜色都将球放回,试求“取 5 次球至少有 2 次是黑球”的概率.

(19) (本小题满分 12 分)

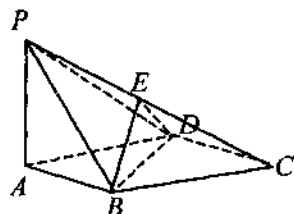
已知曲线 $y=x^3+px^2+qx$ 的图象与 x 轴相切于不同于原点的一点. 又函数 y 有极小值 -4 , 求 p 、 q 的值.

(20) (本小题满分 12 分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 1 的菱形,且 $\angle DAB=60^\circ$,又 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, PC 与底面 $ABCD$ 所成的角为 30° , E 是 PC 的中点.

(I) 求异面直线 DE 与 PB 所成的角;

(II) 求二面角 $C-BE-D$ 的大小.



(21)(本小题满分12分)

椭圆 E 的中心在坐标原点, F_1, F_2 分别为 x 轴上的左、右焦点, P 为椭圆 E 上的点, 已知 $\cos \angle F_1 P F_2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$, 过 F_1 且垂直于 x 轴的直线被椭圆 E 截得的线段长等于 3.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 若过 F_1 的直线交椭圆 E 于 A, B 两点, 在 $\triangle F_2 A B$ 中, 求 $\overrightarrow{F_2 A} \cdot \overrightarrow{F_2 B}$ 的取值范围.

金六月公司精心策划
试题与研究编辑出版

高考数学 (文)

紧贴考纲
最新仿真

权威信息
名师设计

模拟强化
金榜题名

ISBN 7-5347-3769-9



9 787534 737695 >

ISBN7-5347-3769-9/G·3069

总定价: 12.50元 (共5册)