

高中三角教学

進行基本生產技術教育參考材料

(內部參考 不得外傳)

河北省教育廳編印

1956. 8.

說 明

基本生產技術教育是全面發展教育的一個組成部份，三角教學又是貫徹基本生產技術教育學科之一。它必須在學生獲得系統的牢固的科學基礎知識的同時，使學生了解生產技術上經常應用的計算原理和測量原理；並且使他們獲得：口算、筆算、利用圖表 and 簡單計算工具進行計算，運用測量工具進行實際測量和繪制圖象與圖表等的技能。

一年多以來，我省對於實施基本生產技術教育曾作了不少努力，並有了一定的收穫。但由於我們對全面發展教育方針體會不夠深刻，對基本生產技術教育的理論、內容、實施辦法在認識上還很模糊，因而對通過有關各科教學貫徹基本生產技術教育尚未引起足夠的重視。我們編寫這分材料，就是為了幫助教師有目的有計劃地改進教學提高教育質量，以保證基本生產技術教育的順利進行。

基本生產技術教育是在系統的科學知識基礎上進行的，既不應與原教材脫節，也不應與專業技術教育混淆，本材料就是根據大綱的規定、課本的系統編寫的。如六個年級的測量作業，在內容上、使用的儀器上和測法上都有一定的系統，高中立體幾何的模型制作在內容上、用料上和制作技巧上也有一定系統。所列內容都是進行基本生產技術教育最基礎的問題，也是教材本身所固有的原理和技能。

所以本材料雖系參考性質，而對於內容的分量和系統，除應隨大綱和課本的變動而變動外，教師可不必作較大的更換。

~~另一方面~~ 本材料中的內容是從基本生產技術教育角度提出的，並不包括課本內容的全部，數學教學內容仍以課本為根據，不能有所遺漏。

目的要求應是有关章節总的教學目的計劃的一部，教師在教學實踐

中，也不能因此而忽略其他教育，教養的內容。

教法建議原想作到明確、具體，幫助教師改進教學，但很不全面，對組織參觀、指導課外小組活動等，涉及的不多，教師可根據實際情況，發揮獨立思考作用，認真改進教法，不局限於材料中所提到的，更不要機械地搬運。

初師的教材和初中的教材大體相同，后師的大綱和教材與高中的大綱和教材也有不少相同之處，所以本材料基本上也適用於師範學校。但在使用的時候，應根據師範教育的特点，考慮小學教學的需要。

由於時間、人力、資料等條件的限制，本材料在內容上還不完善，文字也很粗糙，其中不妥甚至錯誤之處在所難免，希望教師在實踐中發現問題及時提出，以便尽早修訂。

高中三角 (二年級第一學期)

一、弧和角的度量 (第一章 § 3)

教材內容：弧和角的度量

目的要求：

- (一)使學生能熟練地進行度與弧度的單位換算。
- (二)使學生能根據弧度定義和弧長公式解應用問題。

教法建議：

(一)第一課時講普通度量法與弧度度量法時，1. 首先應向學生說明過去習慣於角的普通度量方法，但這種方法不能明確弧和半徑的關係，難以解決某些實際問題，為了明確這種關係以便解決應用問題（如物理學中的角速度、綫速度、計算傳動皮帶的長度等。）故應提出新的度量方法（弧度法）。且這種新的度量單位（弧度）又廣泛應用於高等數學中。2. 其次，通過提問弧度的定義，一個圓周是多少度，多少弧度等。得出弧度與度的關係，（ 2π 弧度等於 360° ），再由此關係進行二單位的互相換算，在課堂練習中應向學生提問一些特殊角（如 360° ， 180° ， 90° ， 270° ， 60° ， 45° ， 30° ， 2π ， π ， $\frac{\pi}{2}$ ， $\frac{3\pi}{2}$ ， $\frac{\pi}{3}$ ， $\frac{\pi}{4}$ ， $\frac{\pi}{6}$ 等）的換算，使學生通過口算進行，普通角亦應作適當的練習。

(二)第二三課時：1. 先由教師提問學生弧度的定義，從而導出弧長公式。2. 指導學生用弧長公式作一些有關物理學方面的習題（如角速度、綫速度，見課本習題 § 1 ⑩⑪）。

二、三角函數的圖象 (第三章 § 4 6)

教材內容：三角函數的圖象。

目的要求：

(一)使學生能精確細緻地描繪三角函數圖象以培養其描繪能力。

(二)使學生能從圖象印證三角函數的性質。

教法建議：

(一)在開始時先向學生說明研究三角函數圖象的必要——因過去所學的角由 0° 變到 360° 時函數值的變化僅限於一些特殊的數值，不能反映全貌，而從函數圖象上則能得到關於變數與函數同時變化的連續軌跡過程的完全概念。

(二)由代數所學關於表示函數的方法(解析法、列表法、圖象法)，導出三角函數圖象的查表描點法，接著教師即可將預先用描點法在紙上繪好的正弦曲線展示學生。

(三)再說明由於查表描點法過程較繁(查表、列值、取點。)因之提出三角圓法，教師並在黑板上邊講邊畫，得出正弦曲線，在黑板上可只繪一個周期，唯需在課前另用方格黑板繪好多周期的正弦曲線，在講完圖法後，出示學生。

(四)由教師領導學生在繪好的正弦曲線圖象中印證過去所學的三角函數的性質，如函數值的符號及範圍，函數的周期，函數的上升和下降，函數值增減情況，並能看出某些特殊角的函數值，以及印證 $\sin(-x) = -\sin x$ 。

(五)說明正弦曲線與物理的聯繫，如在高中物理第二冊力學中，講『振動和波』的時候，簡諧振動的圖象即為正弦曲線。此外在高三講的音波及交流電波，也是由正弦曲線表示的。

(六)余弦曲線可留給學生作為課外作業，要求在方格紙上用描點及三角圓兩種方法精細繪制，並通過圖象印證三角函數的變化，範圍，周期性及對稱性。

高中三角 (二年級第二学期)

一、和差公式，倍角半角公式，和差化積公式 (第四，五章 § 50 到 § 69)

教材內容：和差公式，倍角半角公式，和差化積公式。

目的要求：培養和提高學生的口算能力。

教法建議：(一)教師在講授二角和差，倍角半角及和差化積等公式時，要講明各公式的來源，內容，證明，聯繫，用途等。每講完一個公式，即可選些口算題進行練習，使學生熟悉公式的應用和提高其口算能力。舉例課本中習題 § 9 ② § 10 ①④⑥ § 11 ①②③④等可作為練習，還可編一些運用公式的口算題，如 $\sin 25^\circ \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \sin 20^\circ$ 之化簡。

(二)舉例驗證由理論可推得的結果，如講了二角和及差的正弦及余弦的公式以後，便讓學生練習求 $\sin 75^\circ$ ，利用新講的公式求得 $\sin 75^\circ = \sin (45^\circ + 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} + 1) = 0.9659$ 接着再讓學生從三角函數表中查出 $\sin 75^\circ$ 的值，使學生看到理論與實際的統一。

二、三角函數對數表的使用 (第八章 § 78—§ 79)

教材內容：三角函數對數表的使用。

目的要求：

(一)使學生熟練正確的使用四位三角函數表並會進行補插。

(二)通過使用三角函數對數表求三角函數式的值，培養學生細緻耐心的工作態度。

教法建議：

(一)在講完三角函数表与对数表的使用方法后可多作例題及課堂練習，以熟練各种表的查法。还应特別注意使用余弦余切修正值的方法（余弦余切在第一象限是減函数。）

(二)用提問方式，由代数講过的对数补插法引出三角函数表及三角函数对数表的补插法，并說明二者的道理及方法是一致的，要求学生会补插。

(三)在学生学会由角查函数值的方法的基础上还应教給学生由三角函数值查角的方法，亦可多作練習，以資熟練方法及進一步的掌握补插法。

(四)講利用三角函数对数表求三角函数式的值时，先將平方数表，平方根表，倒数表等各表的使用方法及补插法介紹給学生，（因代数已講过此处可向学生提問。）

(五)要求学生切實注意計算的書寫格式（依照課本§80的格式）教师在教学中要起示范作用。要求学生在运算时要精密細緻准确。

三、利用解直角三角形的方法解实际問題，（第九章）

教材內容：利用解直角三角形的方法解实际問題，并能据以進行實習測量。

目的要求：

(一)使學生能將解直角三角形方法应用到解实际应用問題上去。

(二)使學生通过測量明确理論与实际的联系并獲得測量的基本技能。

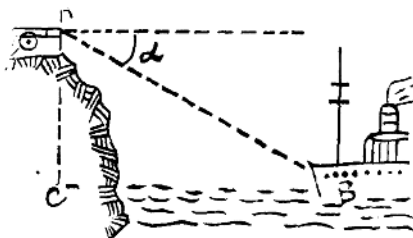
(三)使學生从初步的測量實習中，体会到三角學在偉大的社会主义建設上的作用。

教法建議：

(一)在講第九章直角三角形的最后三个課时「解应用問題」时，教

師可通過例題演算加強理論與實際的聯繫，例如可由習題 § 6 的⑥⑨⑪⑭⑯⑰⑱⑲⑳㉑㉒㉓㉔㉕等中選擇。

如講⑥題求炮台與軍艦的水平距離，先在黑板繪圖（如直角△



ABC) 接着解釋題中術

語，如「海拔」指 AC 而

言，俯角指 α 。「水平

距離」指 BC (以上各術語

也可向學生提問) 然後啟發

學生于直角三角形 ABC 內

根據已知條件如何利用解直角三角形方法求出 BC 之長 (即水平距離。)

(二) 這三課時的作業可布置課本 147 頁到 157 頁中的一些題，如⑦⑧⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳㉑㉒㉓㉔㉕並要求學生用量角器，比例尺精確作圖並對所求得的量應再用量角器及原定的比例尺來驗證。

(三) 測量：1. 在講完解應用問題後，利用六課時進行測量，具體安排如下：

第一課時：說明測量工作與國家建設之關係，介紹儀器之構造，用法、測量內容及測量方法並提出注意事項及紀律要求。

第二、三課時：測量地面不可通過的兩點間的距離，包括：

- ①兩點都可到達的；
- ②只有一點可以到達的。

第四、五課時：

- ①水準測量 (注一) 利用水準儀來確定點的高差。
- ②測量底部可以到達的物體的高度。

第六課時：作總結報告。

2. 工具 (測量儀器) 學校可根據條件購置或自制以下測

量仪器：罗盘仪或平板仪（可由万能测角器代替）八至十架（分組使用，至少应有一架平板仪作为教师示范用。）标竿20根（可自作）卷尺5个（可与体育組，地理組合用）。

关于万能测角器的構造可参考德莫斯梅契尼科夫著中学数学課本中的地区測量工作一書

3. 測量前的准备工作：

(1) 按照仪器設備情况，將班分成8或10組（每組人数最好5人左右）并由教师指定工作能力强、有威信、数学知識較好的同学担任組長。

(2) 測前召集組長在測地由教师進行測量示范，告以測量过程及注意事項，在課堂進行測量时，即可由組長輔導進行，教师巡視各組，掌握全班情况，解决臨時發生的問題。

(3) 明确組長責任——負責領取測量仪器，并負責保管，組織同学測量，掌握測量情况，随时反映給教师。

(4) 为了提高教学效果，測量应連續進行，使二、三課时連上，四、五課时連上，学校可作統一安排。

(5) 关于总结报告：在測量时，要求学生先繪草圖，并录出各項記錄，至于測量报告（注二）可作为課外作業布置給学生，限期交閱，并要求依照比例尺量角器正确繪圖，計算准确，字体整潔。在最后一節課教师亦可作一簡短总结，指出取得成績与存在問題，給進行斜三角形測量打好基礎，必要时可再次提出測繪工作在祖國社会主义建設中的作用。

(6) 教师于每節測量課开始时，用很短時間，向学生再次的提出具体的注意事項（即測量內容方面与紀律方面。）在每節課結束前二、三分鐘集合同学進行总结，如有个别組完不成測量工作时，可利用課外時間進行。

(7) 各組測量地点不应过于分散，以便于指導。

(8) 关于测量报告应向学生说明填写要求及方法，对个别学生仍应作具体指导。

(9) 详细测量方法及过程可参考下列书籍：

- a) 北京市中小学教学参考资料三角第二分册。
- b) 姜蘊瑜編实用平板仪测量（商务印书馆出版）。
- c) 課本第十一章关于地面上的测量。
- d) 中学数学课程中的地区测量工作（人民教育出版社，）。
- e) 李海关著测量学（二十二章）（龍門联合書局出版。）

〔注一〕水准测量的方法可参考中学数学课程中的地区测量工作一書第28頁到30頁，水准仪亦可用万能测角器代替。

〔注二〕『测量报告』格式教师可参阅有关书籍绘制，唯应力求簡要，下圖可供参考：

（此欄繪圖，叙述測量步驟、記錄、計算及誤差）				
（測 量 作 業 名 稱）				
測量者		月 日	（學校名稱 級別學號）	比例尺
審核者		月 日		

高中三角 (三年級第一学期)

一、利用解斜三角形方法解应用問題 (第十章 § 97—§ 110)

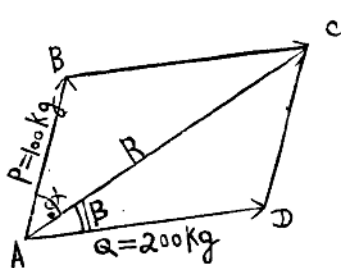
教材內容：利用解斜三角形方法解应用問題。

目的要求：通过例題之演算，培养学生利用斜三角形之关系式解应用問題的能力。

教法建議：

(一)在講完斜三角形之每一个关系式后，可举含有实际內容的問題作为例題，同时布置有关作業，例題与作業可由課本習題 § 7 中选择，具体作業配备，可参考北京中小学教学参考资料三角第三分册。

例如講完余弦定理，可以習題 § 7 中之⑨題为例(如图)，求 R 、 $\angle BAC$ 及 $\angle DAC$ 。



解此題可在 $\triangle ABC$ 內着手，已知 $AB=100\text{Kg}(P)$ $BC=200\text{Kg}(Q)$ 則 $\angle B=180^\circ - A = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ 在 $\triangle ABC$ 中已知兩边及其夾角欲求第三边必須通过此四量的关系式去解，然后啓發学生由余弦定理求解如下：

$$R^2 = 100^2 + 200^2 - 2 \times 100 \times 200 \cos 130^\circ = 100^2 (1 + 4 + 4 \cos 50^\circ)$$

$$= 100^2 \times 7.5712 \text{ (查平方根表)} \quad \therefore R = 275.1 \text{ Kg}$$

$$\text{求 } \angle BAC \text{ 可利用正弦定理 } \sin \alpha = \frac{200 \sin 50^\circ}{275.1}$$

$$\therefore \alpha = 33^\circ 50' \quad \text{故 } \beta = 50^\circ - 33^\circ 50' = 16^\circ 10'$$

通过此例題可知在物理学上，当两个分力方向不垂直时，可利用余弦

定理求合力。

(二)在已經掌握了解斜三角形的方法后，使學生用測得的角和距離求出不能直接測得的二點間的距離和物體的高，並給斜三角形測量打好基礎，具體材料可參考 § 124 § 125 (在解斜三角形最後二課時進行講授)。

(三)對所學過的名詞如仰角，俯角，鉛直綫，水平綫，基綫等要再加以解釋。

(四)在解題時要求作圖精確，算法簡練，算式整齊，結果正確，以培養學生仔細耐心認真負責的工作態度。

二、利用斜三角形解法進行實地測量。

教材內容：利用斜三角形解法進行實地測量。

目的要求：培養學生能應用斜三角形知識去完成實際測繪工作的能力。

教法建議：

(一)在講完第十章后利用五節實習作業時間進行，具體安排可參考下邊時間之分配：

第一課時：介紹測量內容，時間分配及用斜三角形解題方法。

第二課時：1.測量地面上不可通過的兩點的距離(用斜三角形解，)包括：

(1)兩點都可以到達的；

(2)只有一點可以到達的。

2.測量物體的高(底部可以到達的。)(用斜三角形解)。

第三課時：1.測量地面上不可通過之二點距離(兩點都不能到達的)。

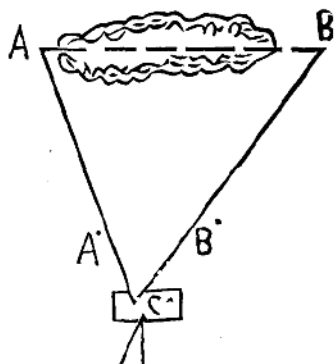
2.測量物體的高(底部不能到達的)。

第四、五課時：測繪平面地區圖，並計算其面積。

(二)在第一課時介紹測量內容，同時教師可將正弦定理，余弦定理，正切定理等公式之實際應用向學生交待清楚（使學生遇到實際問題時能靈活運用。）給學生在測量後進行計算時作好準備。

(三)測前準備工作（分組準備工具等同直角三角形的測量）。

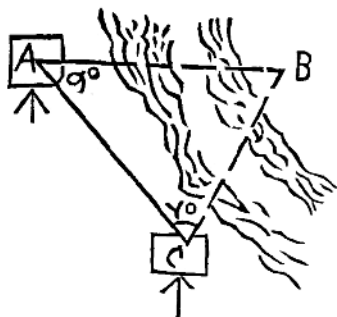
(四)測不可通過的兩點A，B間的距離（兩點都可到達）：測時在



A，B兩點各插標杆一根，將平板儀（上面鋪好白紙）放在可以看見A，B兩點之任意一點C（當作測站。）再把平板儀定平，使移點器的懸錘尖端對准地面C點，在移點器尖端C'點（C點在平板上的射影）釘一垂直標針（可以大头針代替。）將照准儀尺邊靠緊C'點上的標針，從視孔中（任何一個）觀標杆A及B，畫二方向線C'A'及C'B'，以量角器量得 $\angle A'C'B' = \gamma^\circ$ ，直接量得地面上 $AC = a$ ， $CB = b$ ，則由余弦定理可求得 $AB = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma^\circ}$ 最後按照各項記錄用一定比例尺，繪圖于測量報告

表中，並進行計算，求出結果。

(五)測不可通過的兩點A，B間的距離（其中B為河彼岸一目的物）：欲測A，B距離，先選擇好能看見A，B兩點之C點，當作測站，把平板儀置于該處，仍然定平定點，按上法測得 $\angle ACB = \gamma^\circ$ 于C點插一標杆，再把平板儀放在A點，并由A測



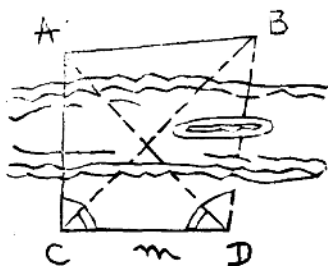
C的方向与所画的CA线重合，再量得 $\angle BAC = \alpha^\circ$ 最后用捲尺直接量得 $AC = b$ ，并在测量报告中繪圖計算，利用正弦定理得：

$$\frac{AB}{\sin \gamma^\circ} = \frac{AC}{\sin(180^\circ - (\alpha^\circ + \gamma^\circ))}$$

$$(\angle ABC = 180^\circ - \alpha^\circ - \gamma^\circ, AC = b)$$

$$\therefore AB = \frac{b \sin \gamma^\circ}{\sin(\alpha^\circ + \gamma^\circ)}$$

(六)测不可通过的兩点A, B間的距离(A, B兩点都不可达)：在

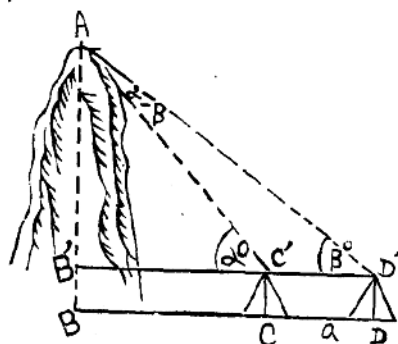


此岸選擇可見A, B二点之兩点C, D, 量得CD基綫長为m, 先把平板仪置于C处, 于D处插标桿, 于板边安裝罗盤管, 調節板成水平, 并定好方向, 沿管边在紙上画好方向綫, 然后以照准仪觀D, B, A三点, 各画方

向綫在CD上取 $C'D' = \frac{1}{K}m$, 把平板仪移置D点, 并在C处插上标杆。当平板仪移置D处时, 应注意二点：一是使曲臂尖端在圖上的D'点, 而使懸錘尖正指在D点标杆孔；二是使罗盤管內的磁針正中不靠管边。作好此二点后, 將板下的螺旋旋緊, 使板固定, 然后再以照准仪觀C, A, B三点, 各画一方向綫, 使延長与前画 $C'A'$, $C'B'$ 二綫交于 A' , B' 二点, 連 $A'B'$, 量圖上 $A'B'$ 長設为n, 則AB二点間的距离即为 Kn 。

[又法]：僅在C, D二点用平板仪測量得 α , β , γ , 及 δ 四角；不必管平板仪之方向, 然后以三角計算求得AB(三角法)。

(七)測山高AB(山的基底B不能到达)：欲求得高山AB, 則可置平板仪于C, D二点, 并使A, B, C, D在同一鉛錘面內, 在C, D二处



各測得山頂之仰角為 α ， β 或用自制的量角器測得也可，又量CD的距離為 a 。

$$\text{則 } \frac{AC'}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$\therefore AC' = \frac{a \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$AB' = AC' \sin \alpha = \frac{a \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$\therefore \text{山高 } AB = AB' + B'B = \frac{a \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} + \text{平板儀高}$$

(八)測繪地區平面圖即可測量本校操場，方法可參考北京市中小學校教學參考資料三角第二分冊。

(九)在第二課時進行之測量內容較多，各組可分別進行測量，不必每組都進行全部內容。第三課時之內容每組都可進行，地區平面圖之測量亦可分組進行，面積之計算可將地區平面圖分成若干三角形，梯形或矩形等，求其面積和即得。

(十)測量報告爭取每個學生寫一份（地區平面圖測量可一組一份。）可作為課外作業。但須向學生說明報告表之填寫方法及要求，並對個別學生仍應作具體指導。

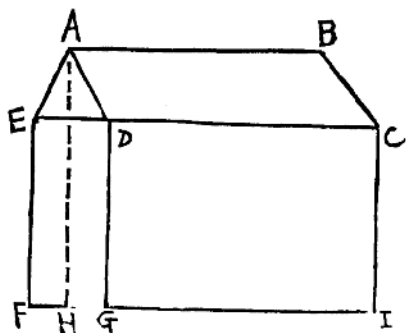
三、測量學校宿舍之表面積及體積。

教材內容：測量學校宿舍之表面積及體積。

目的要求：使學生遇到實際測量問題，能利用所學知識進行測量和計算。

教法建議：

(一)利用一節實習作業時間進行。



(二)依照省規定中學宿舍房屋，一般前後無簷(如圖)易于測量和計算，測量時只需測高AH及EF，再量出FG，GI，即可按照幾何的計算方法，算出房屋之表面積及體積。

(三)測量時因過程較簡(惟計算較繁)，各組可輪流擔任測量或計算(計算也可作為課外作業)。