

第七章 角规测树

第一节 简易角规及其应用

一九四七年，地利林学家毕特利希发明了一种极其简单有效的测树工具——角规，即一米长的木尺，前端装有2厘米宽的缺口，使缺口的宽度与尺长之比等于一已知定数。通常采用的比例为：

$$\frac{a}{l} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}, \text{ 这种最粗放的工具称为杆式角规 (图7-1) }。$$

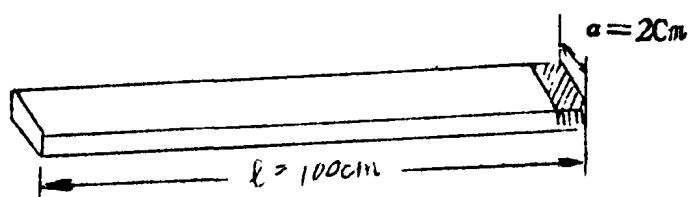


图7-1 杆式角规

在林内设一样点，测者立于样点上，将杆式角规的一端贴于眼下，通过缺口逐株观测周围的树木的胸径位置，根据缺口与胸高断面的关系进行统计：

- (一) 凡缺口与胸高断面积相割的树木，计数为“1” (图7-2, A)。
- (二) 凡缺口与胸高断面积相余的树木，计数为“0” (图7-2, B)。
- (三) 凡缺口与胸高断面积相切的树木，计数为“ $\frac{1}{2}$ ” (图7-2, C)。

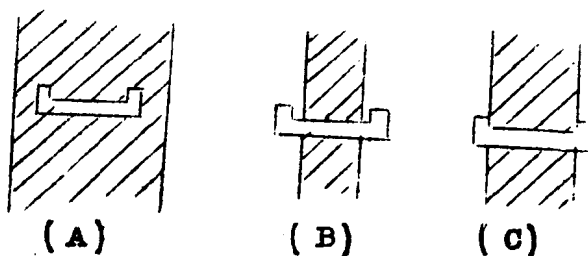


图7-2 角规系数示意图

这样用角规逐株观测四周树木进行计数的的工作称为“绕测”，绕测一周以后，得到应计数的株数 (Z)，

(图 7—3) 若干样点绕测结果的平均数乘为角规常数 (F), 即为每公顷总断面积。

$$G = Z \cdot F \quad \text{式中: } Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i$$

F 在 $\frac{a}{e} = \frac{1}{50}$ 时为 1。

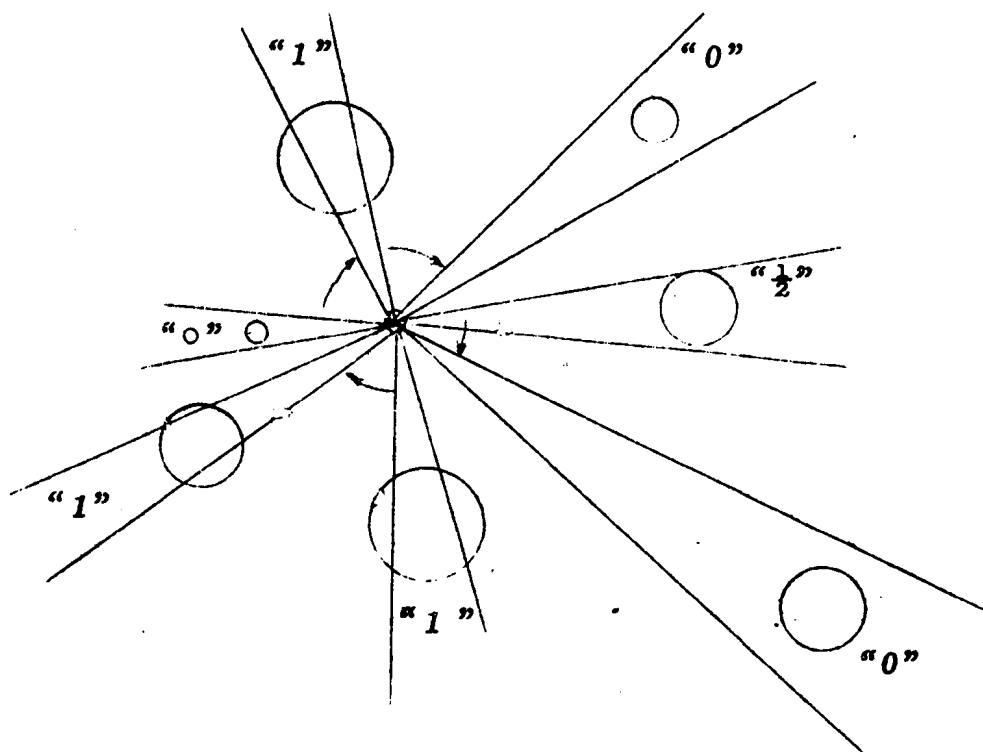


图 7—3 角规绕测示意图 (计数株数 $Z = 3.5$)

算例：一块 1.26 公顷的林地上，有 862 株云南松，实测的每公顷总断面积为 12.4 平方米，随机抽取 16 个样点，用 $F = 1$ 的杆式角规绕测，结果如表 7—1。

$$\sum_{i=1}^{16} Z_i = \frac{186.5}{16} \times 1 = 11.7 \text{ m}^2 / \text{公顷}$$

误差: $11.7-12.4=-0.7m^2$; -5.6%

使用杆式角规测定每公顷总断面积时,测定结果的误差很大程度决定于绕测的技术。不同的测者在同一样点上绕测有时会出现符号相反的误差。为使角规划定的结果比较稳定,绕测时必须注意下述几点:

一、在绕测的始点应有明确的标记。此处是最容易产生漏测和重测的地方。

二、绕测时应观测树干上胸高的位置,高或低于1.3米,都会产生误差。在坡地上绕测时更应注意。

三、绕测时应严格固定于样点上,不能随意移位。譬如:在平均直径为20厘米的林内用角规测定每公顷总断面积,由于绕测中心移位,使观测距离增加20厘米,致绕测误差加大3.9%,当绕测时有些树木被遮挡而无法观测时,可向两旁移动,观测后仍应回到样点上。严格说移位后观测者与树的距离应保持原有的距离。

四、在每个样点上,应按正反两个方向绕测两次,取平均值。若两次之差大于“1”则应重测。

五、计数为“ $\frac{1}{2}$ ”的树木,在每次绕测中应是个别的。如果难于判断,或结果中“ $\frac{1}{2}$ ”的树较多时,要进行检查,检查的方法是测量样点至树干中心的距离(S)及胸径,按下列条件加以判断:

1. $S = 50D_{1.3}$ 计数“ $\frac{1}{2}$ ”
2. $S < 50D_{1.3}$ 计数“1”
3. $S > 50D_{1.3}$ 计数“0”

第二节 角规测树的基本原理

分析角规的原理，主要的是为了解决两个问题：第一是为什么计数的株数与角规常数的乘积即为每公顷总断面积。第二是为什么根据缺口与树干胸高断面的关系而分别记以“1”、“0”和“ $\frac{1}{2}$ ”，其中第一个问题是关键。

一、基本原理

假设以树干的所在的位置为园心，按同一比例（或扩大系数）对每株树作一个假想园，称之为该树木的扩大园。（图7—4）。

扩大园的半径为 R 。

设 $R = pr$

式中： R 为扩大园的半径

r 为树木胸高半径

p 为扩大系数。

若在面积为 A 公顷的林地上有 l 株树木，其胸径分别为 $d_1, d_2, \dots, d_l$ 则每株树木都有一个相应的扩大园。这些

扩大园的半径分别为 $R_1 = pr_1, R_2 = pr_2, \dots, R_l = pr_l$ 。在一般情况下，这些扩大园是互相重叠和复盖的，而在林地的不同位置处，重叠或复盖的次数也不相同。（图7—5）。

从图上7—5可以看到不同位置（或样点上的扩大园的复盖次数。

不难想象，在林地的不同位置处还会被四个、五个……扩大园复盖。每个点上复盖的次数为 Z_i ，平均复盖的次数为 $\bar{Z}$ 。

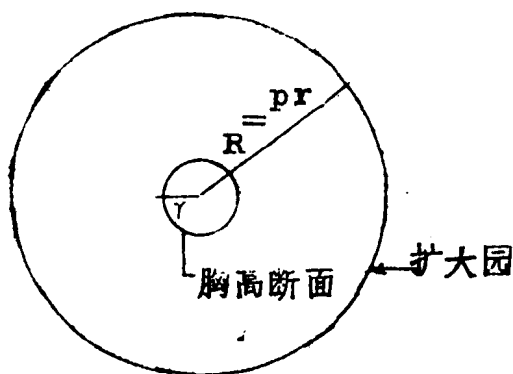


图7—4 扩大园示意图

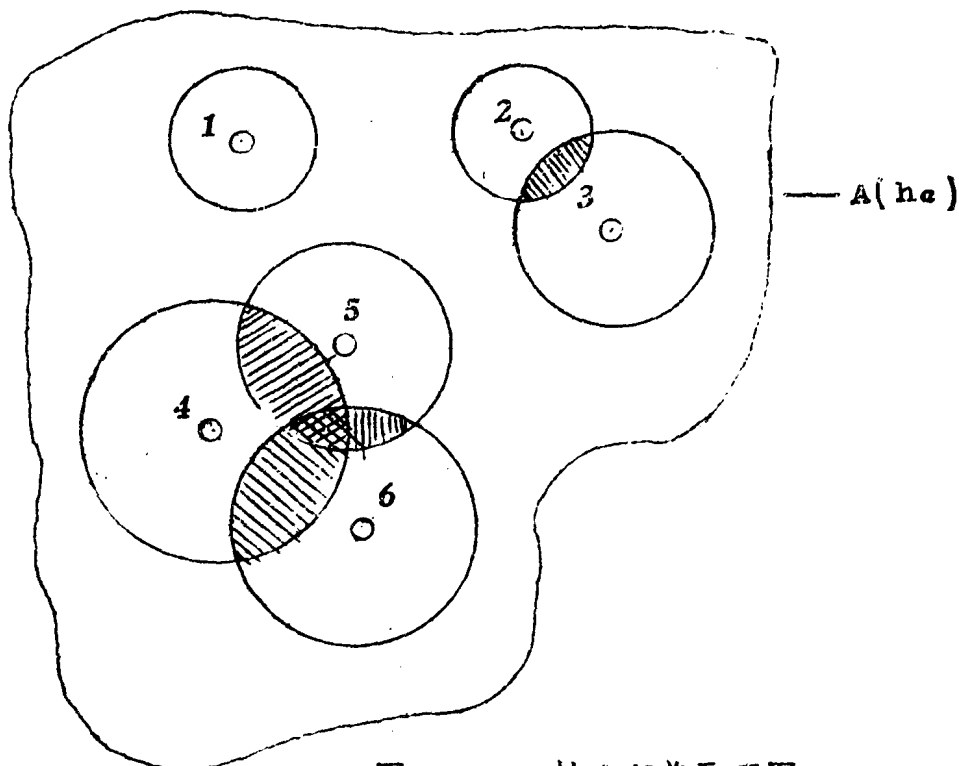


图 7—5 扩大复盖示意图

复盖次数	树 号	图示部分
0	无林木处	
1	(1)(2)(3)(4)(5)(6)	扩大园的空白部分
2	(2.3)(4.5)(4.6)(5.6)	扩大园的斜线部分
3	(4.5.6)	扩大园黑色部分
⋮		

从理论上讲，在林地的不同位置上可以取出“无穷多个点”，因此，扩大园的总面积(T)等于林地面积的 $\bar{Z}$ 倍。即

$$T = \bar{Z} \cdot A \quad (5.3)$$

若用平方米表示时，则

$$T = \bar{Z} \cdot A \cdot 10000 \quad (5.4)$$

但每个扩大圆的面积等于

$$T_i = \pi R_i^2 = \pi (pr_i)^2 = p^2 \pi r_i^2 = p^2 g_i$$

即为每株树木胸高断面积的 p^2 倍。所以，A公顷林地上扩大圆的总面积等于全林胸高总断面积的 p^2 倍。

$$\text{设: } \sum g_i = G$$

$$\text{则: } T = \sum_{i=1}^L T_i = \sum_{i=1}^L p^2 g_i = p^2 \sum_{i=1}^L g_i = p^2 G$$

$$\text{而 } G = \frac{T}{p^2} \quad (5.5)$$

将(5.4)式代入(5.5)式，则有 (5.6)

$$G = \frac{\bar{Z} \cdot A \cdot 10000}{p^2} \quad (5.6)$$

而每公顷的总断面积应为：

$$G / \text{ha} = \frac{\bar{Z} \cdot A \cdot 10000}{p^2 A} = \frac{\bar{Z} \cdot 10000}{p^2}$$

因为 p 为固定的扩系数，故 $\frac{10000}{p^2}$ 在 p 既定的条件下也为

一常数，称角规常数 ($F = \frac{10000}{p^2}$)。

则(5.7)式可写为 $G / \text{ha} = F \cdot \bar{Z}$ 。即每公顷胸高总断面积为平均复盖次数与角规常数之乘积。

当然，在实践中不会象理论上那样，在样内取出“无穷多的点”而求得平均复盖次数，只能抽取 n 个有限的点，在每个样点上观测，估计平均复盖次数。这时 $\bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Z_j$ (Z_j 为第 j 个点上复盖次数)。至于 n 的数量将在抽样调查中阐明。

二 角规常数

我们把 $F = \frac{10000}{p^2}$ 称为角规常数，这个常数值的大小决定于扩大系数 (p) 的大小，扩大系数为杆式角规的 ϕ 杆长与缺口宽度 (a) 的一半之比，即：

$$p = \frac{\phi}{\frac{a}{2}} \quad (5.8)$$

当杆式角规常数为 1 米，缺口宽度为 2 厘米时， $p = \frac{100}{1} = 100$ ，

此时角规常数 $F = \frac{10000}{100^2} = 1$ 。

当杆式角规的缺口宽度或长度改变时，扩大系数也改变，从而角规常数也发生变化。为计算方便起见，生产中常用的角规常数为 2、1、0.5、0.25 等。不同的角规常数相应的扩大系数如表 5—2。

表 7—2 不同常数时的扩大系数

角规常数 F	扩 大 系 数	
	$p^2 = 10000/F$	p
2	5000	70.71
1	10000	100.00
0.5	20000	141.42
0.25	40000	200.00

对于同一株树木来说，扩大系数不同时，扩大圆的面积就不相同。胸径20厘米的树木，扩大系数不同时，扩大圆的半径和面积如表5—3所示。扩大系数愈大，扩大圆的半径愈大，面积愈大。在决定具有1株树木和它的同一位置上，扩大圆的面积愈大，复盖的次数愈多，所以其相应的角规常数愈小。从表上看到， $p=200$ 时，扩大圆的面积为 $p=70.71$ 时面积的8倍。因此角规常数也必然要缩为

$$\frac{0.25}{2} = \frac{1}{8}。$$

表7—3 不同扩大系数的扩大园

扩大系数 p	半径 $p=p \cdot r \cdot m$ ($r=10 \text{ Cm}$)	面积 $T = \pi R^2 \text{ m}^2$
70.71	7.071	157
101.00	10.000	314
140.42	14.142	628
200.00	20.000	1257

三、如何
在一个样点上
确定复盖次数
(Z_i)?

对于一株
树，当扩大系
数既定时 (p
 $=100$)，用
杆式角规测树
干胸高断面时，

样点的位置与扩大园之间只能存在着三种关系：

1. 样点位于扩大园之内。(图7—6)。
2. 样点位于扩大园之外。(图7—7)。
3. 样点位于扩大园的园周上。(图7—8)。

图7—6和图7—7说明1、2两种关系不存在任何问题。用图7—8说明第三种关系，有进一步解释的必要。从图上可以看出，当样点在扩大园园周上时， $s = R = pr$

或 $\frac{r}{s} = \frac{1}{p}$ 而角规视线夹角的一半为 α 时，

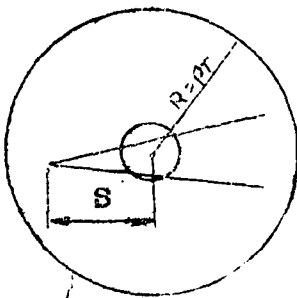


图 7-6 $S < R$

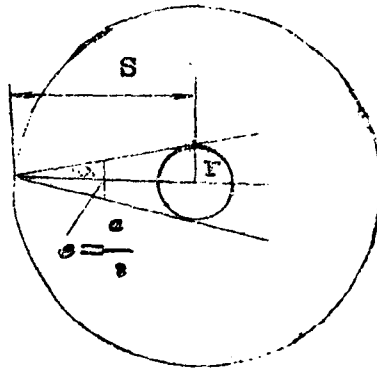


图 7-8 $S = R$

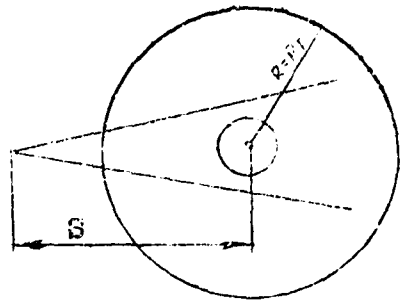


图 7-7 $S > R$

$$\tan \alpha = \frac{a}{e} = \frac{1}{p}$$

$$\therefore \frac{r}{S} = \frac{1}{p} = \tan \alpha$$

但，杆式角规的视线与树干相切时， $\sin \alpha = \frac{r}{S}$ 而 $\sin \alpha \neq \tan \alpha$ 。

譬如： $p=100$ 时， $\tan \alpha = \frac{1}{100} = 0^\circ 34' 23''$

而 $\sin 0^\circ 34' 23'' = 0.01000204$ $\sin 0^\circ 34' 23'' = 0.01000154$

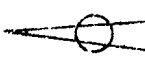
即 $\sin \alpha < \tan \alpha$ 时或 $\frac{r}{S} < \frac{1}{p}$ $S > pr = R$

严格说来，此时样点已在扩大园外，但是，因为杆式角规的夹角一般都很小，可以认为：

$\tan \alpha = \sin \alpha$, 或 $S = pr = R$, 当角规视线与树干相切时, 样点位于扩大图的园周上。

从这三种关系中, 我们可以找到在一个样点上判断每株树木的扩大园是否复盖着样点的方法。(表 7—4) 对每株树都要按表 7—4 的标准加以判断, 计数之和即为该样点的复盖次数 (Z_i)。

表 7—4 角规绕测的计数方法

角规视线与树干的关系			样点的位置	复盖情况	计 数
相	割		位于扩大图内	被 复 盖	1
相	余		位于扩大图外	未被复盖	0
相	切		位于扩大图园周上	复盖一半	$\frac{1}{2}$

角 规 常 数	杆 式 角 规 的 夹 角		
	度	分	秒
4	2	17	31
2	1	37	14
1	1	8	45
0.5		48	37
0.25		34	25

第三节 角规测树中的几个技术问题

一、角规常数的选择

不同角规常数时，杆式角规的夹角不同。用不同的角度观测同一

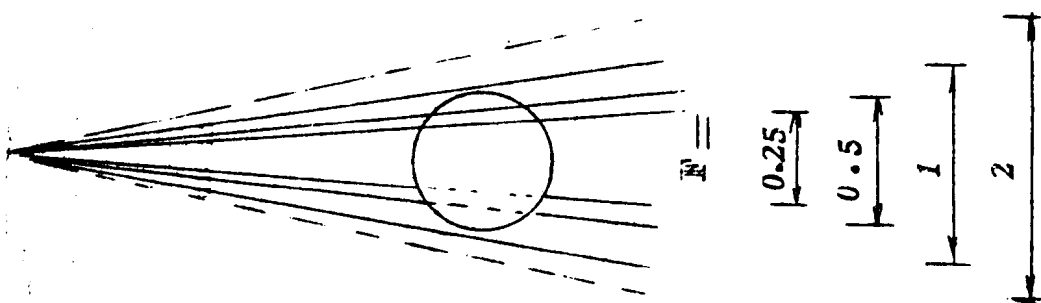


图 7—9 不同角规常数的角规观测示意图

株树木，其结果也当然不同（参见图 7—9）。角规常数愈小，夹角愈小，在同样林地上绕测时，被记数的树也愈多。则平均记数株数 $\bar{Z}$ 的估计精度也愈高。

从另一方面来看，角规常数不同时，扩大系数不同，从而扩大园半径也不一样。在某一样点上，周围胸径最粗的树木的扩大园半径，就是在该条件下观测的最远距离。改变扩大系数则加大或缩小了绕测时的观测距离，譬如林地上最粗树木的胸径为 40 厘米， $p=100$ 时，最大观测距离为 20 米， $p=141.4$ 时，为 21.2 米， $p=200$ 米时，为 40 米，显然在 40 米远的距离，用肉眼观测容易产生较大的误差，漏测和错测的机会增多，同样能够降低精度。

(一) 林木直径的大小，林分平均直径较大， p 值可较小 ($k=1:2$) 在一般情况下，保持观测距离在 10—20 米左右比较恰当。表 7—5 为不同林分平均直径时的观测距离。

(二) 林木株数多少：在平均直径相近的林分中，密度大时，角规常数数值较大，以免计数株数过多，增加统计的误差，密度少时，角规常数应较小，增大观测距离，以免出现过多的“0”，导致较大的误差。

表 7—5 林分平均直径不同时角规的观测距离

平均 胸径 Cm (估计)	最大 胸径	观 测 距 离 (m)					
		F = 2	p=70.71	F = 1	p=100	F=0.5	p=141.4
		平均	最 大	平均	最 大	平均	最 大
10	17	3.5	6.0	5.0	8.5	7.1	12.0
20	34	7.1	12.0	10.0	17.0	14.1	24.0
30	51	10.6	18.0	15.0	25.5	21.2	36.0
40	68	14.1	24.0	20.0	34.0	28.2	48.0

注：表 7—5 中有黑线的为适当的距离或角规常数。

(三) 林分中通视条件：灌木稠密，通视不良时，角规常数应较大。反之，可较小。

(四) 林分分布况：分布均匀的人工林，角规常数可较大。林分分布极不均匀时，角规常数应较小，以扩大观测范围，提高计数的稳定性。

吉林省林业勘测二大队曾研究过角规常数的选择，它们的结论可供生产上参考。

1. 不考虑林分的具体情况，在 130 多公顷的面积上，设置了 896 个样点，角规观测的结果以 $p=100$ 时，较为准确。最大误差 14.8%，最小误差 1.3%，平均误差 2.9%。

2. 在不同疏密度的林分中，疏密度 0.3—0.4 时， $p=100$

较为准确，0.5 — 0.6 时， $p = 70.71$ 较为准确。

3. 平均直径不同的林分中，平均直径在 16 厘米以下时， $p = 141.42$ 最好，17—24 厘米时， $p = 100$ 较好，25 厘米以上时， $p = 70.71$ ，精度较高。

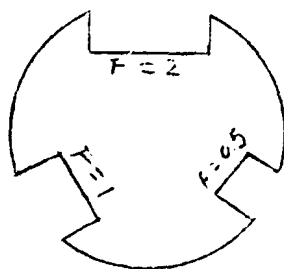
在一般情况下，为了计算方便和适应范围较广，采用 $p = 100$ ，即 $F = 1$ 的角规常数。

使用杆式角规，改变角规常数的方法有两种：一是固定缺口的宽度，变换杆的长度，这时可以把角规缺口制成金属套，沿着杆移动以改变角规常数。一是固定杆长，变换缺口的宽度，把几个常用的角规常数所对应的缺口宽度做成一个园片，固定在杆上（图 7—10）。不同角规常数的杆式角规的比例如表 7—6。

表 7—6

F	p	$p = 100$ Cm 时 缺口宽度 Cm	$\alpha = 1$ Cm 时的杆长 Cm
2.	70.71	2.8284	35.355
1.	100.00	2.0000	50.000
0.5	141.42	1.4142	70.710
0.25	200.00	1.0000	100.000

图 5—10
不同角规常数
的缺口示意图



二 样点数：角规测树是用平均复盖次数来确定每公顷总断面积的，而平均复盖次数（ $\bar{Z}$ ）是用样本估计的。在既定精度的前提下，应该抽取多少个样点？取决于复盖次数的变动。

我们曾经对五个不同林分的复盖次数的变动作过分析，其结果如表 7—7。

表 7—7 不同林分角规绕测计数株数的变动 ($F=1$)

指 标	落叶松		落叶松白 桦		落叶松 白皮松	
	天然林	天然林	天然林	天然林	天然林	人工林
平均胸径	20.6	17.0	19.8	6.0	10.8	
每公顷总断面积	10.55	11.03	8.85	6.35	25.21	
样 点 数	225.5	169.	169	625.	529	
平均复盖次数	11.11	11.86	8.23	6.55	23.82	
标 准 差	3.74	3.29	2.93	3.19	2.46	
变 动 系 数	33.66	27.74	35.60	48.70	10.33	

从分析中可以看出，天然林的复盖次数的变动较大的 30% 左右。最大的变动为 48.7%，是由于该林分中林木分布极不均匀，有三块较大的林窗。人工林的林木分布比较均匀，所以变动较小，花园林场小哨营林区的云南松林复盖次数的变动也不大于 20%。当调查的要求精度为 90%，可靠性为 95% 时，人工林需要随机抽取样点 4—16 个，天然林应抽取 36—64 个样点。在一个林分或标准地里设置几十个样点进行角规绕测，将不能充分发挥角规测树的优越性。所以，有经验的调查员，多不采用随机抽样而用典型选择的方式确定样点，根据林分面积的大小，确定应设的样点数。我国目前生产上常用的典型选样角规样点数见表 7—8。

表 7—8

面积：公顷

林分面积	1	2	3	4	5	6	7—8	9—10	11—15	16 以上
样点数	5	7	9	12	12	14	15	16	17	18

在小面积的林分中，如零星的小片人工林、次生林等，可以采用状机械布点，往往取得良好的结果。先于林分中央布一样点，然后按一定距离在对角线的方向上分设四点，点与点间的距离以不至于重复观测为佳。

三 坡度改正：角规基本原理是在林地平坦、树干垂直于地面的假设前提下推导的。在生产中却经常在坡地上绕测，这时就需要改正坡度对于绕测结果的影响，即把斜面积上每公顷总断面积改算为水平面积上的每公顷总断面积。改正的方法有两种：

(一) 按林地坡度进行统一改正，假设林地的坡度为 Q ，用角规在斜面积上测得的每公顷总断面积 G_Q ，则水平面积上每公顷总断面积 (G) 相于 G_Q 与林地坡度的正割 ($\sec Q$) 的乘积。即：

$$G = G_Q \cdot \sec Q$$

若点上林地坡度在 5° 以下时，不必进行改正，超过 5° 时，可按表 7—9 的数值进行改正。

(二) 对每株树进行坡度改正，这种改正不是改正测得的断面积，而是改变角规杆长与缺口宽度的比例，使绕测结果即等于水平面上的结果，一般常用的是改变杆长。

如图 7—11 所示，在坡度为 Q 的坡地上用角规观测与平地上 A 相同胸高断面的树木 A' ，且同样属于相切状态时，坡度愈大，斜距愈长，若用水平时相同夹角的角规观测时，相切的树木变为相余，计数偏小，因此，按坡度计算出相应的夹角 (α') 改变角规缺口宽度与尺长。当 $F=1$ 时，不同坡度的杆式角规杆长表 7—10。

计算不同坡度时的杆长可以用下列简化的公式：

$$L_Q = L \sec Q$$

表 7—9

角规绕测坡度改正表

林地坡度	SecQ	林地坡度	SecQ	林地坡度	SecQ
0° — 5° 43'	1.00	24° 03' - 25° 10'	1.10	33° 12' - 33° 54'	1.20
5° 44' — 9° 51'	1.01	25° 11' - 26° 15'	1.11	33° 51' - 34° 36'	1.21
9° 52' — 12° 40'	1.02	26° 16' - 27° 15'	1.12	34° 37' - 35° 16'	1.22
12° 41' — 14° 56'	1.03	27° 16' - 28° 13'	1.13	35° 17' - 35° 55'	1.23
14° 57' — 16° 52'	1.04	28° 14' - 29° 08'	1.14	35° 56' - 36° 33'	1.24
16° 53' — 18° 34'	1.05	29° 09' - 30° 01'	1.15	36° 34' - 37° 10'	1.25
18° 35' — 20° 07'	1.06	30° 02' - 30° 51'	1.16	37° 11' - 37° 45'	1.26
20° 08' — 21° 31'	1.07	30° 52' - 31° 40'	1.17	37° 46' - 38° 20'	1.27
21° 32' — 22° 49'	1.08	31° 41' - 32° 26'	1.18	38° 21' - 38° 54'	1.28
22° 51' — 24° 02'	1.09	32° 27' - 33° 11'	1.19	38° 55' - 39° 26'	1.29
					1.2

$$\sin \alpha' = \frac{r}{OA'}$$

$$OA' = OA \cdot \sec Q$$

$$\therefore \sin \alpha' = \frac{r}{OA \cdot \sec Q}$$

$$= \sin \alpha \cdot \cos Q$$

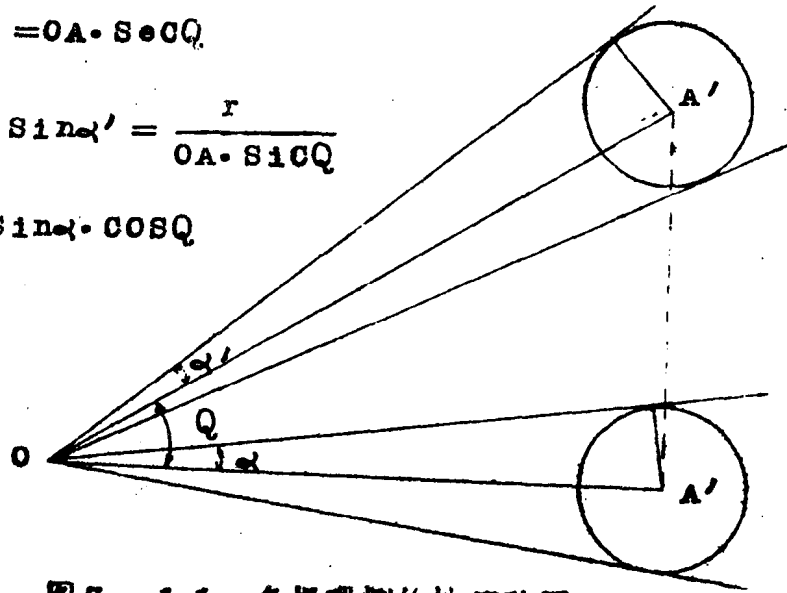


图 7—1 1 角规观测的坡度改正