劉迺敬 譯

實用統計學

大東書局

實用統計學

Henry & Garrett 原著

劉迺敬 譯

大東書局印行

1947

中華民國三十六年一月再版

實用統計學（全一冊）

定價國幣三千五百元
（外埠酌加郵運包紮費）

原著者 Henry & Garrett
譯者 劉迺敬
發行人 陶百川
上海福州路三一〇號
印刷者 大東書局
發行者 大東書局
發行所 大東書局
上海福州路及各省市

著者原序

近來注重測驗，及數量材料之處理。故統計知識，非特有實用，且爲研究'心理''教育'及'社會科學'所不可少。彼數學有根柢，對於統計技術不難獲得。其他優異者流，或乏充分之數學訓練，或以數學訓練之荒廢，應用統計方法，處理測驗，及實驗材料，往往感覺困難。

本書專爲此輩而作。目的在將此學科簡明闡出，使無統計知識者得一目了然。故將統計原理悉寓於應用之中。復詳舉例題以資印證。又列舉參考書，俾欲了解統計方法所根據之原理者，得觀覽焉。

書中所有公式俱未加以數學之證明。作者深信心理及社會測驗學者僅須明瞭公式之意義及用途，不必究其來源。此種態度似無不合。蓋各種學科互相採用資料，從未加以懷疑。彼不明物理原理者不可謂其不能應用無線電話，及顯微鏡，故心理學者雖不明瞭相關公式之來源，未始不可應用相關公式也。

可靠量常爲他書所忽略，而在本書則設專章研究之。對於相關方法，研究特詳。淨純及多元相關量，又佔一章。蓋此種方法雖係新近產生。而在教育研究工作上應用最廣。將來在心理實驗工作上，亦極有用。至於相關量及其他統計方法，對於測驗之用途，則詳於最後一章。

譯者自序

統計一科產生最晚，而進步則極速。英人 K. Pearson 及其門人貢獻獨富。惟其著述大率艱深難讀，好學之士無精深數學之素養者，輒廢然興嘆。美人 H. R .Garrett 有鑒於此，特將其公式之應用，以簡單之例題證實之。復將所得之結果，以淺顯之文字詮釋之。條理明晰，新義爭萌。非如他書或偏重公式之學習，流於機械，而乏實在意味。或偏重文字之解釋，流於抽象而乏正確之觀念。爰將其譯出，介紹有志斯學者。

目　　次

（頁　數）

第一章

次數分配式

I 編列記分成爲次數分配式(記分平時稱爲分數例如算學分數英文分數等)

1. 普通的測量:連續的及間斷的次序(Series)(得着許多記分後能案他們的大小排成一個次序)……測驗心理的社交的特性 (Trait) 或能量(Capacity) 時,我們所得的所處理的事實,大半可列成一個連續的次序,一個連繼的次序,可界說之爲一個次序,在理想上雖已經經過許多次數的分裂,但要再分之,還可以行,例如起於白癡止於天才的 *IQ* 量表,我們總以爲他的極小的準個(Unit)爲1,他是一個以1進的量表,但是說應用精確的測驗方法,亦得不着100.89 *IQ*. 100.83 *IQ* 等等,也沒有理由,試看所有的能量,爲心理測驗,心理量表,教育測驗,教育量表所測驗的,及體格的特象,如頭圍的大小,體長,體重等等,沒有一個不表示連續的現象,所以任何測驗記分在所用的量

表之全距離(Range)以內的，不拘整數分數，皆能存在，皆有意思，苟在眞正的連續次序上找出缺處，則缺處之發生，大概由於受測驗的人數過多，或由於測驗的工具不精，或有別的原因，並不是沒有測驗記分能存在於這個缺處。

但是也有測量記分，不能列成連續的次序的，例如店舖裏的職員每星期的薪金，自十元至二十元不等，這個薪金量表的準個或爲一元，或爲五角，但絕對沒有一個人每星期的薪金爲 17.53 元，再舉一個例子，某地方每家的小孩數目，平均計算起來爲4.57 個，但是人家小孩的數目，或爲四個，或爲五個，决沒有4.57 個的。而四與五之間，卽有一個缺處了。像這些次序含有缺處的，叫做間斷的次序。

所幸在心理學方面所得着的一切測驗記分，排列起來，總表示連續的現象，如此便把我們的問題，大大的弄簡單了，我們就來研究方法，處理連續的材料，把間斷的次序，暫且擱下，等到後面再研究他。

2. 連續次序內的測驗記分之記區法——由測驗或實驗所搜集的材料，往往只爲一串數目字，或爲一堆數碼，一點意思都沒有，把他們整理分區成爲一個系統後，纔看出意思來，第一步在組織材料，把測驗記分分到區域(Interval)裏去，組合起來，分區的辦法，共分三段，舉之於下：

(1) 全距離 (Range) 的決定——全距離爲最大的記分和最小的記分的差別，所以

全距離＝最大的記分－最小的記分
minus

(2) 區域大小及區域數目的決定——區域的大小，及區域的數目，隨測驗記分的全距離及種類而定。

(3) 記分的編列 (Tabulation)——把分立的記分，編列到適宜的

區域裏。

第　一　表

五十四個智力測驗記分

第一部　原來的記分　(分散的)

185	174	127	183	168	*126	177	154	157	189	172
*201	158	160	179	184	155	137	177	164	198	176
185	197	151	188	188	169	195	165	185	188	164
195	176	185	185	179	146	182	153	158	160	191
176	138	185	155	178	151	144	191	170	157	

*最大的記分＝201　*最小的記分＝126

第二部　用三個方法把把上面的記分組合起來成爲一個記分分配式

(A)			(B)		(C)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
記分(X)	編列記分	次數分配式(F)	記分(X)	F	記分(X)	F
200到205	1	1	200—204·99	1	200—204	1
195,,200	1111	4	195—199·99	4	195—199	4
190,,195	11	2	190—194·99	2	190—194	2
185,,190	卌卌	10	185—189·99	10	185—189	10
180,,185	111	3	180—184·99	3	180—184	3
175,,180	卌卌	8	175—179·99	8	175—179	8
170,,175	111	3	170—174·99	3	170—174	3
165,,170	111	3	165—169·99	3	165—169	3
160,,165	1111	4	160—164·99	4	160—164	4
155,,160	卌卌	6	155—159·99	6	155—159	6
150,,155	1111	4	150—154·99	4	150—154	4
145,,150	1	1	145—149.99	1	145—149	1
140,,145	1	1	140—144·99	1	140—144	1
135,,140	11	2	135—139·99	2	135—139	2
130,,135		0	130—134·99	0	130—134	0
125,,130	11	2	125—129·99	2	125—129	2
		總次數＝54		$N=54$		$N=54$

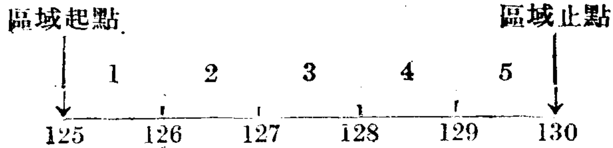
分區的三段方法，已經在第一表裏表白出來，第一表裏的記分，代表54個大學學生的智力測驗記分，因為最大的記分為 201 ，最小的記分為 126 ，故全距離等於201－126＝75個準個，找出全距離之後，就要求區域的數目了，決定區域的數目之最好的普通方法，在試定一個區域的量，使全距離得為之分為至多20個至少10個區域，故區域的數目，等於全距離被區域的量除，我們的全距離為75個準個，若假定一個區域包含五個準個，即以 5 除全距離，便得着15個區域，若以一個區域包含 3 個準個，即以 3 除全距離，則得着25個區域，若以一區域包含10個準個，即以10除全距離，則得着7·5區域(因為一個區域之含有五個，三個，十個準個者，其實所包含者小於五個，三個十個準個故全距離被區域之量除過之後，得數為整數者，應於其上加1，得數為分數者，應變為整數，故以每個區域包含五個準個則有 6 個區域；以每個區域包含 3 個準個，則有 26 個區域；以每個區域包含 10 個準個，則有8個區域，參看第一表)

$$\text{區域數目}=\frac{\text{全距離}}{\text{區域的量}}=\text{大於 10 個小於 20 個}$$

知道全距離及區域數目之後，我們就要編列記分了，編列記分歸於區域裏的方法，已經在第一表第二部裏表白出來，第一表第二部的第一直行的頂上有“記分”兩個字，(通常以×代表之)在這兩個字下，有一行區域，這行區域，是按區域的大小排列而成的，最小的區域在頂底下，最大的區域在頂上頭，（以頂底下的區域為第一個區域，一直數上來)頂底下的區域125－130，表明這個區域從125起到 130 止，第二個區域為130－135，表明這個區域從130起，到135止，第二直行的頂上，有“編列記分”四個字，其下有一行記分符號，正在區域的對面，每個符號，代表一個記分，代表每個記分的符號，必須擺在相當

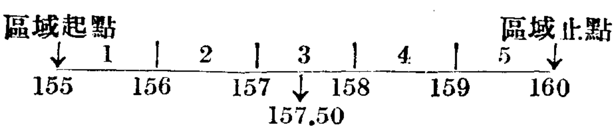
的區域裏，在第一表第一部裏，第一個記分爲185，卽在185－190區域裏，記一個符號，第二個記分爲201，卽在200－205區域裏，記一個符號，第三個記分爲188，卽在185－190區域裏，記一個符號，其餘照樣做下去，一直把所有的記分，都擺在相當的區域裏，再把每個區域裏的符號，一齊加起來，擺在第三直行內，此行表示記分分配的情形，所以這行的頂上，有"次數分配式"五個字，通常用F代表之，這行的底下，有"總次數"三個字，表示記分的總數，通常用N代表之，本題的$N=54$。次數分配式的第一個區域的下限（Lower Limit）爲125。記分的最小的爲126，以五個準個爲一個區域時，用126－131區域，或用125－130區域都行，在理想上，他們沒有區別，不過用125－130區域，編列記分及推算時，都覺得便利些。

3. 表明區域的界限的三個法子 區域的界限，可用三個法子表白出來，第一表內第二部的第一第四第六三直行，是表白區域界限的三種方法，第一直行的第一個區域爲125－130，表明所有的記分，自125起，一直到130而不包括130止，皆應歸納到這個區域裏，第四直行的第一個區域125－129.99，表明同樣的事實，只是格外明確罷了，他的上限爲129.99，可知凡記分包含小數的，只要他的整數爲129.無論他的小數爲什麽，皆應歸納到這個區域裏，但130不能包含在內。第六直行也是表明同樣的事實，比第一直行還清楚些，但是不及第四直行了，125－129表明這個區域自125起至129止，可知第一第四第六三直行是表白一件事實的三種方法，看下面的圖便更明白。



第四第六兩直行皆比第一直行好，學者宜用第四直行或用第六直行，第一直行不好的地方，可用一個比方，把他說出來，假定有一個記分為160，我們很容易把他擺在 155－160 區域裏，因為這個區域的上限為 160，所以次數分配式的準確，即在明白畫淸區域的界限，學者須切記之。

我們常常假定每個區域裏的記分，均勻的散佈於這個區域裏，不管這個區域包含幾個準個，三個準個也好，五個準個也好，這種假定總能成立，若是我們想用一個量，代表一個區域裏所有的記分，那嗎這個區域的中心點，必為最合理的選擇了，譬如在第一表第二部下第(6)直行的155－159區域裏有六個記分，155，155，157，157，158，158他們可被這個區域的中心點代表之，這個區域的中心點為 157.50，請看下圖。



求區域的中心點的方法為：

$$\text{中心點}=\text{區域的下限}+\frac{\text{區域的上限}-\text{區域的下限}}{2}$$

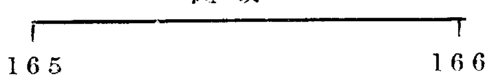
譬如 155－159 區域的中心點，必為 $155+\frac{160-155}{2}=157.50$.因為這個區域的長度為 5，他的中心點必為2.5，把2.5 加到這個區域的下限上，即為157.50。

常常有人問道，域區的中心點，能不能代表一個區域裏所有的記分？在回答這個問題之前，再把155－159區域裏的記分拿來看看，有兩個為155，小於這個區域的中心點，有兩個為157，差不多等於中心

點，有兩個為 158 ，大於中心點，再把 160－164 區域及 145－149 區域裏的記分拿來看看，在這兩個區域當中，每區皆有四個記分，兩個記分大於中心點，兩個記分小於中心點，有時候區域裏的記分，雖沒有這種持平對稱的現象，但是我們有很好的證據，能使區域的中心點，代表區域裏的記分的假定得以成立，有時候大多數記分，偏於區域中心點的一邊(參看第88頁)那嗎以中心點為代表的假定，就不能用了，但是處理智力測驗的記分分配式或教育測驗的記分分配式，以區域的中心點為代表的假定很穩妥，若是記分數目大，那就很好，因為記分的數目，在區域中心點以上的，差不多等於記分的數目在區域中心點以下的。

4. 在連續的次序裏一個記分的意思——我們已將關於記分分區的事件，關於畫清區域的上限下限的事件說過了，現在我們又想把一個記分的意思，弄得清楚些，譬如有一個智力測驗的記分為 165 點，假定這個記分，占據量表上一段空間，那嗎在 165 和 166 之間的記分如165.3.165.8 等等，皆必在這段空間之內，皆應以 165 視之，請看下面的圖：

區域 165



所以記分165，表白一個人只做對了165個題目，或是他差一點便做完了 166 個題目。

就動作 (Performance) 量表而言，一個記分，或等於8，或大於8，而小於9的，皆記之以8，擺在8－9 區域或 8－8.99 區域裏：至於作品 (Product) 量表，例如桑戴克的書法量表，記分 8 代表所有的量之在7.5和8.5 之間的，所以記分 7.7，8.0，8.4，等等，皆以8 代表之，若是把

這種量表上的一個記分，用一段直線表示出來，8卽爲7.5－8.5區域的中心點，看下面的圖：

區 域 8

7.5　　　　8　　　　8.5

這種記分的方法：多用於書法，繪畫，作文量表上。

就上面看起來，在連續次序裏，一個記分的意思，隨記分的方法而變更，若是記分的方法，沒有在測驗上說明出來，最妥當把記分22當作22－23，不要把他當作21.5－22.5

5. 集中趨勢的度量(Measures of Central Tendency) ～～記分編成次數分配式之後，我們就要求集中趨勢的度量了。集中趨勢度量的大小，告訴我們兩件事，(1) 他是一個量可以代表一個團體所得着的一切記分，因此，一個團體的動作，得着他做代表，便有一個簡明的意思。(2) 能使我們藉團體動作之代表者，比較團體，定其優劣，我們有三個方法，測量集中趨勢：第一個爲均點，第二個爲中點第三個爲衆點，把這三個方法，在下面一一的說出來。

1. 均點 (Mean)

均點是測量集中趨勢最著名的一個方法，他的界說爲：“把所有的記分加起來，用記分總次數除”。譬如一個人做了五天工，第一天賺了三塊錢，第二天四塊錢第三天三塊半錢，第四天五塊錢，第五天四塊半錢，他的每天平均的工錢，等於五天工錢的總數，用做工的天數除，所以：

$$\text{分散的次序的均點}=\frac{\Sigma(\text{記分})}{N} \qquad (1)$$

公式(1)裏的N，代表一個次序裏記分的總次數符號(Σ)表明總和的意思。

記分組合起來成爲次數分配式後，求他的均點的方法，和上面所說的稍有不同，第二表裏的兩個例題，把這種方法清清楚楚的表示出來，第一個例題，含有54個智力測驗記分。編成次數分配式後，求他的均點的方法如下：先把每個區域裏的記分數目 F，和該區域內中心點 X 相乘得着 FX 行，再把所有的 FX 加起來，用 $N(54)$ 除一下，卽得着均點了，用區域的中心點，代表區域裏的記分，卽因爲記分經過組合歸到區域裏去後，他們便失掉了本來面目，不得不用他們所在的區域的中心點，代表他們，因此我們不得不把每個區域裏的記分數目 F，和該區域的中心點 X 相乘，以後把所有的 FX 加起來，再用 N 除一下，求均點的公式爲

$$X = \frac{\Sigma FX}{N} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

第二表的第二個例題，也是一個例子，表明怎樣推算組合的材料的均點，這個例題的次數分配式代表200個男子的勾消測驗記分(Cancelation Test Scores)，我們先把記分分到九個區域裏，因爲每個區域包含4個準個，所以每個區域的中心點，等於該區域的下限，加上該區域所有的準個的半數，譬如一個區域的下限爲104，再加上該區域所有的準個的半數2，卽得着該區域的中心點了，FX 行的總數爲23988，$N = 200$，應用公式(2)卽求得均點爲119.94。

在上面兩個例題裏，我們已經表明怎樣推算一羣人的記分的均點，但是我們也可應用公式(1)及公式(2)推算一個人的許多測驗記分的均點。譬如我們把一個人對於光的反射時間，測量一百次；以後把這一百個記分，編成一個次數分配式；那嗎求這個分配式的均點和求一百個人對於光的反射時間的均點相同。

第 二 表

材料組合成爲次數分配式後求其均點中點衆點。

1. 此係54個智力測驗記分從第一表第二部裏取來的。

記分	中心點	F	FX
200—204·99	202·5	1	202·50
195—199·99	197·5	4	790·00
190—194·99	192·5	2	385·00
185—189·99	187·5	10	1875·00
180—184·99	182·5	3	547·50
175—179·99	177·5	8 26	1420·00
170—174·99	172·5	3	517·50
165—169·99	167·5	3	502·50
160—164·99	162·5	4	650·00
155—159·99	157·5	6	945·00
150—154·99	152·5	4	610·00
145—149·99	147·5	1	147·50
140—144·99	142·5	1	142·50
135—139·99	137·5	2	275·00
130—134·99	132·5	0	
125—129·99	127·5	2	255·00
		$N=54$	9265·00

(1) 均点$=\frac{\Sigma FX}{N}=\frac{9265}{54}=171.51$

(2) $\left(\frac{N}{2}=27\right)$ 中點$=175+\frac{1}{8}\times5=175.625$

(3) 衆點落於(185—189)區域裏或在 187.5處

2. 200個人的勾消測驗記分。

記分	中心點	F	FX
136—139	138	3	414
132—135	134	5	670
128—131	130	16	2080
124—127	126	23	2898
120—123	122	52	6344
116—119	118	49 52	5382
112—115	114	27	3078
108—111	110	18	1980
104—107	106	7	742
		$N=200$	23988

(1) 均點 $=\frac{\Sigma FX}{N}=\frac{23988}{200}=119.94$

(2) $\left(\frac{N}{2}=100\right)$ 中點 $=116+\frac{48}{49}\times 4=119.92$

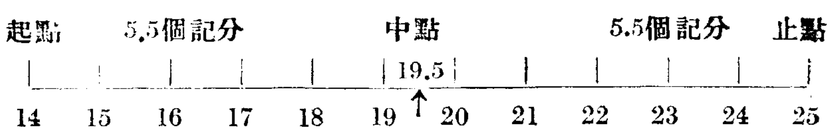
(3) 衆點落於(120－123)區域裏或在122處

2. 中點　　(Medien 以M代表之)

把記分案大小排成次序之後，中點卽是這個次序正中的一點，或說中點是一點，在他的上下，記分的數目均等。按這個界說求中點，卽是從次序的一頭，向前數下去，數到記分總次數之半$\frac{N}{2}$，卽到了中點所在的地方。

讓我們先注意簡單的散慢的次序的中點推算法。於此有兩種情形發生：第一種卽是總次數 (N) 爲單數，第二種卽是總次數 (N) 爲雙數，先說第一種，設有十一個連續的記分： 14，15，16，17，18，19，20，21，22，23，24，$N=11$，$\frac{N}{2}=5.5$ 表明中點在第五個半記分的地方。我們先數進來五個記分，以後再數進來半個記分，卽到了中點的地方了。若是我們先從左向右數進來五個記分：14，15，16，17，18，我們卽到了19，因爲記分18，含有從18起一直到19，而不包含 19 的意思。再數進來半個記分(　　)，卽到了19.5　19.5卽是中點，要想證明這個結果，卽可從右向左數進來5.5 個記分，先數五個記分進來，24，23，22，21，20，我們卽到了記分 20，再數.5個記分進來，卽到了19.5。19.5卽爲中點請看下圖：

N 爲單數



再舉例證明N 爲雙數時他的中點的推算法，若是從上面十一個記