

SHIJIE QUWEN YISHI

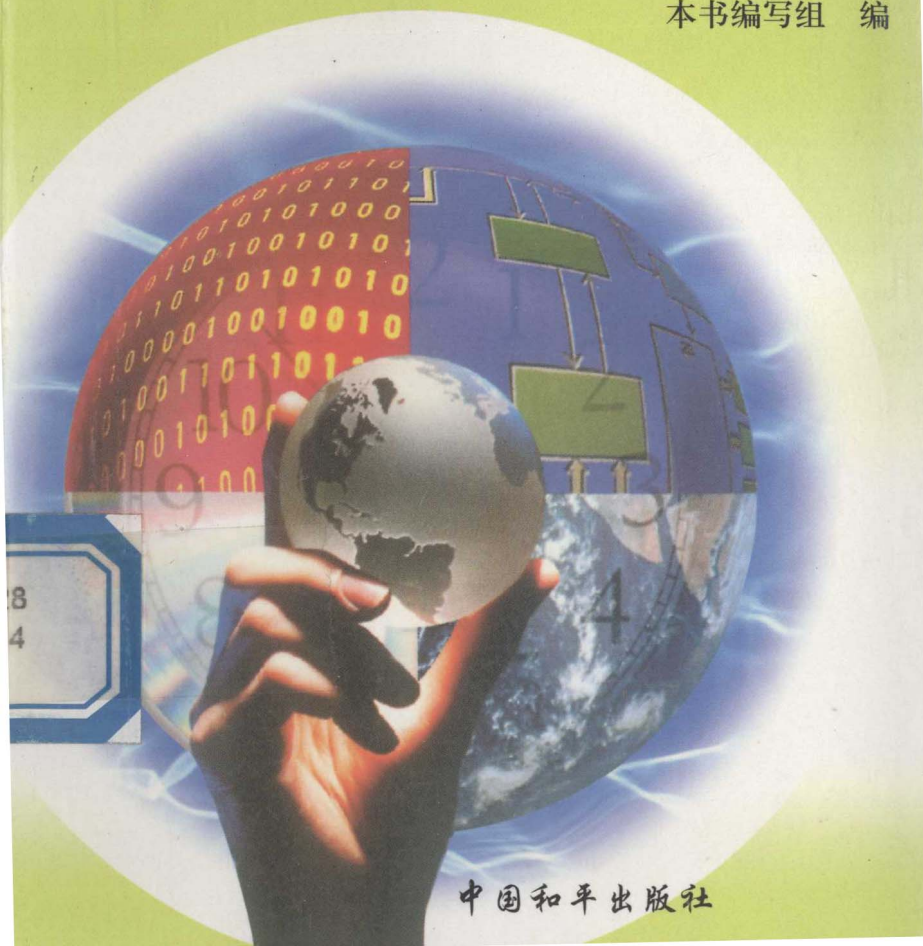


趣闻轶事

7

数 学 趣 闻

本书编写组 编



中国和平出版社

0507476

7228
4444
V.7

世界趣闻轶事

数学趣闻

本书编写组 编



A0248776

中国和平出版社





川北医学院图书馆
图 书

目 录

隶首作数	(1)
武梁祠的“规矩图”	(2)
希伯斯之死	(3)
奇妙的菲波纳斯数列	(5)
维纳斯和“黄金分割”	(6)
“九九”的传说	(7)
《河图》 《洛书》	(9)
金字塔和圆周率	(11)
珠算溯源	(12)
计算机溯源	(14)
八卦与数学	(15)
八卦与天文	(17)
“化圆为方”行不行	(18)
“立方倍积”会不会	(20)
“三等分角”能不能	(21)
猜了一个多世纪的“四色问题”	(24)
哥尼斯堡的七座桥	(26)
土星光环上的七座桥	(28)
古老的“三所学校”的问题	(29)
回到“四色问题”	(31)
自然数的奥妙	(33)
埃拉托斯尼筛子有多大	(34)



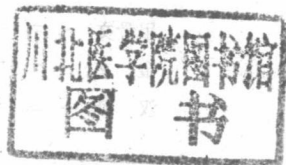
最大的素数	(36)
最大梅森素数	(37)
费马猜想	(39)
素数的公式	(41)
素数的规律	(42)
几种有趣的素数	(44)
“1+2”等于什么	(45)
哥德巴赫猜想	(47)
什么是“充分大”	(49)
数的变迁	(50)
偶数和自然数谁多	(52)
分数和自然数谁多	(54)
无理数和有理数谁多	(55)
核桃 红枣和砂糖谁多	(57)
复数和实数谁多	(57)
四元数和实数谁多	(59)
有没有阿列夫	(60)
π	(62)
e	(65)
超越数	(67)
埃及分数	(68)
方螺线	(71)
大数	(72)
神秘的“勾股定理”	(74)
勾股数的特点	(76)
勾股数能不能扩展	(77)



能否再上一层楼	(79)
异曲同工	(81)
由 365 引出的问题	(83)
勾股数与宇宙	(85)
费马小定理	(86)
费马大定理	(88)
正 n 边形的作图	(90)
n 次方程求解	(92)
二维世界	(94)
四维空间	(96)
“第五公设”问题	(98)
发人深思的一道练习题	(100)
几何的基础会不会动摇	(102)
三种几何有否矛盾	(104)
悖论的产生	(105)
第一次数学危机	(107)
第二次数学危机	(109)
第三次数学危机	(111)
希尔伯特难题	(112)
连续统假设	(114)
黎曼猜想	(115)
难题扫描之一	(117)
难题扫描之二	(119)
难题扫描之三	(120)
如何对待数学问题	(122)
但愿更多下金蛋的母鸡	(123)



隶首作数



传说,中国的方块字是仓颉所造,而数字又是谁想出来的呢?

在先秦的一部题为《世本》的古书中提到,数是黄帝时代一个名叫隶首的人所作的。

关于《世本》这部著作和隶首这个人,历史上还有种种说法。在梁启超的《中国历史研究法》中称道:在春秋战国期间,有两部史书,一为左丘的《国语》,另一为不知撰人的《世本》。西晋的张华所著《博物记》中对隶首的身份认为有两种可能:一为黄帝手下的大臣,另一说是精通算学的人。

不管怎么说,《世本》的记载证明了我国数字的渊源可追溯到黄帝时代。人类由打绳结到知道一、二、三,进而演化成从一到十十个数字,并且采用了十进制,这是了不起的进步。所以,假如有隶首这个人的话,他在数学上的功绩是无量的。

然而,“隶首作数”这个回答是不可靠的。因为数是人类在进化中,在进行劳动和生活的过程中产生的,决不是某个人臆想出来的,把它归功于一个人的创造是不符合历史的。

从挖掘出的古代文物中,我们已经可以知道从殷代甲骨文、经过周秦的金文(亦称钟鼎文)、直至汉朝,数字的演变过程如下:



甲骨文	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
金文	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
汉朝	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

然而,我们至今还是不能知道黄帝时代数字的形式是什么样子?但可以肯定地说,黄帝时代,已经有了数字的雏形;不然,绝不会到了商殷,突然在甲骨文中出现完整的数字表达。由于商殷之前,人们还不懂得在龟甲和兽骨上刻字,只能在沙土上或石壁上留下暂时的记载,这样就使我们永远无法去考证黄帝时代的数字雏形了。

武梁祠的“规矩图”

“规规矩矩”已是人们形容“正统”、“守法”、“准确”、“一丝不苟”等等含义的代名词了。而它的原意,“规”是指圆规,“矩”是指直角尺。有了“规”和“矩”,我们就可以几何作图。所谓“无规矩不成方圆”,就是指的这个意思。

那么,“规矩”最早是从哪儿来的呢?

在山东嘉祥县境内曾有一座汉朝的武梁祠,在祠内留下一幅浮雕,称为“规矩图”。在那幅浮雕上,画着伏羲手执矩,女娲手执规。这表达了人们一种科学的愿望:当伏羲氏、女娲氏开天劈地的时候都是拿着测量工具,他们的行为不是盲目的。

愿望是愿望,现实是现实。且不说,伏羲和女娲是传说中



的人物,他们不可能发明“规”和“矩”。但是从司马迁的《史记》中提到,夏禹治水的时候,他是“左准绳”和“右规矩”的,也就是:左手带着水准工具和绳,右手拿着规和矩,来进行测量和设计工作的。

从考古资料来看,河南安阳发掘出来的“甲骨文”,大约是一千多年以前的殷代文字,那里有数字的记载。然而从发掘出来的十万年前“河套人”所用的骨器上已刻有菱形的图纹。甚至远在石器时代的工具也都具备一定的几何形状。因此可以说,图形比数字被人类更早认识,“规”和“矩”的发明自然也要比数字的发现更要早得多。

时至今天,我们在几何作图中依然用的是圆规和直尺;在木工和板金工的生产活动中依然用圆规和直角尺来测量;在人类的行为规范上依然用“规矩”两字来衡量。这说明:“规”和“矩”渊源流长、广泛流传。然而,尽管我们天天在说,我们天天在用,却只是“知其然而不知其所以然”。

希伯斯之死

远在公元前五世纪,希腊有一个神秘的学派,它是以伟大的学者毕达哥拉斯为首的。这个学派的宗旨是研究数学,同时,它又效忠于宗教。

这个学派内部的活动非常隐蔽,每个学员都要严守内部的秘密。它有严格的纪律,不准将内部研究的成果泄露和传播出去。



希伯斯是毕达哥拉斯的亲密助手,当然,他对这个学派也是有很大贡献的。

这个学派最主要的研究成果是证明了“毕达哥拉斯定理”,即“直角三角形两条直角边的平方和,等于斜边的平方”,也就是我们中国古代数学中的“勾股弦定理”。这个学派另一重要的成就是:发现了“三角形三个内角之和等于 180 度”。

尽管学派在数学上有那么重要的发现,但是在精神和思想体系上,它仍然相信上帝的存在,而且上帝主宰一切。因此,按照上帝的旨意,宇宙间的一切现象都能归结为整数或整数之比。这是毕达哥拉斯学派不可违背的信条。

正在毕达哥拉斯学派成果丰硕、方兴未艾的时期,忽然,希伯斯失踪了,有人说,他死了,是海神惩罚了他。希伯斯到底怎么死的?为什么死?连毕达哥拉斯学派内部也守口如瓶。

但是,人们不难发现,毕达哥拉斯定理的发现,孕育着对他自己宗教信条的否定。试想,当两条长度为 1 的直角边组成一个直角三角形,它的斜边的长度为 $\sqrt{2}$,而 $\sqrt{2}$ 并不是一个整数。毕达哥拉斯如何自圆其说呢?

或许正是希伯斯把这个秘密泄露了出来,或许是希伯斯发现了这个矛盾而使毕达哥拉斯十分恐惧,以致于对希伯斯迫害致死。希伯斯死因不明,但他确实反映了科学和宗教的势不两立。希伯斯是宗教权力下的牺牲品。



奇妙的菲波纳斯数列

13 世纪意大利的数学家菲波纳期(约 1170 ~ 1250 年),曾经编过一道非常有趣的数字题:

“如果一对兔子每月能生一对小兔子,而每对小兔子在它们出生后的第 3 个月里,又能开始生一对小兔子。如此循环下去,假定不发生意外的死亡,那么由这一对初生的兔子开始,一年后能繁殖成多少对兔子?”

这个问题导致了一个有名的数列:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144……

这就是著名的“菲波纳斯数列”。它的特点是,从第三项开始,任一项都可以表示为前两项之和。它的通项表达式为:

$$a_n = a_{n-2} + a_{n-1} \quad (\text{当 } n > 2)$$

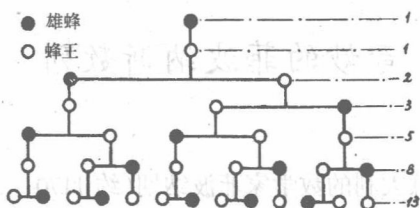
菲波纳斯数列不但很好地解答了兔子繁殖的问题,而且还与其他一些自然现象是那样的默契,以致到了使人难以置信的程度。

比如,蜜蜂是有严格家规的一种动物,它有蜂王、雄蜂和工蜂之分。蜂王只有一个,当新蜂王产生以后,老蜂王则率部迁徙。如果以黑圈和白圈分别表示雄蜂和蜂王,那么,蜜蜂的家谱可以画成下图的形式,不难看出它正好是符合菲波纳斯数列的。

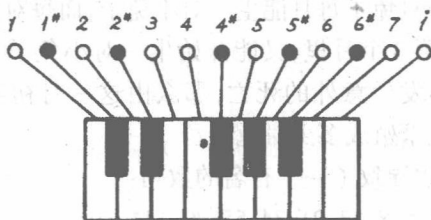
值得奇怪的是:我们取 $n=7$ 的 13 个数的排列情况来看,假如以黑圈表示高半音阶,那么,它的排列正好是钢琴中 13



个半音阶的排列次序。



蜜蜂的家谱



钢琴的音阶

为什么自然界有这样的巧合呢？菲波纳斯数列能表达众多的自然现象，是不是它符合自然界中一种普遍的规律？

维纳斯和“黄金分割”

“黄金分割”是这样表达的：将一条线段分成两段，使较长的线段成为较短线段与整条线段的比例中项。这时，较短线段与较长线段之比称为“黄金比”。同样，较长线段与整条线段之比也是“黄金比”。



假设,原始线段 $AB = a$, c 为 AB 线段上的黄金分割点,如果 $AC = x$,那么 $CB = a - x$ 。

根据“黄金分割”的定义: $x^2 = (a - x) \cdot a$, 由此得 $\frac{x}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ 。

在日常生活中,人们不由自主地把 0.618 作为美的一个标志。比如,书本的形状,窗户的形状,都是符合“黄金分割”的。甚至连卢浮宫中的维纳斯雕塑,她的下身与全身之比也为 0.618,正因为符合“黄金分割”的比例,维纳斯不失为美神的风采。有人说,芭蕾舞演员为什么要用脚尖跳舞?那是因为这样能使舞蹈演员上、下身的比例更加符合“黄金分割”。

“黄金分割”不但是美的标志,同时,它也是自然界中一种固有的和谐和规律。大家一定知道有一种名为“菲波纳斯数列”,它可以解释众多的自然现象,尤其很好地体现了音乐中的规律。但是你有没有发现,在这个数列中,前一项与后一项的比值,基本上是符合 0.618 这个数字的,也就是说,菲波纳斯数列与“黄金分割”有难舍难割的情谊。

那么,“黄金分割”究竟反映了自然界中一个什么样的普遍规律呢?还是反映生物界甚至人类心理上的一种什么活动呢?这岂不是很有意思的!

“九九”的传说

“九九”就是指古代流传的《九九歌》,也就是今天每个小



学生都会背得倒滚如流的《乘法口诀》。原来古代《乘法口诀》就是倒着背的，也就是从“九九八十一”开始，所以才叫《九九歌》。

《九九歌》到底起源于何时？说来话长。

从点国荀况的《荀子》、汉初刘安辑的《淮南子》、刘向的《战国策》、晋王肃的《孔子家语》及唐司马贞的《史记索隐》等著作中都引用了《九九歌》中的歌诀。

从其广泛流传以致于家喻户晓的情况看，也是十分有趣。在江苏一带的东吴方言中尚有“不管三七十一”的俚语，居然把口诀原封不动地搬了过去。而另一条俚语是“搞七廿三”，又是用错背口诀意谓着“捣乱”。因此口诀已进入了日常生活。

再说，从数学的渊源来看，我国古代最早的一部数学著作《九章算术》是魏刘徽所著。但据宋朝李籍考证，“九九之术为《九章算术》的前身。”可见“九九”的歌诀在数字发展中的作用。

最耐人寻味的是《吕氏春秋》中的一段故事：“东野有以九九见者，齐桓公使戏之曰：‘九九足以见乎？’曰：‘九九薄能耳，而君礼之，况贤于九九者乎？’”这段故事是讲春秋时代齐桓公招贤门庭，忽然来了一个人，把《九九歌》作为进见礼。齐桓公觉得好笑，因为礼物太粗浅，但来人回答说：“《九九歌》确实够不上见面礼，但您能这样厚意相待，那么比懂《九九歌》更高明的人岂不更会接踵而来呢！”可见，即使在春秋时代，《九九歌》已是相当普及了，那么让我们怎么再去追溯历史呢？

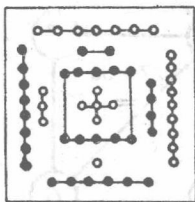
于是，《管子》中称：“伏羲作九九之数，以应天道。”又把功劳归于老祖宗伏羲身上，这便如何是好？



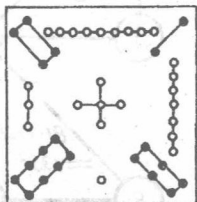
《河图》 《洛书》

这又是一个古老而神奇的传说。

在遥远的古代,伏羲氏为王天下,一天从黄河的波涛中忽然跳出一匹龙马,马背上画着八卦图,这就是《河图》;无独有偶,大禹治水的时候,从洛水里浮起一只神龟,龟背上驮着一卷书,书中讲了数的道理,这就是《洛书》。



河 图



洛 书

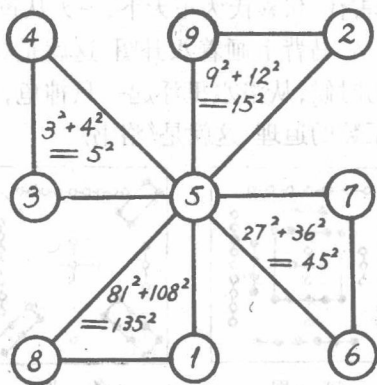
几千年来,《河图》和《洛书》成了我们民族通晓自然奥秘的宝库,不管是哲学、天象、气功、医学、数学、音乐、声韵等等都从中得到启蒙。

就从数学上来讲,有“大衍之数五十说”,《河图》共 55 个数,因此是五十盈五,《洛书》共 45 个数,因此是五十亏五,但都是以五十为准。“五十”这个数很有趣:勾 3 股 4 弦 5,其面积之和为 $3^2 + 4^2 + 5^2 = 50$;又以边长为 7 做一个正方形,其四周边长之和为 28,它的内切圆直径为 7,圆周长为 $7\pi \approx 22$,于是方圆同径为 7,方周和圆周合长为 $28 + 22 = 50$ 。再看《洛书》中,无论是纵、横、斜,其和都为 15,若以对方乘以 5,都得 50。



如： $1 \times 5 + 9 \times 5 = 50$, $2 \times 5 + 8 \times 5 = 50$ 等等。

《洛书》还是勾股的起源,从《洛书》可演变成四个勾股图,第一个勾股图比较明显,表明 $3^2 + 4^2 = 5^2$,即勾 3 股 4 弦 5;第二个勾股图略有变化,表明 $9^2 + 12^2 = 15^2$,即勾 9 股 12 弦 15;第三个勾股图为勾 27 股 36 弦 45;第四个勾股图为勾 81 股 108 弦 135。



四勾股图

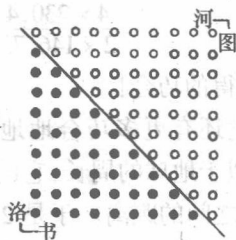
《洛书》若以中间十字为界,四角都得 9 点,于是再用 10 乘之,得 $4 \times 9 \times 10 = 360$,正好是周天 360 度,因此又是圆周角度的来源。

《河图》和《洛书》又可合成为一个图,当 10×10 点方阵排列时,以斜线对分,得一边 55 点,另一边 45 点,合起来正好 100。

且不去更多地探索,从上述的介绍不难使人萌生一个问题:为什么《河图》和《洛书》能应运如此广博?从它们看来十



360° 周天图



河洛百点方阵

分简单的图中到底反映了自然界什么本质的东西？为什么会越研究越深邃？

金字塔和圆周率

古埃及建造的金字塔始终是人们神往而迷惑的地方。试想，在公元前五世纪这里就开始建造这样的宠然大物，就以胡夫大金字塔而言，它共有 230 万块巨石砌成，而每一块巨石平均为 2.5 吨重，大的巨石重达 15 吨。在茫茫的沙漠上，是用什么车辆来运输？是用什么工具来起吊？不要说别的，即使在当代，要建造这样一个金字塔，也并非轻而易举的事情。

胡夫大金字塔尤其神秘。它的高度为 481.4 英尺（相当于 146.73 米），它的塔底每边长为 756 英尺（相当于 230.4 米），塔底是呈正方形。于是，当我们用大金字塔塔底的周长除以其高度的两倍，结果正好等于圆周率的近似值 3.14，算式如下：



$$\frac{4 \times 230.4}{2 \times 146.73} = 3.14$$

这是多么难得的巧合！

然而，它还有更多巧合地地方。比如，它的高度乘以 27 万倍，便近似于地球的周长；它的高度乘以 10 亿倍，正好等于地球到太阳之间的距离。于是 2.7×10^5 和 10^9 又体现宇宙中什么重要的规律呢？而金字塔的建造者们是认识了这种规律，还是不认识这种规律呢？

至于由金字塔引伸出的“大西洲”的故事，那更是不可揣测的问题了。因为金字塔的建造没有文字记载，仅仅在《圣经》的《旧约》里，讲到希伯莱人沦为奴隶而逃出埃及，他们曾为建造金字塔而服过劳役。但《圣经》又怎可相信。于是从公元前四世纪柏拉图的记载，在现在的大西洋中曾有一个海岛，是古代发达的大帝国，即大西洲。金字塔就是他们所建。但后来遇到极大的自然灾害，地震和洪水同时袭来，把大西洲给淹没了，也淹没了一度鼎盛的文明。

有没有存在过“大西洲”？或许通过地理的勘测和地质年代的考古，会得出结论。

珠算溯源

算盘可是中国的国宝，即使在今天进入电子计算机的时代，在商业和财会部门，由于应用大量的四则运算，算盘的运算速度仍然可以与电子计算机媲美。它的运算迅速、准确。