

序 一

開發事理之要端曰文曰數我國向富於文的觀念而貧於數的觀念故文字之傳播汗牛充棟求一用數理闡明事物者除天文律呂及簡單之戶口冊外殆絕無之近日各衙署雖頗有統計報告然極遲緩且不盡真確始予亦頗不謂然乃從政教育部以來首提議徵各省普通教育統計雖經部通行各省其遲緩且過於向所經歷此固由於政治之關係然省責之縣縣責之學校均含有比較公文書略輕之感念可斷言也然教育之實際非有精確之統計殆無由改良而進步需要與普通之感念相差若此則教育行政之隱憂自慙且深懼也薛子乃乘此時機首編教育統計學大綱以應教育社會之需要若從事教育者能人手一編羣感於數的觀念之重要斯誠教育界大幸也夫

中華民國十一年十二月上旬陳寶泉謹序

序 二

自科學的精神和方法應用到教育的問題上來，統計法就成爲研究教育的重要工具。有了這種工具，教育學者，才能從複雜的事實中尋出個條理來；從偶然的景象中找出個原則來；從枝枝節節的現象中理出個因果或連帶的關係來。研究教育的人，幾乎一刻不能離開這個工具。要想在教育方面發古人所未發，明今人所未明，非直接或間接借重統計法不可。就是辦教育行政或當教員的，要想知道自己所用方法的效力如何，也得曉得些統計法。統計法能使眼界小的變大些，眼界近的變遠些，眼界偏的變完全些。他的功用，如同顯微鏡，千里鏡，無非是要補足我們肉眼的缺點。他把教育界的種種現象縮起影來，使我們看得清楚。他幫助我們找真理，但祇是一種工具。有時人把統計太看重了，做起文章來，滿篇的數目字；做起書來，十分九的篇幅都爲數目字佔去。他們拿工具當作目的看待，未免喧賓奪主了。這是我們研究統計的人應當注意的。教育統計法輸入中國，到現在祇有四年。在高等專門大學中曾經擔任這門功課的人，有張

耀翔，張見安，朱君毅和我四個人。社會上對於這門學問也漸漸的覺得他的需要了。我們因為事務很忙，幾年來還沒有得到機會，做本適用的書來報答社會。今薛君遠舉用了二年的時候，採集Rugg, Yule, Thorndike, Brown, McCall, Whipple 諸家的著作的菁華，輯成此書。他的毅力，真可令人佩服。薛君在校時最喜歡研究統計；畢業後，應中華教育改進社之聘，掌理統計事宜，將近一年。此書是他的學問經驗融合的出產品。讀者當能得到好多的益處。這是我所深信的。

民國十一年十二月十四日 陶知行

自 叙

統計的方法，可該括的分爲表記(tabular methods)，圖示(graphic methods)，分析(analytic methods)三種。表是序列分散的事實，圖是便利事實的表顯。這二種方法的用處很廣。但是這本書未將他們列入僅敘述分析方法的緣故，是因爲分析法的材料容易搜集，而其法則已有一定不易的成規了。至於表圖的作法，雖然亦有規則，但是變動的地步較大些；且在中國此種學術幼稚的時期，更不易得到相當的材料，作應用方面的標準。所以當我把分析法草成的時候，表圖二種方法，尙未研究有滿意的結果。我希望此書再版的時候，此二部分，或者可以加入。

這本書的名稱，雖然名爲「教育統計學」，但若嚴格說起來，其意義即是「應用於教育上的統計法(Statistical Methods Applied to Education)」！。因爲統計法早已作一種研究學術的普通工具（參看第一章緒論），現在又作研究教育的利器了。所以這本書裏的方法，雖然是偏重教育方面的應用，而研究他種應用統計方法的科學，也可以用作參考。

這本書的篇章，是本李湘宸張見安兩先生課堂講授的次第，並參考下列各書編成的：

Statistical Methods Applied to Education. By Harold O. Rugg.

An Introduction to the Theory of Statistics. By G. Udny Yule.

The Introduction to the Theory of Mental and Social Measurements. By Edward L. Thorndike

The Essentials of Mental Measurements. By William Brown.

How to Measure in Education. By William A. McCall.

Manual of Mental and Physical Tests. By Guy Montrose Whipple.

最小二乘法 無錫顧澄先生譯著

讀者諸君，若想作探本窮源的研究，可參考上列各書，或他種關於統計的著作。

這本書中說明的材料，多半由上列各書選擇來的。選來的材料，多半是於教育有關係的；並且注重應用方面。關於公式的用法，則多作解釋；關於公式的來

源，重要的和淺近的則加以說明，非重要的和深奧的則概從簡略。這是希望粗通數理的教育家，也可利用這些法則，作研究的工具。

這本書中的名辭，是採取上列各書中所通用的。中文的譯語，多由各數學書及各雜誌中採取來的。無從採取的名詞，則由著者創譯。故皆附以原文，預備讀者對勘。不妥的地方，必不能免。讀者諸君若能不吝教正，是無任歡迎的。

這本書的成功，藉重課業教師及同學友人的力量很多：李湘宸，張見安，張耀翔諸先生的指示校訂；同學王卓然的激勵勸勉，方永蒸，夏宇衆的商榷訂正；吳益三的剖析數理；友人蕭偉一，尹彤墀，楊可大的抄對稿件，核算例題，皆是此書作成的原素。是以特誌書端，藉申謝意。

中華民國十一年十二月十七日

薛鴻志叙於北京中華教育改進社

目 錄

第一章 緒論

頁數

統計術語之變遷	1
統計之應用	1
教育統計學之需要	3

第二章 教育測量

1 測量之應用	5
2 主觀之測量	5
3 客觀之測量	10
(1) 測量表	10
(2) 單位	11
(3) 標準點	12

第三章 統計材料之分類法

4 次數分配	14
5 數量之性質	23
6 圖形表明法	25
(1) 次數多邊形	27
(2) 柱形圖	28
7 次數分配之種類	29

(1)對稱的分配	30
(2)偏斜的分配	31
第四章 位置數量(point measures)	
8 次數分配之說明法	35
9 位置數量之種類	37
(1)範數 (mode)	37
(2)平均數 (mean)	38
(3)中點數 (median)	44
(4)百分點 (percentile)	48
10 各集中數量之性質及功用	49
(1)範數	49
(2)中點數	50
(3)平均數	51
第五章 差異數量 (variability measures)	
11 絕對的差異數量	53
(1)距離 (range)	53
(2)四分差數 (quartile deviation)	54
(3)平均差數 (mean deviation)	55
(4)標準差數 (standard deviation)	59
12 比較的差異數量	64

13 求次數分配偏斜之方法..... 68

第六章 關係數量 (relationship measures:
correlation)

14 關係數量之意義..... 68

15 關係之種類..... 68

(1) 正關係..... 68

(2) 負關係..... 69

(3) 無關係..... 69

16 關係數量之求法..... 74

(1) 乘積率法 (product - moment method)..... 74

(a) 卑爾森之公式..... 74

(b) 求消長係數 (regression coefficients) 之公式..... 76

(c) 關係表之製法..... 80

(d) 就關係表求 r, σ_x, σ_y 之方法..... 84

(2) 等級差異法 (method of Rank differences)..... 88

(3) 異號差數對數法 (method of Unlike Signed Pairs)..... 92

17 求實得 r 之真確價值法..... 94

(1) 更正 r 受變差影響之方法..... 94

(2) 更正 r 受恒差影響之方法..... 96

第七章 概率曲線 (probability curve)

18 概率之原理..... 99

19 二項式之分配..... 101

- 20 常則曲線之推理 110
 21 概率曲線之公式 112

第八章 常則概率曲線之應用

- 22 概率曲線下之面積 114
 23 實際的與理論的次數分配之比較 116
 24 若次數分配為常則的可由已知之中量及差異
 數作次數分配表 116
 25 由已知之任何距離求其中間所含數量之百分
 數 118
 26 就底線上之標準點求含已知之百分數量之距
 離 119
 27 標準試驗之製作法 120
 (1) 標準試驗之需要 120
 (2) 分別問題難易之法則 121

第九章 證確數量 (reliability measures)

- 28 用常則曲線斷定統計結果之確度 125
 29 用標準差求證誤數之方法 128
 30 化 σ 數量為 P.E. 數量之方法 134
- 附錄 I 計算表 137
 II 本書所用之符號及公式 142
 III 問題解答 146
 IV 勘誤表 148

第一章

緒論

統計術語之變遷 西文統計(Statistics)一語，係由拉丁字 *Status* 而來。按拉丁字 *Status* 之意，係表示國家之政治情形，及其所處之實際地位。是統計之學，原為考察國家情況之學也。然其初記載國家情況之特點，僅以文言。自十八世紀中期，統計上所公布之材料，始漸有簡明數字之記載。至十九世紀以後，政治之材料益豐，數字記載之法益進步，於是數字統計方法，遂代文言以興。文言既變為數字，統計一語，遂含以數字表明分量之意義矣。意義既變，其功用之範圍，亦因之推廣。昔日之統計專論國情，至是則凡搜集數字材料之科學，皆須借重於統計。如化學，氣象學，生物學，心理學，遺傳學等，皆以統計之方法為研究之行徑矣。

統計學之應用 顧何以性質極不相同之各科學，而能適用此同一的統計之方法乎？是蓋因各種科學有一共同之性質在。其所具共同之性質為何？即被測量之各種事實，其結果為變異的，非確定的也。

今試就物質科學言之。化學之實驗，據吾人之常識

所知，應有定量不移之結果矣。然舉行實驗之時，如測酸素與水素之原子量，各次測量之結果，雖不甚差，必不能完全盡同。所謂酸素一原子量十六倍於水素者，蓋言其極相近似之值耳。此種差異結果之起因，或由於觀察之人；或由於觀察之器具；或由於溫度，濕度之變動；壓力，引力，及震動力之影響：其原因之複雜，雖極精於實驗之人，亦不能操縱自如，使之全行消滅；或僅使其中某一原因存在，以求理想中之結果。故必藉助統計方法，將各次實驗之結果，綜合而考察之，方可得概然之定律也。

又如治遺傳學者高爾登(Galton)主張「遺傳趨常」之說。用統計方法，研究英人身體之高度。研究之結果，體高六英尺之英人，其子之體高平均不過五英尺十寸三分；體高五英尺六寸者，其子體高平均却有五英尺八寸三分。因英國人平均之體高，在五英尺六寸和六英尺之間也。此類研究，不能就少數人之身體高度，卽下斷定。必須統多量之人數而觀察之，始可得此普遍之規律。

要而言之，凡關於人事的各種科學，其所函之現象，至爲繁複。一果之生，或由於衆因結合之影響，或由

於衆因中任意一因之勢力。造果之因無常，則所生之果，亦不能確定不變。若僅就諸結果中任一結果以爲斷言，而能得其真者，苟非出於偶然，決無其事。故須統合各個結果分析之，比較之，馭之以概然之數，以推求其間所呈顯之常理。統計學之所以見重於研究科學之士者，有由然矣。

教育統計學之需要 每一科學之建設，必根據以下三事：(1)理論，(2)實驗，(3)結果之試驗。既有理論，必須施諸實驗，以備證明理論之當否。既施諸實驗，必須考察實驗所生之結果，與理論有無乖違，以斷定理論之是否正確。教育之有理論，自古已然。若以理論施諸實驗，用標準試驗 (Standard tests) 以測量其效果，則爲近世所僅有。然研究之方法既變，則改進之速率驟增。故今日之教育，浸浸然有成爲一種科學之勢矣。顧實驗結果之測量，與標準試驗之製作法，皆非統計法則，不能竟其功也。

用科學的方法研究教育，固不僅恃實驗已也；調查事實，亦極重要。如各地方之教育實況，各學校之教學成績，此等固有之材料，皆極有研究之價值。若能搜集各種事實，用統計方法，類列以整理之，分析而考察之；雖各種事實，紛紜錯雜，視之若茫無頭緒；然

提綱挈領，亦莫不順事成章，顯其固有之規律。本乎此類規律，以解決各種教育問題，罕有不當於實際者也。應行調查各問題，舉其大者，可分下列數種：

(1) 關於學生方面者；如年齡，年級之記錄，升級，留級之方法，退學，轉學之章程等事。

(2) 關於課程方面者；如教科書之內容，地方之風俗習慣，及社會生活之需要等事。

(3) 關於教師方面者；如教師之學識，經驗，委任方法，薪俸數目，及教師家庭中之職業等事。

(4) 關於教授方面者；如學生進步之速率，分量，限度，及形式之陶冶等事。

(5) 關於教育行政方面者；如行政機關之組織，人員之資格及薪俸，用人法則，職務情形等事。

(6) 關於經費方面者；如歲入，歲出，來源，用途，及學款之支配等事。

此類教育調查，亦為近世教育趨勢中重要之一。然在吾國舉行之者甚少。材料既形缺乏，難為窠例之說明。故此書姑先略去此篇，僅就數量(measure)計算之法則，於第三章後分別解釋之。第二章就教育測量方法，叙其大意。製作標準試驗之法則，將於第八章 28 節略述之。

第二章

教育測量

1 測量之應用

測量一事，爲吾人日常生活不可少之方法。如言輕重，長短等等，皆所以測量某事物之分量也。然苟試問所言之輕重究有若干，非以稱及天秤等器具測之，難得輕重之確數也。苟試問所言之長短究有若干，非以尺度測之，亦難得長短之確數也。測量長短輕重等之器具，吾人用之最多，習以爲常，若不覺其最爲便利者。然使無此種器具，而任各個人主觀之判斷，以計物之輕重長短，其相差之度，必不可以道里計也。

2 主觀之測量

物質方面，能用客觀之標準，定多寡之分量。精神方面亦可用此同一方法，定測度分量之標準。或謂精神方面之特質，隱微奧秘，不若物質方面之事物，顯然可見，用分量之方法表出之，殊不易易。不知吾人日常對於此種隱微之特質，亦有分量之估計。如言此童之聰明強於彼童。甲生之品行優於乙生等類。聰明，品行等，既有比較，有差異，即可用分量表明之，特

所定之分量無客觀之標準耳。對於聰明，品行等優劣之批評，各人之意見，必難相合；甲以爲優，乙或反以爲劣。因各人自有其主觀之標準，故所定之分量，亦因之差異。由是言之，精神方面之性質非不可測，特乏精確之測量法則耳。

教育方面，憑主觀以評定優劣之事，不一而足。其判斷相差之大，有爲吾人所料想不到者。果用試驗方法證明之，即可明其真象矣。吾師張耀翔生先爲北京高師心理學教授，曾研究憑主觀定分數之差異。用北京高師附小一年級某生之國文一篇，原文一字未改，令某高師學生一百十五人評定。以零分爲最低，以十分爲最高。茲錄其題目及原文如下：

題目：諸生自述在家溫課之狀況。

原作：人生於世，若通達文字，則讀書而已。然讀書而不溫，與不讀異乎。故吾每日歸家之後，四時至六時，即吾溫課之時，無一不加謹慎者也。

此一百十五人所評定之分數，列於第一表。

就第一表所列可見各評定者之意見不一。給一分者有三人，給二分者有五人；而給八分者有二十二二人，約佔全體人數百分之十九；給九分者尙有二十一

人，約佔全體數百分之十八。就各人所給之分數。平均計算，得平均數 (mean) 6.6，再就各人所給分數差異之程度求之，得標準差數 (Standard deviation) 2.06

第一表 一百十五人評定某一高小學生國文之分數

分數	人數	人數百分比	
10	0	—	
9	21	18.26	平均數 = 6.6
8	22	19.13	
7	27	23.48	標準差數 = 2.06
6	21	18.26	
5	8	6.95	
4	2	1.74	
3	6	5.22	
2	5	4.35	
1	3	2.61	
0	0	—	
總數	115	—	

上述之試驗，猶可說國文之價值，分別細微，不易評定，故有若此之差異程度；若評定算術之分數，當不至此。實則不然。張先生亦曾擬一算術試驗，以證明給算術分數之差異程度。茲將先生試驗之方法，錄之如下：「余（張先生自稱）故意造一極簡單之數學題，使評論員人人理會，人人自己能算，故人人能察覺他人算之對與不對。乃按題作一算式，將算法完全作