福建省中学数学教师培训讲义

概率基础知识

80.12

福建教育学院数学组编

目　　录

一、事件及其运算……………………………………（1）
1.事件与集合……………………………………（1）
2.事件的运算……………………………………（4）
二、排列和组合……………………………………（14）
1.加法原理和乘法原理……………………………（14）
2.不重复排列……………………………………（16）
3.不重复的组合…………………………………（18）
4.有重复的排列…………………………………（22）
三、概率定义及其性质………………………………（28）
1.古典型的概率…………………………………（28）
2.古典型概率范例………………………………（30）
3.频率……………………………………………（37）
4.事件和的概率…………………………………（41）
5.条件概率………………………………………（46）
6.独立事件概率，及独立事件概率的积…………（51）
7.独立重复试验…………………………………（60）
8.全概率·巴叶斯公式……………………………（65）
9.几何型概率……………………………………（73）
四、教学参考意见……………………………………（81）
附一：练习题参考答案……………………………（84）
附二：高中第三册概率部分习题解答………………（107）

前　言

概率论与数理统计应用十分广泛，在人口调查、社会保险、生物遗传、分子物理、放射性原子寿命、产品质量控制、运筹学、水文学、医药效果、自动控制理论……等等方面都有普遍应用，它已成为常见的应用数学。

概率论是研究随机现象（偶然现象）的规律性的科学。凡是无法利用“因果关系”加以严格控制或准确预报，不能用一些简单的物理定律加以概括的，而须从大量观测中综合分析，归纳出一些“大量现象”的规律性，再给予定量分析，因而**概率论是研究偶然现象的规律性的科学**。

一、事件及其运算

1.事件与集合

在一定的条件下，所出现的现象叫做**事件**.或者说，在一定的条件下，试验的结果称为事件。

我们说事件是集合。它与集合一样也是个基本概念。

事件的全体结果ω_1，ω_2，ω_3，……，ω_k，……看作**全集**的所有元素，则

$\Omega=\{\omega_1,\ \omega_2,\ \cdots\cdots,\ \omega_k,\ \cdots\cdots\}$ $(k\in J)$ 称为**基本事件空间**（简称基本空间）。

这里$\{\omega_1\}$，$\{\omega_2\}$，……，$\{\omega_k\}$，……都称为**基本事件**。

例 1　投掷一枚硬币，不是正面向上，就是反面向上，

因而有两个基本事件{正面向上}，{反面向上}。

例 2 投掷一个骰子，它有六个面，投掷后向上的面有1，2，3，4，5，6点的六种可能，因而有六个基本事件：{1}，{2}，{3}，{4}，{5}，{6}。

我们将事件Ω称为**必然事件**，或称**全事件**。也就是每次试验结果中，某事件必然发生。Ω在集合中就是全集I。

同样，不可能事件φ，即每次试验结果，某事件必然不发生。因而φ是**不可能事件**，在集合中称为**空集**φ。

而任何事件A都是Ω的一个子集，我们将A称为**偶然事件**，或者说**随机事件**，即每次试验结果，某事件可能发生也可能不发生（如图1）。

图1

例 3 在标准大气压下，水加热到100℃，出现沸腾现象，是必然事件Ω；不出现沸腾现象，是不可能事件φ。

例 4 旋转一枚硬币，停止后，正面向上记ω_1，反面向上记ω_2。

(1) 正面向上或反面向上事件$\Omega=\{\omega_1, \omega_2\}$是必然事件；

(2) 正面向上事件$A=\{\omega_1\}$，A是随机事件；

(3) 反面向上事件$B=\{\omega_2\}$，B是随机事件；

(4) 正、反面都向上(或都不向上)，是不可能事件φ。

例 5 连续投掷硬币两次，停止后有以下四种结果：$\omega_{正正}$，$\omega_{正反}$，$\omega_{反正}$，$\omega_{反反}$。

(1) 必然事件：$\Omega=\{\omega_{正正}, \omega_{正反}, \omega_{反正}, \omega_{反反}\}$；

(2) 偶然事件：$A_1=\{\omega_{正正}\}$，$A_2=\{\omega_{正反}\}$，$A_3=\{\omega_{反正}\}$，$A_4=\{\omega_{反反}\}$，$A_5=\{\omega_{正正}, \omega_{正反}\}$，

$A_6=\{\omega_{正正}, \omega_{反正}\}$，$A_7=\{\omega_{正正}, \omega_{反反}\}$，$A_8\{\omega_{正反}, \omega_{反正}\}$，$A_9=\{\omega_{正反}, \omega_{反反}\}$，$A_{10}=\{\omega_{反正}, \omega_{反反}\}$，$A_{11}=\{\omega_{正正}, \omega_{正反}, \omega_{反正}\}$，$A_{12}=\{\omega_{正正}, \omega_{反正}, \omega_{反反}\}$，$A_{13}=\{\omega_{正正}, \omega_{正反}, \omega_{反反}\}$，$A_{14}=\{\omega_{正反}, \omega_{反正}, \omega_{反反}\}$；

（3）不可能事件 ϕ：对于 $\omega_{正正}$，$\omega_{正反}$，$\omega_{反正}$，$\omega_{反反}$ 其中任何一种的事件都不出现。

我们将必然事件与不可能事件也算在随机事件内，则随机事件共有 $2^4=16$ 种。

由于以后计算的需要，必然事件与不可能事件都看作是偶然事件的特殊情况。

例 6 在 1980 年福州出生的 n 个人中，到 2050 年还活着 i 个人表示事件 ω_i $(i=0,1,2,\cdots\cdots,n)$。

（1）必然事件 $\Omega=\{\omega_0, \omega_1, \cdots\cdots, \omega_n\}$；

（2）偶然事件共有 2^{n+1} 种，其中包括事件 Ω 与 ϕ。

例 7 两个人在玩一种骰子游戏，将一对骰子投掷，得到面向上的两点数之和为 2，3，4，10，11，12 其中之一则甲得 1 分；如果两点数之和为 5，6，7，8，9 其中之一，则乙得 1 分，最后看谁得的分数多，就是谁胜，问：这种游戏是不是公平的？假如不是对谁有利？

从题目中看来“好像”对甲有利，甲得分的两点数和 2，3，4，10，11．12 共有六种，而乙得分的两点数和为 5，6，7，8，9 只有五种。

如图 2，每一格点（i, j）

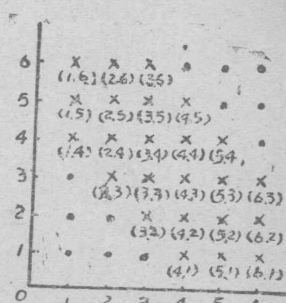

图 2

表示两个骰子面向上的点数，i，j 均为 1，2，3，4，5，6。

甲：两点数和 $i+j$ 为 2，3，4，10，11，12，在图中用“•”表示，总共有12个基本事件。

乙：两点数和 $i+j$ 为 5，6，7，8，9，在图中用“×”表示，总共有24个基本事件。

显然这游戏是不公平的.基本事件数乙比甲多，游戏对乙有利对甲是不利的. 这个道理在以后概率中再进一步说明，但这题说明“基本事件是什么？基本事件有多少？”对研究具体随机事件来说是很重要的.

例 8 设有 2 个人，分配在 3 个房间内，写出所有的基本事件：设两人为 a，b，“___”表示房子空着.

(ab，___，___)，(___，ab，___)，(___，___，ab)，(a，b，___)，(b，a，___)，(a，___，b)，(b，___，a)，(___，a，b)，(___，b，a).

共有 $3^2=9$ 个基本事件.

2.事件的运算

我们先定义事件的“包含”、“相等”、“和”、“积”、“差”、“补”等概念.

定义 1 事件A的出现必定导致B的出现，则说 B 包含 A（或说A包含于B），（图 3）记以

$A\subseteq B$.

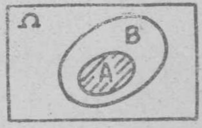

图 3

例 1 事件A 是取二号灯泡，事件 B 是取偶数号灯泡.

“取二号灯泡”必定导致“取偶数号灯泡”的出现.

$\therefore\ A\subseteq B$.

例 2 事件A为福州1980年1月1日的平均温度不大于28℃，事件B为福州1月1日的平均温度小于30℃。

"1980年1月1日平均温度不大于28℃，"必定导致"平均温度小于30℃"的出现。

$\therefore\ A\subseteq B$。

定义 2 如果事件A的出现必定导致事件B的出现；事件B的出现也必定导致事件A的出现，则说A等于B（如图4），记以

$$A=B。$$

图 4

也就是说$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，则$A=B$。

例 3 两人同时向一目标射击，事件A为击中目标；事件B为至少一人击中目标。

由题意可知"击中目标"必定导致"至少一人击中目标"；反之，"至少一人击中目标"必定导致"击中目标"。

因而 $A=B$。

定义 3 事件A与B至少一个发生而构成的事件，称为事件A与B的和（如图5），记以

$$A+B\ (\text{或}\ A\cup B)\ 。$$

图 5

可将事件和加以推广：

$$A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n+\cdots\cdots=\sum_{i=1}A_i$$

或 $$A_1\cup A_2\cup\cdots\cdots\cup A_n\cup\cdots\cdots=\bigcup_{i=1}A_i$$

例 4 一批产品有50件，其中次品5件，从这批产品中任取3件，其中有次品的事件A，有一个次品的事件A_1，

有两个次品的事件A_2，有三个次品的事件A_3。

由题意可知，有一个或二个或三个次品中至少其中之一发生，才是任取3件中有次品的事件。

$\therefore\ A_1+A_2+A_3=A$。

例 5 甲、乙两人同时射击一目标，击中事件A，甲击中乙不中事件A_1，甲不中乙击中事件A_2，甲击中乙也击中事件A_3。

由题意知，A_1，A_2，A_3至少一个发生才构成击中事件A。

$\therefore\ A=A_1+A_2+A_3$。

例 6 在并联电路中，使灯亮的事件B，A_1处接通A_2断开的事件B_1，A_2处接通A_1断开的事件B_2，A_1、A_2都接通的事件B_3。

显然事件B_1，B_2，B_3至少一个发生，必定会使灯亮的事件B发生。

$\therefore\ B=B_1+B_2+B_3$．（如图6）

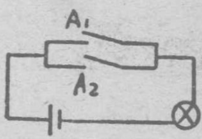

图6

定义 4 事件A与B同时发生而构成的事件，称为A与B的积（如图7），记以

$$AB\quad（或A\cap B,\ A\cdot B）.$$

可将事件积加以推广：

$$A_1A_2\cdots\cdots A_n\cdots\cdots=\bigcap_{i=1}A_i$$

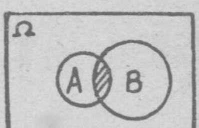

图7

$$或\ A_1\cap A_2\cap\cdots\cdots\cap A_n\cap\cdots\cdots=\bigcap_{i=1}A.$$

例 7 甲、乙两人同时射击同一目标，未被击中事件

A．甲未击中事件A_1，乙未击中事件A_2．

甲未击中同时乙也未击中而构成的事件是未击中事件A．

$\therefore \quad A = A_1A_2$．

例 8 在串联电路中，灯亮的事件B，A_1处接通的事件B_1，A_2处接通的事件B_2．（如图8）

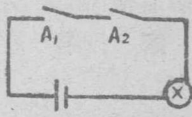

图 8

A_1A_2处同时被接通时灯亮事件才发生，因而

$$B = B_1B_2．$$

例 9 某县所有生产小队最多有两辆拖拉机，最多有两个拖拉机驾驶员．事件A是至少有一辆拖拉机且不少于1个驾驶员；事件B是恰好有一辆拖拉机且不多于1个驾驶员，求AB．

解 设ω_{ij}是i个拖拉机，j个驾驶员事件，因而共有如下基本事件：

$$\omega_{00},\ \omega_{10},\ \omega_{20},$$
$$\omega_{01},\ \omega_{11},\ \omega_{21},$$
$$\omega_{02},\ \omega_{12},\ \omega_{22}．$$

因而$A = \{\omega_{11},\ \omega_{12},\ \omega_{21},\ \omega_{22}\}$，

$B = \{\omega_{10},\ \omega_{11}\}$．

$\therefore \quad AB = \{\omega_{11}\}$．

定义 5 事件A发生而事件B不发生而构成的事件C，称为A与B的差，（如图9）记以

$$C = A - B．$$

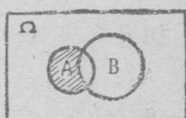

图 9

例10 投掷一个骰子出现偶数点的事件A，出现能被3整除点的事件B，出现偶数点而不能被3整除的事件C．

解 因为 $A=\{2,4,6\}$。$B=\{3,6\}$。

所以 $C=A-B=\{2,4\}$。

例11 加工一个零件需要经过两道工序，两道工序之间是互不影响的。请表示出第一道工序是合格的，但经过第二道以后得出的产品是次品的事件。

解 设第一道合格的事件记以A，第二道合格的事件记以B。

因而第一道工序合格而产品不合格的事件 $C=A-B$。

又解 第一道工序合格的事件记以A，第二道工序不合格事件记B'，

因而 $C=AB'$。

定义6 事件A、B不可能同时发生，即$AB=\phi$，则称A与B为互斥的（或称互不相容的）。（如图10）

如果$AB=\phi$，$A+B=\Omega$，（如图11）则称A、B为互逆事件（或称为对立事件），记以

$$B=\overline{A},\quad（或A=\overline{B}）$$

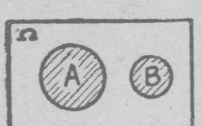

图10

图11

如果$A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n=\Omega$，$A_iA_j=\phi\,(i\neq j)$则称$A_1$，$A_2$，$A_3$，……，$A_n$构成一个互斥事件的完备群。

“互斥”与“互逆”关系：

互逆$\Longrightarrow$互斥；反之就不一定成立。

又由例 11 我们会发现 $B'=\overline{B}$，$C=A-B=AB'=A\overline{B}$

也就是A与B的差等于A与$\overline{B}$的积。

例12 投掷骰子出现 i 点记以 A_i $(i=1,2,3,4,5,6,)$ 出现偶数点的记作B_1，出现奇数点的记作B_2，出现大于 3 的点记以C_1，点数少于 3 的记以C_2。

(1)A_1，A_2，A_3，A_4，A_5，A_6为完备群；

(2)B_1，B_2是完备群，它们是互斥的也是互逆的.

即$B_1+B_2=\Omega$，$B_1B_2=\phi$，$B_1=\overline{B}_2$，$B_2=\overline{B}_1$；

(3)C_1，C_2是互斥的，但不是互逆的. 即不是对立事件；

(4)C_1，C_2，A_3是完备群；C_1与(C_2+A_3)是互逆的，也是互斥的；同样C_2与(C_1+A_3)是互逆的，也是互斥的；

(5)$\overline{A}_1=A_2+A_3+A_4+A_5+A_6=\Omega-A_1$，

$$\overline{A_1+A_2}=\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2=A_3+A_4+A_5+A_6$$
$$=\Omega-(A_1+A_2),$$
$$\overline{A_1+A_2+A_3}=\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2\cdot\overline{A}_3=A_4+A_5+A_6$$
$$=\Omega-(A_1+A_2+A_3).$$

综上所述：事件的运算与集合的运算是一致的，关于集合的运算，我们已在《集合与函数》讲义中阐述过了，这里不再重述，常用公式列出如下：

1. $A_1+A_2=A_2+A_1$，　　$A_1A_2=A_2A_1$，

2. $(A_1+A_2)+A_3=A_1+(A_2+A_3)=A_1+A_2+A_3$，
$(A_1A_2)A_3=A_1(A_2A_3)=A_1A_2A_3$，

3. $A_1(A_2+A_3)=A_1A_2+A_1A_3$，
$A_1A_2+A_3=(A_1+A_3)(A_2+A_3)$，

4. $A_1+A_1=A_1$，　　$A_1A_1=A_1$，

5. $A_1A_2+A_1\overline{A}_2=A_1$，

$A_1 + A_1A_2 = A_1$,　　　$A_1 + A_1\overline{A}_2 = A_1$,

$(A_1 + A_2)A_1 = A_1$,　　　$(A_1 + \overline{A}_2)A_1 = A_1$,

6. $\overline{A} = \Omega - A$,　　　$A - B = A\overline{B}$,

7. $A_1 + A_2 = \Omega - \overline{A}_1\overline{A}_2$,

8. $\overline{A_1 + A_2} = \overline{A}_1\overline{A}_2$,　　　$\overline{A_1A_2} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2$,

9. $\overline{\overline{A}} = A$,

10. $A\overline{A} = \phi$,　　　$A + \overline{A} = \Omega$.

例13 加工某一零件共需经过三道工序，每道工序都互不影响，但只要有其中一道是次品，则产品就成为次品，设各道工序为正品的事件分别为A_1，A_2，A_3，各道工序为次品事件为$\overline{A}_1$，$\overline{A}_2$，$\overline{A}_3$，出现正品的事件A，次品的事件$\overline{A}$，求：

(1)出现正品的事件A用各道工序事件表示；

(2)出现次品事件$\overline{A}$用各道工序事件表示.

解 (1)出现正品的事件

$A = A_1A_2A_3$;

(2)出现次品事件

$$\overline{A} = A_1A_2\overline{A}_3 + A_1\overline{A}_2A_3 + \overline{A}_1A_2A_3 + A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2A_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$$
$$= \overline{A}_1 + \overline{A}_2 + \overline{A}_3,$$

或 $\overline{A} = \Omega - A = \Omega - A_1A_2A_3$
$$= \overline{A_1A_2A_3} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2 + \overline{A}_3.$$

小结：一、事件和集合

1. 事件（即随机事件）

在一定的条件下，所出现的现象叫做事件；或者说在一定条件下，试验的结果称为事件。

"基本事件"是个基本概念。任何随机事件都是由基本事件组成的。

2.基本事件空间（基本空间）：全体基本事件组成的集合$\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \cdots\cdots, \omega_k, \cdots\cdots\}$，$\Omega$即全集I，基本事件空间$\Omega$也是一个事件，即必然事件。

不可能事件即空集ϕ。

所有随机事件都是Ω的子集。如果Ω有n个基本事件，随机事件包括Ω和ϕ则共有2^n个。

二、事件运算

1.包含：A出现必定导致B的出现。$A\subseteq B$。

2.相等：A出现导致B的出现；B的出现导致A的出现。

即　$A\subseteq B, B\subseteq A \Longleftrightarrow A=B$。

3.和：事件A与B至少一个发生而构成的事件　$A+B$。

4.积：事件A与B同时发生而构成的事件　AB。

5.差：事件A发生而B不发生所构成的事件$A-B=A\overline{B}$。

32-标准 6.互斥：事件A、B不可能同时发生　$AB=\phi$，

$A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$中任何两个都是互斥事件，则它们称为彼此互斥。

7.互逆：$A+B=\Omega$，$AB=\phi$，则A，B是互逆的。

即　$A=\overline{B}$，$B=\overline{A}$。

8.完备群：$A_1+A_2+\cdots\cdots+A_n=\Omega$，

$A_1, A_2, \cdots\cdots, A_n$彼此互斥。

9.互逆$\Longrightarrow$互斥，反之不一定成立。

练 习 题 一

1. 射击一目标，对于命中，不中来说，写出它的必然事件、偶然事件、不可能事件.
2. 投掷一六面骰子，六面分别刻有1，2，3，4，5，6点，（1）试写出它的必然事件（2）共有多少种不同的偶然事件.
3. 同时投掷一硬币与一六面骰子，（1）试写出全体基本事件，（2）共有多少不同的偶然事件.
4. 两人同时向一目标射击，试写出全部基本事件，并写出击中事件由那些基本事件组成，击中目标事件与至少一人击中目标事件是否是一样的？
5. 投掷一枚硬币，投一次有几个基本事件？投两次有几个不同的基本事件？投掷三次有几个不同基本事件？投掷几次有几个不同基本事件？
6. 投掷一骰子，投掷一次有几个不同的基本事件？投掷二次、三次，……，n次呢？
7. 设A，B，C为任意三个事件．试写出下列关于A，B，C的事件表达式：

（1）仅仅A发生；

（2）A发生；

（3）A和B都不发生，C发生；

（4）至少一个事件发生；

（5）A和B至少有一发生且C发生；

（6）至少两个事件发生；

（7）A，B，C都不发生；

（8）仅仅一个事件发生；

(9)仅仅两个事件发生；　　(10)三个事件都发生；

(11)不多于两个事件发生。

8. 化简下列各式：

(1) $(A+B)(B+C)$；　　(2) $(A+B)(A+\overline{B})$；

(3) $(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$；

(4) $A_1+A_2\overline{A_1}+A_3\overline{A_1}\,\overline{A_2}+\cdots\cdots+A_n\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\cdots\overline{A_{n-1}}$；

(5) $A+B\overline{A}$；　　(6) $A\overline{B}+AB+\overline{A}B$。

9. 已知 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\}$，

且 $A=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3\}$，$B=\{\omega_1,\omega_3,\omega_5\}$，

求 (1)$A+B$；(2)AB；(3)$\overline{A}$；(4)$\overline{B}$；(5)$\overline{AB}$；

(6)$\overline{A}+\overline{B}$。

10. 同时投掷两个骰子（一红色，一黄色）(1)求向上的面的点数的基本事件空间Ω；(2)求点数和为8的事件；(3)求点数积在18及18以上的事件；(4)点数的和为偶数的事件；(5)点数的和为3的倍数的事件。

11. 在袋中放有标上号数1，2，3的三个黑球和标上号数1，2的两个白球。从这个袋中同时取出2个球，考查球的号数和颜色(1)试求基本事件空间Ω；(2)求取出的球是同色的事件的所有基本事件；(3)取出的球不含有白球的事件。

12. 甲、乙两人玩划拳游戏（石头、剪刀、布）试写出基本事件空间；不分胜负的事件；甲胜的事件。

13. 设二次方程 $x^2+2ax+b=0$，a、b分别是投掷两个骰子所出的点数，试写出使这方程有实根的事件。

二、排列和组合

由于古典概型要用到排列、组合知识，我们复习一下有关内容。

1.加法原理和乘法原理

（1）**加法原理**　做一件事，完成它可以有几类方法，在第一类办法中有m_1种办法，在第二类办法中有m_2种方法，……在第 n 类办法中有m_n种方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1+m_2+\cdots\cdots+m_n$$

种不同的方法。

这里的分类法不能将上述“办法”遗漏，也不能有重复。

例 1　某班级学生40人，分为参加物理兴趣小组的15人为第一类。参加数学兴趣小组的20人为第二类。参加诗歌朗诵兴趣小组的15人为第三类。参加英语会话兴趣小组的13人为第四类。这种分类既有重复也有遗漏。参加两项或两项以上的就归入两类或两类以上，什么兴趣小组也未参加的学生则未入类。这种分类法不符合加法原理。

例 2　满足 $x+y\leqslant 4$ 的正整数组（x，y）有多少个？

解　我们将它分为 $x+y=2$，$x+y=3$，$x+y=4$（如图12）。这样三类，显然它们是既不重复也无遗漏的。这里

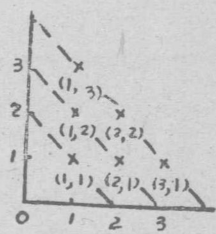

图12

$m_1=1$，$m_2=2$，$m_3=3$，

$\therefore\quad N=1+2+3=6$.

因而满足$x+y\leqslant 4$的正整数组（x、y）有6个，

（2）乘法原理 做一件事，完成它需要分成几个步骤，做第一步有m_1种方法，做第二步有m_2种方法，……，做第n步有m_n种方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1\times m_2\times m_3\times\cdots\cdots\times m_n$$

种不同的方法。

乘法原理强调（1）要几个步骤都完成了，才做完这件事。（2）第一步m_1中的任何一种方法，对第二步来说都有m_2种方法，同样m_2中任何一种方法，对第三步都有m_3种方法……。

例 3 如图13，由甲到丙。其中甲到乙$_2$有两种方法，甲到乙$_1$有一种方法；乙$_2$到丙有一种方法，乙$_1$到丙有一种方法。显然由甲到丙有三种方法，不能用乘法原理$3\times2=6$。应得。$2\times1+1\times1=3$。

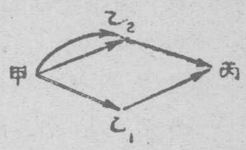

图13

例 4 x取1，2，3；y取1，2，3，4。问能组成多少个不同的（x，y）格点。

解 （x，y）格点的完成分成两个步骤：第一步填写x的数，因而$m_1=3$种，第二步填写y，有$m_2=4$种，它们两步完成了格点才完成；而且x取任何一个数，y都可以取4个数和它组成。因而$N=m_1\times m_2=3\times4=12$（个格点）。

例 5 （a+b）（x+y+z）展开能有多少不同的项？

解 要标出项必要经过两个步骤：第一步在（a+b）中任取一个值，因而$m_1=2$；第二步在(x+y+z)中任取一个值，因而$m_2=3$，两步骤完后(即两数取得后)乘积得出项。项数为

$$N=m_1\times m_2=2\times3=6\text{（项）}.$$

例 6 求3[illegible]和360在内）．