全国中等卫生学校试用教材

数学

（供卫生医士、放射医士、检验医士、药剂士专业用）

四川人民出版社

全国中等卫生学校试用教材

数　　学

（供卫生医士、放射医士、检验士、药剂士专业用）

四川人民出版社

全国中等卫生学校试用教材　数学

四川人民出版社出版　（成都盐道街三号）
四川省新华书店发行　成都部队印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 9·5 字数 207 千
1979年 6 月第一版　1979年 6 月第一次印刷
印数：1—68,000 册

书号：K 7118 · 399　定价：[redacted]
0.38元

编 写 说 明

本书是由卫生部组织中等卫生学校编写的全国中等卫生学校数学课试用教材，供全国中等卫生学校卫生医士、放射医士、检验士、药剂士四个专业使用。

本书是按照卫生部颁发的中等卫生学校十个专业教学计划试行草案编写的，全书共分七章，在内容方面，根据上述四个专业的需要，编得稍多一点。在使用时，希按不同的专业，作适当的选择使用。书末附录有：百分法、比与比例以及计算尺，作为必要时的讲授之用。

本试用教材，是在四川省卫生局领导下，由四川卫生干部进修学院、山东济南卫校、四川重庆药剂学校等编写成的，并经四川医学院审定。因时间仓促，错误缺点在所难免，希各兄弟学校在试用过程中提出宝贵意见，以便今后修订。

中等卫生学校统编教材《数学》编写组

一九七八年十二月

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　函数及其图象

§1·1　函数的概念

1. 常量与变量

自然界的各种事物、各种现象无时无刻不处在变化的状态中。人类就不断地观察、分析研究这些变化过程，寻求变化的规律，作为实际行动的指导。

我们研究自然现象和生产实际中的各种问题时，经常遇到各种不同的量。根据研究过程中所出现的各种量，可以分为常量和变量两类。

凡在问题所指定的条件下保持同一数值的量，叫做常量；反过来，可以取各种不同数值的量，叫做变量。在数学上，一般用字母a、b、c、…表示常量；用字母x、y、z、…表示变量。

例1　把圆形金属板加热，它的直径和面积就要改变，所以，它们是变量，但圆周长和直径的比（π）就是常量。

例2　在直角三角形ABC中（图1·1），如果直角边AC一定，另一直角边BC和斜边AB都是变量。角C是常量，两个锐角都是变量。

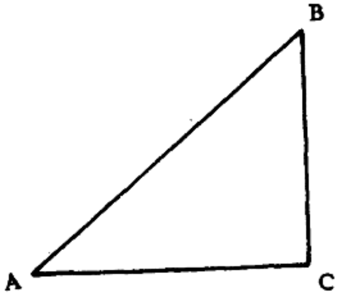
图　1·1

辨别一个量是常量或是变量，要根据问题所给的条件，这是重要的。同一个量由于条件不同，在某一条件下它是常量，但在另一条件下它可能是变量。如一物体的重量，在指定某一地点研究时，它是常量；在不同的地方研究时，由于不同地方的地心引力不同，所以，此物体的重量也就是变量了。

我们还要注意，变量虽然可以取不同的数值，但根据问题所给的条件，它有一定的变化范围，如例2中每个锐角的大小是个变量，但它只能取大于0°且小于90°的值；在例1中圆形金属板的直径只能取正的数值。因此，我们规定：

在所研究的问题的具体条件下，变量可能取的一切数值，叫做这个变量可能取的值。

2. 函数与函数的表示法

在研究一个问题时，往往同时有几个变量，且这几个变量彼此相互联系地遵循一定规律变化着。例如，直角三角形两个锐角的大小都可以变化，但一个锐角的大小确定以后，另一个锐角的大小就根据两锐角之和等于直角这一规律而确定了。象这种两个变量之间所存在着的相依关系，我们称为函数关系。函数的定义如下：

如果对于变量 x 的每一个可能取的值，变量 y 按照某一规律都有确定的值和它对应，那末变量 y 就叫做变量 x 的函数．变量 x 叫做自变量．

我们用符号 $y=f(x)$ 表示"y 是 x 的函数"．自变量 x 的可能取的值的全体所组成的集合，叫做函数的定义域．

对于自变量x的一个值a，函数$f(x)$的对应值可以记为 $f(a)$。

例 1 物体的重量P一定时，体积V是自变量，比重d是体积V的函数。这个函数关系，用函数符号可记为$d=f(V)$，用公式表示即：$d=\dfrac{P}{V}$。其定义域是$V>0$。

例 2 圆的面积S和它的半径r可以看成变量，它们之间的关系，用符号可记为$S=\varphi(r)$，用公式表示即：$S=\pi r^2$。其定义域是$r>0$。

例 3 若 $f(x)=3x^2+2x-1$，求

$f(2)$；$f(0)$；$f(-3)$；$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$。

解 $f(2)=3\times 2^2+2\times 2-1=15$；

$f(0)=3\times 0^2+2\times 0-1=-1$；

$f(-3)=3\times(-3)^2+2(-3)-1=20$；

$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=3\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2+2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)-1=-\dfrac{5}{4}$。

表明两个变量之间的函数关系，一般常用的有三种表示法，即：

(1) 解析法　这就是用公式来表示变量间函数关系的方法。在上例中，$d=\dfrac{P}{V}$以及$S=\pi r^2$，就是用这种方法表示的。

(2) 表格法　我们熟知的平方根表，三角函数表等都是用表格来表示函数关系的。即把一系列自变量的值与对应的函数值按一定顺序列出来，这样表示函数的方法，叫做表格法。

(3) 图象法　就是用图形表示函数关系的方法。如自动温度记录仪在图纸上描出若干时间内气温变化的曲线（图1·2），这就很直观地看到时间与气温在一段时间内的函数关系。

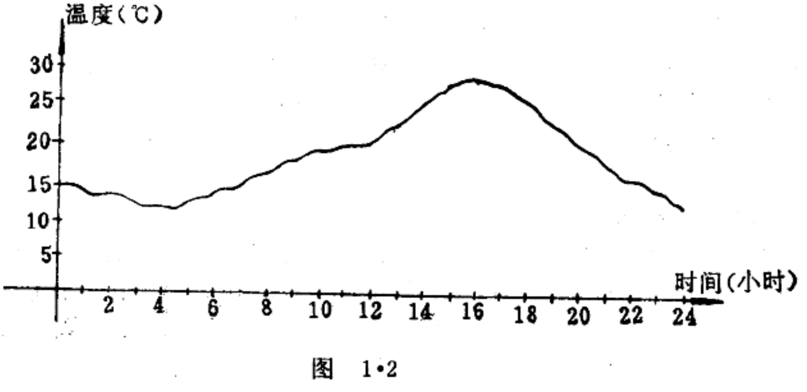

图　1·2

此外，象病员的体温记录图，工厂中生产指示图等都是用图象法来表示函数关系的。由于这种表示法的明显性，所以，在实际中常用它。

下面将比较详细地讨论这种方法。

3. 函数的图象

我们先讨论如何在平面内确定点的位置。一个点的位置，通常用下述方法来确定：

在平面内作两条互相垂直的直线，通常一条直线画成水平的，以向右为正方向（用箭头表明），称为横轴或 x 轴；与它垂直的直线，以向上为正，称为纵轴或 y 轴。x 轴与 y 轴统称坐标轴，它们的交点 0 叫做原点。x轴与y轴将平面分为四部分，从右上角起，按反时针方向分别称这四部分为第一象限、第二象限、第三象限和第四象限（图1·3）。

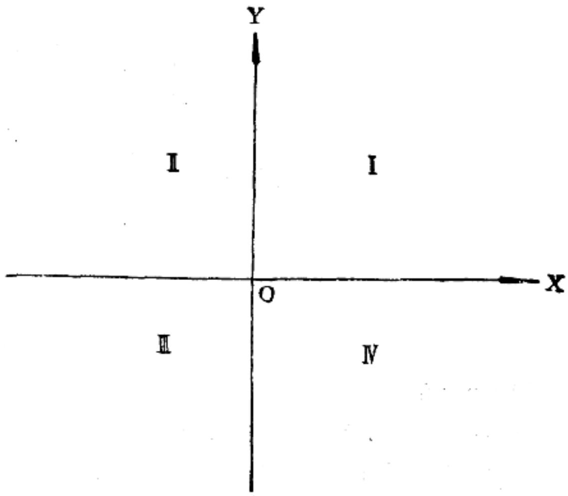

图 1·3

对于平面内的任一点M，过M分别作两条平行于坐标轴的直线，它们分别在 x 轴、y 轴上截取线段OA和OB。用同一个单位线段 u 量度OA、OB，得到相应的一对实数值 x、y，这一对实数依次叫做点M的横坐标和纵坐标，记为$M(x,y)$（图1·4）。反过来，任何一对确定的实数值x、y，我们以某一线段 u 作为单位，在横轴上自原点起截取线段$OA=x$（若x为正则向右截取；若 x 为负，则向左截取），在纵轴上自原点起截取$OB=y$（向上为正，向下为负，视 y 的正负而定），这样，两个实数 x、y 也就对应于平面内的一个点，它就是过A、B两点分别作坐标轴的平行线所交的一点M。

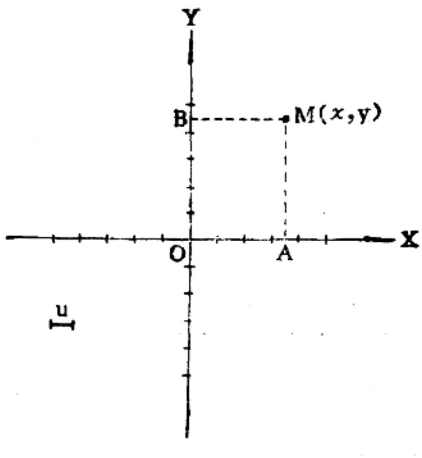

图 1·4

对于平面内的一个点，就有唯一的一对实数(x,y)和它对应；对于给定的一对实数(x,y)，也就有唯一的一点和它对应。

在图1·5中，我们看到$M_1(2,3)$；$M_2\left(-4,\frac{3}{2}\right)$；$M_3(4,0)$；$M_4(-6,-1)$；$M_5(0,-3)$；$M_6(5,-4)$各点的位置。显然，原点的坐标是$(0,0)$。

有时为了作图方便，在坐标轴上截取线段时，在 x 轴上所用的单位，可以不等于在 y 轴上所用的单位。

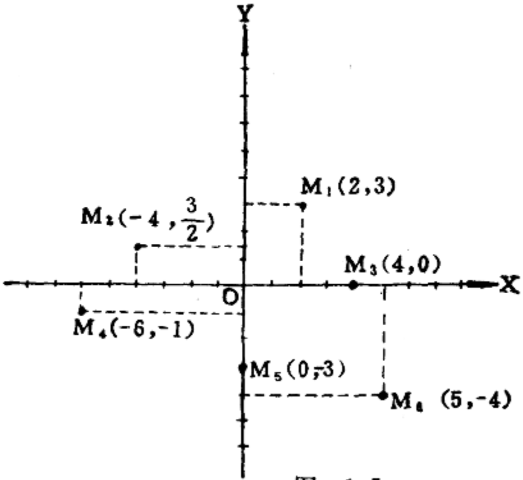

图 1·5

以上所述的方法，叫做直角坐标法。

我们知道，对于自变量 x 的每一个可能取的值，函数 $y=f(x)$ 有确定的值和它对应，把每一对 x、y 的值当作平面内一个点的坐标，在直角坐标系中就可作出点来。当自变量 x 连续变化时，这些点就描绘出一条曲线。这条曲线也可理解为一个动点 (x,y) 按照条件 $y=f(x)$ 所移动的轨迹。凡是在这条曲线上的点，它们的坐标必须满足 $y=f(x)$；反过来，坐标满足 $y=f(x)$ 的点必定在这条曲线上，这条曲线就叫函数 $y=f(x)$ 的图象。

现在举例说明作函数图象的一般方法。

例 1 求作函数 $y=\frac{1}{8}x^3$ 的图象。

解 在自变量可取值范围内，任给自变量 x 以一系列值，把它们逐一代入 $y=\frac{1}{8}x^3$ 中，算出函数 y 的各对应值，列表如下：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	-8	$-3\frac{3}{8}$	-1	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1	$3\frac{3}{8}$	8	…

取上表中每一组 x、y 值作为点的坐标，并作出这些点 $M_1(-4,-8)$；$M_2\left(-3,-3\frac{3}{8}\right)$；…然后过这些点依次描画出一条平滑的曲线。这条曲线就是函数 $y=\frac{1}{8}x^3$ 的图象（图 1·6）。

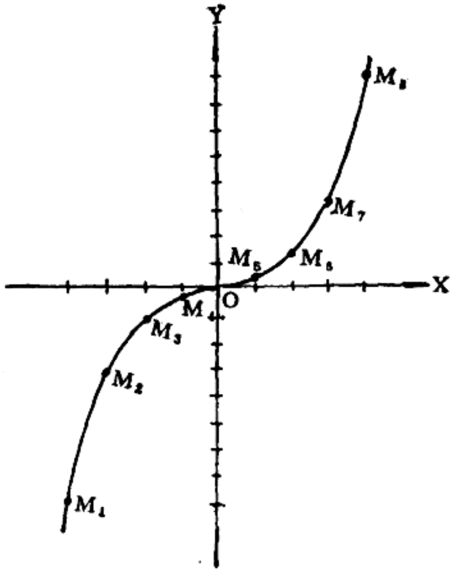

图 1·6

由上例可以知道作函数图象的步骤有三：

（1）列表　把自变量 x（在可取值范围内）由小到大依次设定一系列数值，并相应地求出一系列 y 的值，列成一表；

（2）定点　将表上每一对 x、y 的值在坐标平面内作出一点，由此作出一系列的点；

（3）作图　顺次连接各点（一般是由左到右的顺序）描绘成一条平滑的曲线。

例 2　作反比例 $y=\frac{k}{x}$（k 是常量）的图象。

解　取 $k=1$。

（1）列表

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	-4	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

（2）定点

（3）作图（见图1·7）。

从图1·7中清楚地看出，自变量 x 扩大某一个倍数，函数 y 就相应地缩小相同的倍数，即 x 与 y 成反比例关系。

一般地，用以上方法画出的图象是近似的，所作的点越多，画出的图象越精确。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

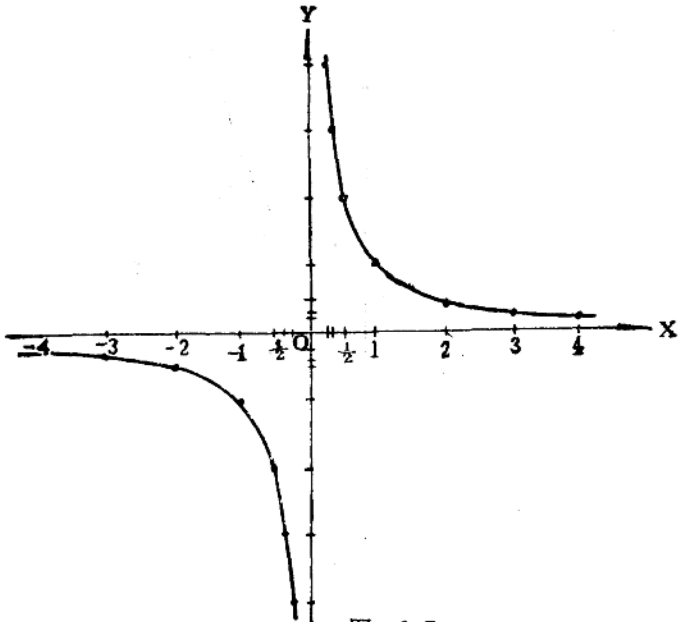

图 1·7

§1·2 一次函数与直线方程

1. 一次函数

在实际问题中，常常遇到有 $y=kx+b$ 这种形式表示的函数。

例如在0℃时，铁棒长1米，温度每增高1℃，棒长增加0.0012厘米，如果温度在 t℃时的棒长为L，那末

$$L=100+0.0012t.$$

形如$y=kx+b$(k、b都是常数，且$k\neq0$)的函数，就叫做一次函数或线性函数.

一次函数 $y=kx+b$ 对于两个变量 x、y 都是一次，我们把它看成是二元一次方程的一种形式. 如果能确定二元一次方程的图象，那末一次函数的图象也就解决了.

2. 一次函数的图象和直线方程

根据初中平面几何知识，确定一条直线须有两个独立的条件，现在假定有一条不与坐标轴平行的直线，它由下列两个条件确定：

(1) 直线与 y 轴的交点是 $P(0,b)$(图1·8)；

(2) 直线与 x 轴的正方向相交成φ的角($0<\varphi<90°$).

按此条件，我们来求直线上的任意点$M(x,y)$它的坐标应满足什么方程.

过M引 x 轴的垂线与过 P而平行于 x 轴的直线交于N，由图1·8知

$$\frac{NM}{PN}=\frac{y-b}{x}=\operatorname{tg}\varphi,$$

∴ $$y-b=x\cdot\operatorname{tg}\varphi$$

或 $$y=x\cdot\operatorname{tg}\varphi+b.$$

将上式中的 $\operatorname{tg}\varphi$（它是常量）以 k 表示，则得

$$y=kx+b.$$

由上式知，凡是直线上任意点M的坐标满足这个一次方程。

反过来，如果有一对实数 x_1、y_1 满足这个方程，那末

$$y_1=kx_1+b, \tag{1}$$

这一对实数对应于一点 $Q(x_1,y_1)$，过Q引 x 轴的垂线交直线 PM 于 M_0，交过 P 而垂直于 y 轴的直线于 R（图1·8）。设M_0的坐标为(x_0,y_0)，因它在直线 PM 上，所以x_0、y_0应适合方程 $y=kx+b$，

即 $$y_0=kx_0+b,$$

但是 $$PR=x_1=x_0,$$

∴ $$y_0=kx_1+b. \tag{2}$$

比较（1）、（2）两式可得

$$y_0=y_1,$$

这表明Q应与M_0重合，即满足方程 $y=kx+b$ 的点 $Q(x_1,y_1)$必定在直线 PM上。

当φ合于$90°<\varphi<180°$时，同理可得一样的结果。

因此，一次方程$y=kx+b$ $(k\neq 0)$的图象是一条不与坐标轴平行的直线。或者说，一次函数$y=kx+b$的图象是一条不与坐标轴平行的直线。

在 $y=kx+b$中，$k=\operatorname{tg}\varphi$，$\varphi$叫做直线的倾角，$k$ 叫做直线的斜率，b 叫做直线在 y 轴上的截距（直线与 y 轴的交点离开原点的距离）。方程 $y=kx+b$ 叫做斜截式直线方程。

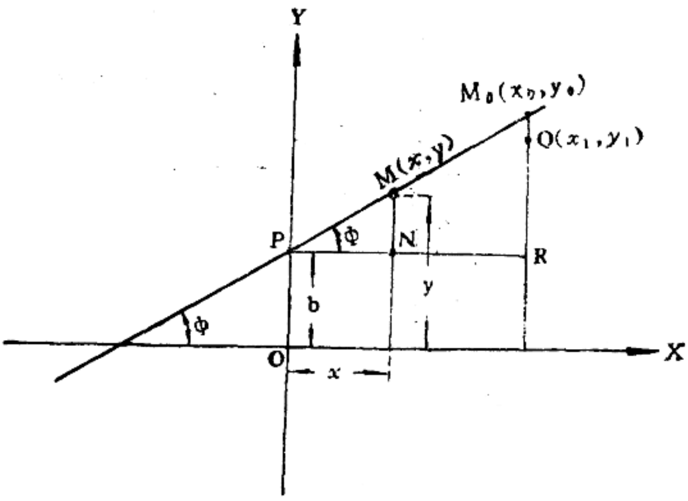

图 1·8

以后对于$y=kx+b$的图象，我们就简称直线$y=kx+b$。

当$b=0$时，直线$y=kx+b$就是$y=kx$，直线通过原点．从函数$y=kx$中易知，x与y之间的关系是正比关系，其中k（$k\geq 0$）叫做比例系数。

在图1·9和图1·10中，我们看到不同的斜率所对应的直线的方向也不同；b的值与直线的方向无关，它的不同只是直线与y轴的截距不同。

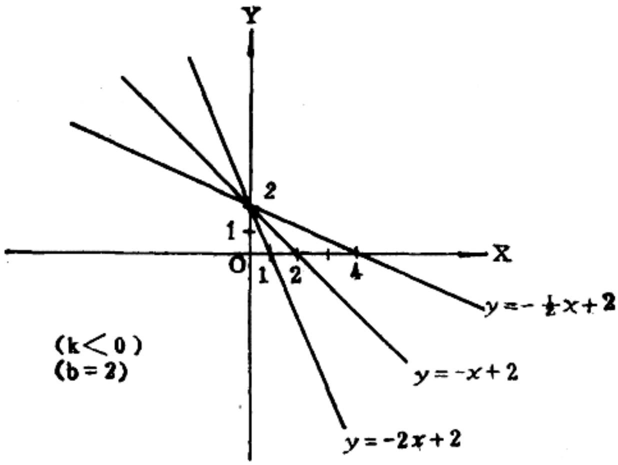

图 1·9

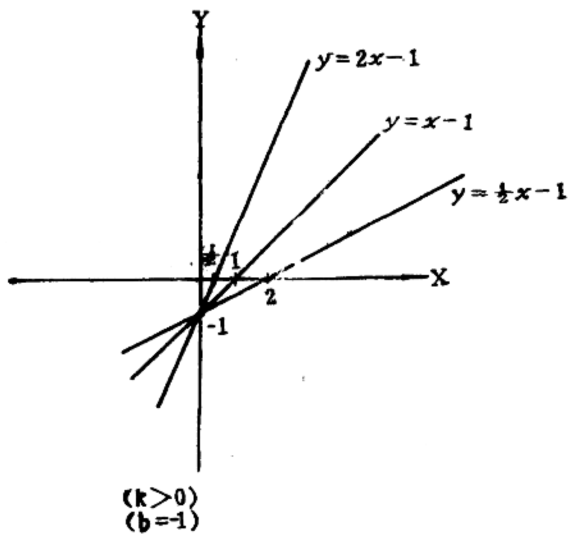

图 1·10

例1 已知直线通过$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$两点，求直线的方程。

解 过A、B分别引x轴的垂线交x轴于M、N，过A作$AC \perp BN$,C为垂足,由图 1·11，可知直线的斜率 $k = \operatorname{tg}\varphi$，而

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{CB}{AC} = \frac{CB}{MN} = \frac{NB - NC}{ON - OM} = \frac{NB - MA}{ON - OM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$

即 $$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \qquad \text{或} \qquad k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}.$$

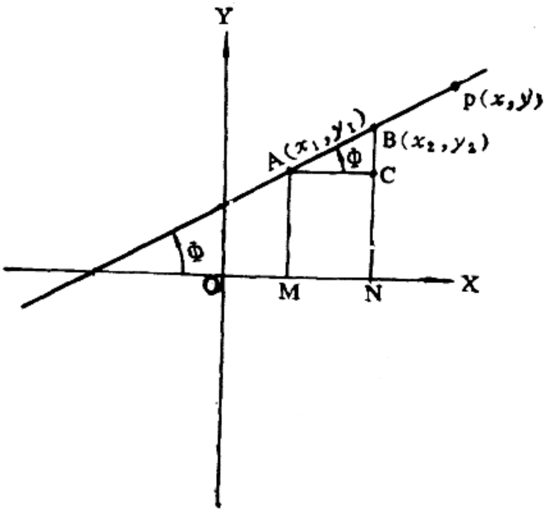

图 1·11

设所求直线上有一动点 $P(x,y)$，按上述求斜率的方法可得

$$k = \frac{y - y_1}{x - x_1},$$

因此，直线AB方程是

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2},$$

或 $$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}.$$

这就是所求的直线方程，它叫做两点式直线方程。

例 2 已知直线通过一定点 A (x_1, y_1)，它的斜率是 k，求直线的方程。

此例读者可自行求解，所得的直线方程应为

$$y - y_1 = k(x - x_1),$$

它叫做点斜式直线方程。

根据不同的条件，所得的直线方程的形式也不同，但经过整理都可写成二元一次方程 $Ax + By + C = 0$ 的形式。

最常用的直线方程就是以上三种形式，现在再列出如下，应熟记掌握：

斜截式 $$y=kx+b$$

两点式 $$\frac{y-y_1}{y_1-y_2}=\frac{x-x_1}{x_1-x_2}$$

点斜式 $$y-y_1=k(x-x_1)$$

假定直线垂直于 x 轴且通过 $(a,0)$，这时，直线的倾角 $\varphi=90°$，斜率 k 不存在，但直线上任意一点 $P(x,y)$ 的横坐标都等于 a；反之，凡是横坐标等于 a 的点都在这条直线上，因此这条直线的方程应为

$$x=a.$$

假定直线平行于 x 轴且通过 $(0,b)$，这时，直线的倾角 $\varphi=0°$，斜率 $k=0$，方程 $y=kx+b$ 应为 $y=0\cdot x+b$ 即

$$y=b.$$

它就是过 $(0,b)$ 且平行于 x 轴的直线方程。

3. $Ax+By+C=0$ 的图象

二元一次方程

$$Ax+By+C=0 \qquad (1)$$

是 x、y 的一次方程的一般形式，其中 A、B、C 都是常数且 A、B 不同时为零。

（1）当 $A\neq0$，$B\neq0$ 时，方程（1）可化为一次函数

$$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}.$$

这时，方程（1）的图象是一条直线，它的斜率为 $-\frac{A}{B}$，在 y 轴上的截距为 $-\frac{C}{B}$。

（2）当 $A=0$，$B\neq0$ 时，方程（1）化为

$$By+C=0,$$

即 $$y=-\frac{C}{B}.$$

这时，动点的纵坐标 y 是常数，横坐标 x 可取一切实数。$y=-\frac{C}{B}$ 的图象是过点 $(0,-\frac{C}{B})$ 且平行于 x 轴的一条直线。特别地，又当 $C=0$ 时，$By=0$ 的图象是 x 轴。

（3）当 $A\neq0$，$B=0$ 时，方程（1）化为

$$Ax+C=0,$$

即 $$x=-\frac{C}{A}.$$

这时，动点的横坐标 x 是常数，纵坐标 y 可取一切实数。$x=-\frac{C}{A}$ 的图象是过点 $(-\frac{C}{A},0)$ 且平行于 y 轴的一条直线。特别地，又当 $C=0$ 时，$Ax=0$ 的图象是 y 轴。

综合上面的讨论，可得结论：

平面内的任何一条直线的方程都是 x 、 y 的一次方程；

任何关于 x 、 y 的一次方程的图象是一条直线。

我们根据已知方程 $Ax+By+C=0$ 作直线图象时，简便方法是由方程找出两个点，连接这两个点即可。例如作 $2x+3y-5=0$ 的图象，先取 $x=0$，则 $y=\frac{5}{3}$，再取 $y=0$，则 $x=\frac{5}{2}$。这样就得到两点的坐标 $A(0,\frac{5}{3})$ 及 $B(\frac{5}{2},0)$。在坐标平面内作出 A、B 两点，连接 AB。直线 AB 即是 $2x+3y-5=0$ 的图象。

§1·3 二 次 函 数

在科学技术中常要遇到形如

$$y=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$$

的函数.例如：

（1）匀加速运动中，物体离开一个定点 0 的距离 S 与物体运动的时间 t 之间的关系，就是用下面的公式来表示的：

$$S=\frac{1}{2}at^2+V_0t+S_0.$$

其中 a 是加速度，V_0 是初速度，S_0 是物体开始运动时与定点 0 的距离，它们都是常量.

（2）圆的面积 A 与它的半径 r 之间的关系是：

$$A=\pi r^2.$$

其中 π 是圆周率，它是一个常量.这个函数可看成是 $y=ax^2+bx+c$ 在 $b=c=0$ 时的一种特例.

对于这种类型的函数，我们有下述定义：

函数 $y=ax^2+bx+c$ 叫做 x 的二次函数，这里 a 、 b 、 c 都是常量，而且 $a\neq 0$.

二次函数的图象，可以用§1·1 所述的方法作出.

1. 函数 $y=ax^2$ 的图象

先根据函数 $y=ax^2$ 算出与某些 x 值相对应的 y 值，列表如下：

x	…	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	…
y	…	$4a$	$\frac{9a}{4}$	a	$\frac{a}{4}$	0	$\frac{a}{4}$	a	$\frac{9a}{4}$	$4a$	…

再根据表中各组对应的 x 、 y 值定点，并且连线作图（图1·12和图1·13）.

我们把这种曲线叫做抛物线.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com