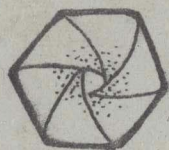


# 運籌學基礎



上海市閘北區業餘大學

1981



## 序

几年前我在美国一所大学的暑期讲习班里作过几次运筹学方面的讲演。听众主要是些企业管理人员，他们希望能对这一新兴的且与许多学科都有关连的专业知识有所了解。那时我就有了写现在这本书的打算。但是真正下决心则是在1966年底，在伦敦商业研究院工作了一段时间之后。伦敦商业研究院开设一种为期三个月的管理课程，目的在于对那些立志上进的中层管理人员介绍诸如运筹学这样的专业知识，以便不但提高他们从数量方面考虑和提出问题的能力，而且也提高他们的分析能力。本书就是为这类课堂教学提供的参考书。

本书是为两类读者写的，一类是前面提到过的管理人员或经理人员；另一类是准备在读完入门书后认真攻读或正在钻研更专门教科书的学生。总的目的都在于向他们全面介绍运筹学所涉及的问题，并让他们略窥门径，以为登身堂奥之阶。对大多数初学的读者来说，这样一本参考书是有好处的。不少有关运筹学的书在一开始就着力讲介学科的中间部分（各种介法在数学上的推导，而这正是最令人望而生畏的部分），然后才回过来讲各种方法所适用的广阔范围（第一部分）及所获得的介法在经济上的价值（第三部分）。本书则是从熟习问题的类型开始，介绍的具体问题大部分实有其事，或据事实编写，又省略了大部分令人厌烦的推导，以便较快地介绍它们的介法及其意义。为了便于读者循序而进，按图索骥，本书仍然保持了运筹学这一学科立足于计算技巧的全部结构，从而也为参考正规教材提供了方便。

运筹学不是包医百病的万应灵丹。它是在经营管理问题上使用科学方法的严肃尝试。本书第一章提出的简要定义旨在说明它研究的是处于错综复杂、各方面都提出需求的环境下短缺资源的分配问题。即使是从这个过分简化的定义也可看出，它必然与许多其它学科有着密切的联系，其中首先就有会计学、统计学和经济学。这一点在书中已反映得很清楚了；但除此之外，作者还想通过本书进一步说明这一结合了多方面专门知识的学问在分析问题、作出决策方面广泛的适用性以及十分得力。那些想在本书中找到成套现成办法的读者是不免要失望的，但对那些想概括地领略一下运筹学精神实际的读者，我想他们会感到满意。

因为重视实在的案例及有实际背景的问题本书从许多公布过或未公布过的资料中取材并摘引了大量源自报告及杂志的材料。当数据完全按原来的样子引用时，其出处都于每章之末注明。章末所列参考书目也是为了便于读者探索根源和进修。（以下感谢部分，从略。）

本书如还有缺点和错误，概

由作者本人负责。）

陈尚霖译

P. G. 穆 尔

1976年4月于伦敦

## 序

- 1 运筹学的方法
  - 1 引言
  - 2 问题的复杂性
  - 3 基本特征
  - 4 模型的类型
  - 5 进行研究的几个阶段
  - 6 过船水道问题
  - 7 形式和内容
- 2 资源的规划 —— 网络
  - 1 背景
  - 2 方法
  - 3 画出网络
  - 4 实例
  - 5 网络分析
  - 6 建立新机构的问题
  - 7 整个工程的控制
  - 8 装备一家旅馆
  - 9 运用网络分析的费用
- 3 资源的规划 —— 用图解法解分配问题
  - 1 木材家具店
  - 2 分配问题的推广
  - 3 无线电公司

- 4 其它的束条件
- 5 约束条件的放宽
- 6 求费用之最小值的问题
- 7 功效与限制
- 8 线性相关

#### 4 资源的规划 —— 分配问题的数学处理

- 1 方法
- 2 一个生产操纵设备的问题
- 3 基本数据
- 4 介及其说明
- 5 其它涵义
- 6 一个造纸问题
- 7 最优化介
- 8 对未来的规划

#### ● 对管理的规划

- 1 引言
- 2 信息量强度
- 3 阻塞现象的防止
- 4 对自动化机械提供服务
- 5 服务问题的推广
- 6 另一种分析方法
- 7 邮局收款员问题

#### ● 对管理的规划 —— 模拟

- 1 引言
- 2 蒙特卡洛随机抽样法

- 3 取样
- 4 轧钢机的例子
- 6 模拟模型
- 6 港口卸载问题
- 7 通用的商业模拟

## 7 存货与库存控制

- 1 引言
- 2 平方根公式
- 3 结果的敏感度
- 4 重行订购的标准
- 5 缓冲库存量的选择
- 6 安全库存和服务
- 7 中心化仓库
- 8 工业动力学
- 9 存储控制系统
- 10 反馈控制系统
- 11 进行预测的诸原则
- 12 一些普通的方法

## 8 决策分析

- 1 引言
- 2 例证
- 3 极大极小决策规则
- 4 极大极大极小后悔规则
- 5 安装锅炉
- 6 期望值

- 7 重复性概念
- 8 化工公司问题
- 9 对问题的分析
- 10 进一步的讨论
- 9 信息的价值
  - 1 决策的修订
  - 2 后继概率
  - 3 油井开掘者的问题
  - 4 对概率的评定
  - 5 避免承担风险
- 10 深一层的运筹学问题
  - 1 引言
  - 2 厂址问题
  - 3 资本预算过程
  - 4 宣传工具的最优化安排
  - 5 塑料价格问题
  - 6 发票和账单的核对
- 11 建议的实施和运筹学发挥作用的前景
  - 1 模型综述
  - 2 包含的变量
  - 3 求介的方法
  - 4 运筹学成果付诸实施的重要性
  - 5 组织
  - 6 人员的选择



**附录 A 线性规划的单纯形法**

**1 引言**

**2 单纯形法**

**3 利用图象进行分析**

**4 规划方法的参考书**

**附录 B 几个统计学概念**

**1 推理统计学**

**2 样本**

**3 比例的准确度**

**4 取样分布的说明**

**5 置信区间**

**6 累计密度函数**

## 第一章 运筹学的方法

### 1.1 导言

在W. S. Gilbert 的《Penzance 海盗》  
里有二行诗句：

“数学中的事物我也熟悉，  
方程不但有一次，还有二次的”

一般人都把运筹学看成是高等数学里的一个艰深的分枝，并且认为只有取得了数学学位的人才能掌握它。然而，尽管在运筹学中要用到数学，许多原来专攻生物学，心理学和经济学等其他学科的科学家仍然对运筹学的发展及应用作出了有价值的贡献。为了弄清楚为什么会有这个情况，有必要稍事回顾这门学问是如何发展起来的。

直至上世纪中叶，极大多数工、商企业的组织机构都很小，只雇用有数的几个职员。企业通常由企业主本人管理。随着企业的扩充，要由一个人来完成全部必要的管理职能就不可能了。这就出现了诸如生产管理、人员管理、销售管理等等新的职能部门，它们都各有自己的作用与权限。

随着各个独立职能的互相分离，人们又逐渐认识到有许多问题并不是把大公司划分为已经建立起来的互相隔绝的部分就能解决的。尽管对完成上述各个职能，科学发展都提供了技术或理论，但对整个企业作为一个整体，应如何执行其职能，科学却没有给予帮助。于是引起了统筹兼顾的想法。然而在相当长的时间里，这只有在有限的情况下才会应用，那就是当问题确实存在，而又不属于任一具体

部门职责范围这两点都一清二楚时，才考虑到它。在第二次世界大战期间进行的工作表明，这种想法所能应用的范围及数量要比原来设想的大得多，多得多。那个时期研究和实践的东西和成果，战后主要通过人事方面的重新部署，应用到各种民用工业和企业里。

五十年代初期成立的英国运筹学会理事会把运筹学定义为：

“用现代科学来处理工业、商业、政府、国防各部门中由人员、机械、材料或货币组成的庞大系统在指导与管理方面遇到的复杂问题。”理事会接着指出“其独特的途径是结合测度诸如机遇与风险等因素，为系统寻找并发展出一个科学的模型，以便对不同的决策，策略和控制的后果进行预报或比较。目的在于帮助管理部门科学地为其政策及行动作出决定。”综合上述定义，运筹学可以认为是研究在复杂形势下对短缺或有限资源的分配与计划。在这样的认识下，运筹学工作者和管理专业的其他分枝，例如会计学之间的近亲关系就十分明显了。目标是共同的，因为在完成同一工作时使用的方法不同，它们起着互相补充的作用。

## 1.2 问题的复杂性

### 1.2 问题的复杂性

为了说明问题的复杂性，可以举最普遍的仓库储存问题为例。在一个大企业里，当问题涉及到什么才是仓库存货的最佳方案这个问题时，常常会出现相持不下，针锋相对的意见。生产部门力争在为数不多的产品上有大量的储存，这样机械不需要经常调整，生产效率也高。市场供应部门要求各种产品都有丰富的存货，这样随便什么货变成热门时都可以满足顾客需要。人事部门要求在淡季增加

存货，认为这样可以维系人心并且保全熟练的技术工人，因为若将他们解雇，当市场需求增加时，生产就难以恢复。财务部门要竭力减少积压在存货中的资金因而倾向于减少存货。还应看到，当市场不景气时，这一部门在压缩存货方面最起劲，而当产销两旺又没有什么风险时，又会同意适当增加储存。这就说明一个企业越是处于困难时期，运筹决策就越是七嘴八舌。所以，即使是在这个看来十分浅显的问题里，不同的部门也会提出完全不同甚至相反的意见。因此应该为企业在选择最优化方案和作出决定，提供某些理论依据。

当企业里出现了复杂的问题时，极大多数倾向于用两种方法来介决：或者用过去的经验来指导，或者是运用前几年凭经验摸索出来的粗糙的规则，可惜的是，虽然这些规则在简单的情况下尚能行之有效，一旦组织庞大业务复杂之后，它们就没有用了。我们举下述的简单运输问题为例。

一家公司分别在沃特福，梅斯东，曼彻斯特三地设有工厂。每个厂各有140单位，120单位和50单位的产品待运，又有三个可存放货物的堆栈，伯明翰可放60单位，西菲尔德100单位，伦敦150单位。任一工厂到任一堆栈的每单位运费（镑）见表1·1

工厂 堆栈	沃特福	梅斯东	曼彻斯特	需求量
伯明翰	9	12	6	60
西菲尔德	6	$13\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	100
伦敦	$1\frac{1}{2}$	3	9	150
供应量	140	120	50	310

表1·1 每单位产品由工厂运到堆栈的运费（镑）

曼彻斯特工厂的货物运到伯明翰每单位运费是6。如果需要运5个单位，运费就是 $5 \times 6$ 或30。当一个负责运输事务的职员面对这一问题时，他的办法是从表上首先找一根费用最小的通道。在这情况下沃特福——伦敦路线就是费用最小的。但最多只能运140个单位，因为沃特福只能供应这么多。接着他将着手寻找费用次少的路线，而这应是梅斯东——伦敦，他当然也要通过这条路运尽可能多的货。但因为伦敦的总需求量是150而其中的140单位已由沃特福供应，所以这次的最大值只能是10。接着他又要选运费次廉的路线，那应是由曼彻斯特到西菲尔德，并在这条路线上运尽可能多的货物。因为曼彻斯特最多只能供应50单位，所以这个数字就是50。按照这个办法进行下去，他就必然会得到表1·2所示的分配方案，运输总费用是1860镑。

工厂 堆栈	沃特福	梅斯东	曼彻斯特	需求量
伯明翰	—(10)	60	—(50)	60
西菲尔德	—(100)	50	50	100
伦敦	140(30)	10(120)	—	150
供应量	140	120	50	310

表1·2 运输分配表(括号内的数字是最佳方案)

得到上述的分配方案似乎是合理而且直截了当的。但是只要对这个表稍做研究，读者就会发现这并不是最佳的方案。标在括号内的数字所组成的最优化方案总运费只有1,3P5镑，要比第一个

办法节约25%。如果这位职员经过一番努力，将表上数字进行各色各样的搭配，当然也可能得出最优的方案，但所花费的精力一定是非常之多的。尤其是当工厂的数目和堆栈的数目远远大于上例中的数目时，几乎可以肯定他不可能用上述办法找到最优方案。可以说，当情况变得复杂起来时，那些粗糙的凭经验的方法就不再有效了。

第二个例子(取材于P. B Coaker 和A. Battersby)还会说明对那些要求其最优化的特征必须有精确的定义。一片家具店每天制作并销售椅子(A)价\$3，书架(B)价\$2和衣架(C)价\$2。生产时间是八小时，店里有三条生产线(P, Q, R)每次只能使用其中的一条。相应的生产能力见表1.3

销 售 价	每道生产 线每小时 产量			日销售量
	P	Q	R	
椅子(A) \$ 3	1	2	1	9
书架(B) \$ 2	2	—	1	11
衣架(C) \$ 2	—	3	2	9
各生产线每小 时费用	\$ 5	\$ 6	\$ 7	

表1.3 家具店

表上说明，生产线P每小时耗费\$5，可以制作A产品一单位，B产品2单位，如果车间能够供应，门市上可以每天出售A产品9单位，B，11单位和C，9单位。需要回答的问题是店主该怎样

经营。如果他的目的在于满足市场的全部需要，那么他可以使用P生产线4小时，Q生产线一小时和R生产线3小时，这样生产出来的产品数正好是市场的需求量。他的生产费用是\$47而销售收入是\$67，获利\$20。但是如果他为追求最高利润而去考虑分配问题，答案就会不同。这就是分别用生产线P和Q工作3小时，他的生产费用总数将为\$33，而销售所得则是\$57，从而得到最大利润\$24。在这时他生产的是A产品9单位，B，6单位和C，9单位；这样做当然并没有满足市场关于B产品的全部需求。这就是说他以不充份供应市场并使自己的企业开工不足为代价，却获得了最高利润。

这些例子说明：凭经验得出的粗糙规则，并不总能适应实践中遇到的复杂情况。除此之外，对问题本身及其中包括的量也应该不同于过去的许多情况而给予确切的定义。

### 1.3 基本特征

运筹学的第一个特征在于它要处理系统的经营管理中出现的問題。一个组织中任一部分的活动，一般说来总会对其他部分的活动产生影响。因此在品评一个组织内部的任一决定或行动时，必须全面考虑所有值得注意的相互作用，衡量他们总的反应对整个组织的活动的影响，而不应仅只从原来有关的部分去着想。这种考虑问题的方向与过去一些研究者的习惯正好相反，他们总倾向于尽量缩小问题的涉及面并尽量使所研究的问题从周围环境中孤立出来以减少外来因素的影响。于是一个问题的许多侧面就此消失了，並抽象化

为可以用某种规范化了的技巧或由经验得来的判断所处理的东西。与此相反，运筹学倾向于从整个系统来考虑问题，它要使一个问题的陈述逐步扩充与复杂化直至将所有值得注意的相互作用的方面都包括在内为止。换句话说，这条途径的目的在于站在负责全局的管理人员高度看到问题之介决办法中所包含的全部内容（复杂性，后果等等）。这种探讨要涉及到管理人员的全部职责范围，甚至不能忽略在他职务范围之外的人所作政策决定对他职责范围内各种活动的影响。如果这种探讨没有搞好，采取的介决办法就会导向错误的结局。例如，管理人员发现一条航空线的女乘务员执行空中任务方面使用效率（它表示为每月飞行小时）过低，希望设计出一种新的安排方案，以提高她们执行任务的使用效率。一种不致引起有关职员反感的可行的方案是找到了。但进一步的研究表明，因为关于飞行员及其空勤人员的职责有一套规定，采用新方案就会降低他们的平均飞行小时。因此，当问题之间互相紧密制约时，就不应孤立地分开考虑其介决办法，一个问题的最优介，对作为整体的那个组织说来并不是最优的。

其次，运筹学倾向于把掌握各种不同学识的个人有效地结合为一个小组，集体地介决问题。从上一世纪以来，随着知识增长速度的加快，科学的专门分工是不可避免的。但是这种知识领域的细分却是人为的而不是自然现象。在今天，知识越划越细，越来越专门，结果现在有许多紧迫的问题已经不是个别的一个专家所能介决的了。因此，成立一个内部划分学科的小组来共同攻关已成为许多领域中唯一可行的替代办法；当然，小组里的各个成员在一项研究中所起的作用不是相同的。此外，当第二次世界大战期间运筹学处于早期



发展阶段时，各种科学家都亟感缺乏，结果，当人们发现运筹学能对军事行动作出有意义的贡献时，就在提不出确切的知识项目的情况下需要迅速吸收大批人材，由各学科专业人员混合组成的小组就应运而生了。而通过这一实践人们反倒认识到这样的混合小组很有用，应急的措施就此站住了脚。举例来说，利用电子设备进行管理的人员在考虑某一特定产品的生产和库存控制时可以很快地发现库存的起伏是一个函数，是市场不同需求的时间间隔及调整该产品生产水平所需时间长度的函数，对他来说问题是要设计出一个伺服系统使有关市场需求变化的信息能迅速而准确地反馈到生产控制中心。在这个中心里，生产的调整可根据把相应的消耗成本<sup>1</sup>函数减至极小的原则进行。事实上，他已经把这个问题变成一个他熟知其介法伺服理论方面的问题。另一方面，一个惯于使用化学方法的管理人员在处置同一问题时他会用流理论(Flow theory)中的术语来考虑，并且在列出这方面的式子之后也有他自己的介法。这些可供选择的方法中到底那一种更富有成果，取决于环境。小组里负责设计总规划的那个核心必须审议这些供选择的方法，并选取一个适当的办法，而在这个办法里很可能就包含了从好几个背景不同的学科借取来的概念。

第三个本质的特征是采用了科学方法并使用了模型。在研究与发展方面人们使用的经验方法本来是立足于实验室和小规模的操作。对运筹学来说这已经不适用了。如果要在一个组织机构内进行这类试验，有时会要求在它内部作一次试验性的调整，但就那个机构来说它却不允许进行这种试验。针对这种情况，就采取了非常类似于天文学家工作中所采用的方法来替代。天文家者会构筑出一个关