

KEY TO
FUNDAMENTALS OF
PHYSICS

基本物理學習題解答

David Halliday
Robert Resnick 原著

王秉賢 鮑孟蓀
吳浩 陳顯榮 合譯

第一冊

好時年出版社印行

- ☐ 出版：好時年出版社 · 北角清華街802號12樓
☐ 發行：香港文利出版社 · 北角海康街二十號四樓
☐ 印刷：大華印刷廠 · 九龍偉時街七十號

版權所有 · 翻印必究

Published & Printed in Hong Kong 定價：H. K. \$3.40

譯 者 序

哈立德與雷斯尼克合著之“物理學”(physics)一書以往為各大專院校所普遍採用之教材，唯鑒於內容過重，往往教學時間不敷，復經修訂，精簡裁併，更名為“基本物理學”(Fundamentals of Physics)。以觀念的樹立為主體，輔以習題配合重點，易於融會貫通，是改編後最大特色。

譯者根據本身求學的經驗，最迫切需要者，就是能手持一冊健全的譯本與詳盡的習題解答以供翻閱，無論對學習的信心與觀念的建立都能有效地加強，乃着手整理翻譯，將原書分成譯本與解答計單行本八冊、合訂本四冊。全書分四部分，由對本科具有深度素養的專人分別負責，於含糊籠統處，力求鞭辟入其精髓，期使讀者收事半功倍之效。且譯文解答可前後對照，附以詳細圖示及列式，一眼即能觸類旁通，迅速樹立正確統一的觀念，訓練正確的思考過程；這也正是原書所一直要表現的精神。

然譯者才疏學淺，雖是謹慎從事，個人學識經驗有不逮處，難免疏漏，尚祈各界賢達不吝賜教是幸。

譯者 謹識

*哈立德 (David Halliday) 與雷斯尼克 (Robert Resnick) 合著物理學，紐約懷利公司 (Wiley) 1966 年出版。

基本物理學習題解答

第 一 冊

目 次

第 一 章	度 量	1
第 二 章	向 量	5
第 三 章	一維運動	19
第 四 章	平面運動	39
第 五 章	質點動力學	57
第 六 章	功 與 能	83
第 七 章	能量守恒	95
第 八 章	線動量守恒	117
第 九 章	碰 撞	133
第 十 章	轉動運動學	153
第十一章	轉動動力學及角動量守恒	161

第一章 度 量

Measurement

1-1 以米制單位表示你的身高

解 $6.00 \text{ 呎} = 1.83 \text{ 米}$ 。

1-2 徑賽中 100 碼和 100 米均為短跑距離。何者較長？長幾米？長幾呎？

解 因為 $1 \text{ 碼} = 3 \text{ 呎}$, $1 \text{ 呎} = 0.3048 \text{ 米}$,
 $100 \text{ 碼} = 0.3048 \times 3 \times 100 = 91.44 \text{ 米}$,
 $100 \text{ 米} - 91.44 \text{ 米} = 8.56 \text{ 米}$,
 $8.56 / 0.3048 = 28.084 \text{ 呎}$ 。

因此 100 米較長，8.56 米或 28.084 呎。

1-3 一火箭到達 300 仟米的高度。此距離是幾哩？

解 因為 $1 \text{ 仟米} = 0.62 \text{ 哩}$,
所以 $300 \text{ 仟米} = 0.62 \times 300 = 186 \text{ 哩}$ 。

1-4 機械工具製造者需有一標準規（設 1 吋長），需準確至 0.0000001 吋。證明鉑鈹棒無法測得此準確度，但氮 86 可以。用本章的數據。

解 因為 $1 \text{ 吋} = 2.54 \text{ 厘米} = 2.54 \times 10^{-2} \text{ 米}$,
所以 $0.0000001 \text{ 吋} = 2.54 \times 10^{-2} \times 10^{-7}$
 $= 2.54 \times 10^{-9} \text{ 米}$ 。

但由書中知，鉑鈹尺的精確度只能至 10^{-7} 米，而題中所欲之準確度至 10^{-9} 米，故鉑鈹尺不適用。另氮 86 尺準確度可至 10^{-9} 米，故可用以度量題中之精確度。

1-5 設地球到太陽的平均距離是地球到月球平均距離的 400 倍。請討論日全蝕並敘述從下列各點所能獲得的結論：(a) 太陽直徑與月球直徑的關係；(b) 太陽和月球的相對體積，並列出得到此答案所作的假設；(c) 以一硬幣恰蓋住全月時，

2 基本物理學習題解答 (第一冊)

求對眼睛所截的角度，並以此實驗結果和已知的太陽及地球的距離，估計月球的直徑。

解 (a) 設太陽至地球的平均距離 l_s ；月球至地球的平均距離為 l_m ，又由已知得出其關係為

$$l_s = 400 l_m,$$

$$\text{日全蝕時 } \frac{d_s}{d_m} = \frac{l_s}{l_m} = \frac{400 l_m}{l_m} = 400.$$

(b) 設在日全蝕時，其相對體積為

$$\frac{V_s}{V_m} = \frac{\frac{4}{3} \pi r_s^3}{\frac{4}{3} \pi r_m^3} = \frac{r_s^3}{r_m^3} = \frac{d_s^3}{d_m^3}$$

$$= (400)^3 = 6.4 \times 10^8.$$

$$(c) \quad r_m = \frac{1}{400} r_s = \frac{1}{400} \times 6.9 \times 10^8 \\ = 1.725 \times 10^6 \text{ 米}$$

1-6 天文距離與地球上的距離比較，非常大，為容易瞭解天體間的相對距離，故需用較大的長度單位。一天文單位(AU)等於地球到太陽的平均距離，約是 92.9×10^6 哩。一秒差距(Parsec)為一天文單位張角度為一秒的弧長距離。一光年為光在真空中以 186,000 哩/秒的速率，一年所行的距離。(a)以秒差距和光年表示地球到太陽的距離，(b)以哩表示一光年和一秒差距。

$$\text{解 (a)} \quad 1 \text{ Parsec (秒差距)} = \frac{1 \text{ AU}}{\frac{1}{60} \cdot \frac{1}{60} \cdot \frac{\pi}{180}} \\ = 2.06 \times 10^5 \text{ AU},$$

$$1 \text{ AU (天文單位)} = \frac{92.9 \times 10^6}{18600 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365} \\ = 1.5 \times 10^{-5} \text{ 光年}.$$

$$(b) \quad 1 \text{ 光年} = 186000 (365 \times 86400)$$

$$= 5.87 \times 10^{12} \text{ 哩},$$

$$1 \text{ 秒差距} = 2.06 \times 10^5 \text{ AU} = 2.06 \times 10^5 \times 92.9 \times 10^6 \\ = 191.4 \times 10^{11} = 1.914 \times 10^{13} \text{ 哩}.$$

1-7 設日的長短每世紀均勻地增加 0.001 秒，計算經二十世紀後，測

量時間的累積效果。這種地球自轉的漸慢是在此時間內對日蝕的觀察所顯示的。

解 一世紀快 0.001 秒，二十個世紀快 0.02 秒，故平均一天快 0.01 秒

$$T = 0.01 \times 365 \times 100 \times 20$$

$$= 7300 \text{ 秒} = 2.03 \text{ 時}.$$

1-8 (a) 震 (Shake) 是用於微觀物理學的一種時間單位，一震等於 10^{-8} 秒。一秒鐘的震數是否較一年中的秒數多？(b) 人類已存在約 10^6 年，而宇宙的年齡約為 10^{10} 年，若以宇宙年齡為一日，則人類存在幾秒？

解 (a) 因為 $1 \text{ Shake} = 10^{-8} \text{ 秒}$ ，

所以 $1 \text{ 秒} = 10^8 \text{ Shakes}$ ，

且一年的秒數為

$$60 \times 60 \times 24 \times 365 = 0.3154 \times 10^8 \text{ 秒}.$$

故一秒的 Shakes 數比一年的秒數多。

$$(b) \quad \frac{x}{60 \times 60 \times 24} = \frac{10^6}{10^{10}}$$

解得 $x = 8.64 \text{ 秒}$ 。

1-9 (a) 質子的半徑約為 10^{-15} 米；可觀測的宇宙半徑約為 10^{26} 厘米，找出一具有物理意義的距離，在數尺上約介於這二極端的中點。(b) 中性 π 介子（基本粒子之一）的平均壽命約為 2×10^{-16} 秒。宇宙的年紀約為 4×10^9 年。找出具有物理意義的時間，在數尺上約介於此二極端的中點。

解 (a) $d_p = 10^{-15} \text{ 米}$ ，

$$d_u = 10^{26} \text{ 厘米} = 10^{26} \text{ 米}.$$

設欲求之半徑為 d

$$\begin{aligned} \text{所以 } \log d &= \frac{1}{2} (\log 10^{-15} + \log 10^{26}) \\ &= \frac{1}{2} (-15 + 26) = 5.5, \end{aligned}$$

因此可在表 1-1 上查獲一為 $\sim 10^6$ 米量度的半徑。

(b) $t_\pi = 2 \times 10^{-16} \text{ 秒}$ ，

$$t_u = 0.3154 \times 10^9 \times 4 \times 10^9$$

$$= 1.262 \times 10^{17} \text{ 秒}.$$

設欲求之時間為 t

$$\text{所以 } \log t = \frac{1}{2} (\log t_\pi + \log t_u)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} (\log 2 \times 10^{-16} + \log 1.262 \times 10^{17}) \\
 &= \frac{1}{2} (-15.7 + 17.2) = 0.75.
 \end{aligned}$$

因此由表 1-2 可表出 $\sim 10^{10}$ 秒的量度。

1-10 從圖 1-3 計算夏至的地球自轉週期和明年春天地球自轉週期的差。

解 由圖 1-3 可知，1955 年夏季與 1956 年春季，地球自轉週期相差為

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= 86400 \times \left[\frac{60 - (-85)}{10^{10}} \right] \\
 &= 1.25 \times 10^{-6} \text{ 秒}.
 \end{aligned}$$

1956 年夏季與 1957 年春季，地球自轉週期相差為

$$\begin{aligned}
 \Delta t &= 86400 \times \left[\frac{40 - (-140)}{10^{10}} \right] \\
 &= 1.56 \times 10^{-6} \text{ 秒}.
 \end{aligned}$$

1-11 一實驗室中測試五個鐘，在連續一週的正午，以 WWV 時間信號定之，各鐘的讀數如下：

鐘	星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
A	12:36:40	12:36:56	12:37:12	12:37:27	12:37:44	12:37:59	12:38:18
B	11:59:59	12:00:02	11:59:57	12:00:07	12:00:02	11:59:56	12:00:03
C	15:50:45	15:51:43	15:52:41	15:53:39	15:54:37	15:55:35	15:56:33
D	12:03:59	12:02:52	12:01:45	12:00:38	11:59:31	11:58:24	11:57:17
E	12:03:59	12:02:49	12:01:54	12:01:52	12:01:32	12:01:22	12:01:12

你應該如何依計時的準確相對值而排定此五個鐘的次序？並請說明你的選擇。

解 A 鐘在七日中每天的時間差為

16, 16, 15, 17, 15, 15 秒

B 鐘為 3, -5, 10, -5, -6, 7 秒

C 鐘為 58, 58, 58, 58, 58, 58 秒

D 鐘為 -67, -67, -67, -67, -67, -67 秒

E 鐘為 -70, -55, -2, -20, -10, -10 秒

雖然 C 鐘與 D 鐘之變化率均穩定，但 C 鐘之變化率較小；且 E 鐘之變化最不稳定，故其排列次序為 C, D, A, B, E。

第二章 向 量

Vectors

2-1 兩向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 相加。證明其和的大小不能大於 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 或小於 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ，此處的直條表示絕對值。

解 由向量之分量公式知

$$a_x = a \cos \theta_1; a_y = a \sin \theta_1,$$

$$b_x = b \cos \theta_2; b_y = b \sin \theta_2,$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{a} + \mathbf{b}| &= \sqrt{(a \cos \theta_1 + b \cos \theta_2)^2 + (a \sin \theta_1 + b \sin \theta_2)^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos(\theta_1 - \theta_2)} \end{aligned}$$

$$\text{又因為 } -1 \leq \cos(\theta_1 - \theta_2) \leq 1$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } a^2 + b^2 - 2ab &\leq a^2 + b^2 + 2ab \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ &\leq a^2 + b^2 + 2ab. \end{aligned}$$

$$\text{證得 } |\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq a + b.$$

2-2 什麼是如下二向量 $\mathbf{a}$ 及 $\mathbf{b}$ 的特性。

$$(a) \quad \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c} \quad \text{且} \quad a + b = c,$$

$$(b) \quad \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{a} - \mathbf{b},$$

$$(c) \quad \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c} \quad \text{且} \quad a^2 + b^2 = c^2.$$

解 (a) $\mathbf{a}$ 向量與 $\mathbf{b}$ 向量為同方向。

(b) $\mathbf{b}$ 向量為零。

(c) $\mathbf{a}$ 向量與 $\mathbf{b}$ 向量垂直。

2-3 有二位移，其一的大小為 3 公尺，另一的大小為 4 公尺。寫出此二位移向量應如何相加能使其總位移的大小為 (a) 7 公尺，(b) 1 公尺，(c) 5 公尺。

解 (a) $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 同向時，3 米 + 4 米 = 7 米。

(b) $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 反向時，4 米 - 3 米 = 1 米。

(c) $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 垂直時， $\sqrt{(4 \text{ 米})^2 + (3 \text{ 米})^2} = 5 \text{ 米}。$

2-4 二向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的大小相同，為 10 單位。它們的位置如圖 2-13 所

示, 且其向量和為 $\mathbf{r}$, 求 (a) $\mathbf{r}$ 的 x 及 y 分量; (b) $\mathbf{r}$ 的大小; (c) $\mathbf{r}$ 與 x 軸的夾角。

解 (a) 求得各分量爲

$$a_x = 10 \cos 30^\circ \quad y$$

$$= 8.66,$$

$$a_y = 10 \sin 30^\circ$$

$$= 5,$$

$$b_x = 10 \cos (105^\circ$$

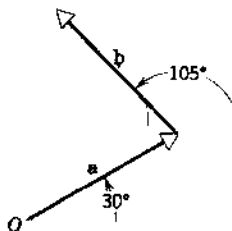
$$+ 30^\circ)$$

$$= 10 \cos 135^\circ$$

$$= -7.07,$$

$$b_y = 10 \sin 135^\circ$$

$$= 7.07.$$



所以 $\mathbf{r}$ 在 x 方向和 y 方向之分

圖 2-13

量爲

$$r_x = a_x + b_x = 8.66 - 7.07 = 1.59 \text{ 單位},$$

$$r_y = a_y + b_y = 5 + 7.07 = 12.07 \text{ 單位}.$$

(b) 由公式可得 $\mathbf{r}$ 之大小爲

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(1.59)^2 + (12.07)^2} \\ &= \sqrt{148.213} = 12.18 \text{ 單位}. \end{aligned}$$

(c) 由公式可得 $\mathbf{r}$ 與 x 軸之夾角爲

$$\theta = \tan^{-1} \frac{12.07}{1.59} = \tan^{-1} 7.59 = 82.49^\circ.$$

2-5 向量在 $x-y$ 平面上其大小爲 9.1 其方向爲從 x 軸逆時針轉 49° , 以單位向量符號寫出此向量。

解 因 $r_x = r \cos \theta = 9.1 \cos 49^\circ = 5.97 \div 6.0,$

$$r_y = r \sin \theta = 9.1 \sin 49^\circ = 6.87 \div 6.9,$$

故 $\mathbf{r} = 6.0 \mathbf{i} + 6.9 \mathbf{j}.$

2-6 向量爲 $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ 及 $\mathbf{b} = -3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$, 其和以單位向量符號表示爲何? $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的大小和方向是什麼?

解 已知 $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}, \quad \mathbf{b} = -3\mathbf{i} + 7\mathbf{j},$

所以其單位向量符號爲

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{i} + 10\mathbf{j}.$$

其大小爲 $c = \sqrt{1^2 + 10^2} = 10.049$.

其角度爲 $\theta = \tan^{-1} \frac{10}{1} = \tan^{-1} 10 = 84.3^\circ$.

2-7 將下列各名詞依純量、向量和其他列表，溫度、速度、速率、角度、面積、力、能量、光、電子、時間、質量、位置。

解 純量包括溫度、速率、角度、面積、能量、時間、質量。

向量包括速度、力、位置。

其他包括光、電子。

2-8 向量 **A** 和 **B** 以任意選定的單位爲單位，其分量爲 $A_x = 3.2$ $A_y = 1.6$ ； $B_x = 0.50$ $B_y = 4.5$ 。(a)求 **A** 和 **B** 的夾角。(b)求向量 **C** 的 x 分量及 y 分量，**C** 與 **A** 垂直且大小爲 5.0 單位。

$$\text{解 (a)} \quad \tan \alpha = \frac{1.6}{3.2} = 0.5 \quad \alpha = 26.48^\circ,$$

$$\tan \beta = \frac{4.5}{0.5} = 9 \quad \beta = 83.66^\circ,$$

$$\beta - \alpha = 83.66^\circ - 26.48^\circ = 57.18^\circ.$$

求得 **A** 與 **B** 之夾角爲 57.18° 。

(b) 因爲 **C** 垂直於 **A**，故可得 **C** 與 x 軸夾角爲

$$\gamma = \alpha \pm 90^\circ = 116.48^\circ \text{ 或 } -63.52^\circ,$$

向量 **c** 在 x 方向及 y 方向的分量爲

$$c_x = 5 \cos 116.48^\circ = 5 \times (-0.446) = -2.23,$$

$$c_y = 5 \sin 116.48^\circ = 5 \times 0.896 = 4.48,$$

$$\text{或} \quad c_x' = 5 \cos (-63.52^\circ) = 2.23,$$

$$c_y' = 5 \sin (-63.52^\circ) = -4.48.$$

2-9 已知二向量 $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ 和 $\mathbf{b} = 6\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ ，求 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{b} + \mathbf{a}$ ， $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ 和 $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的大小和方向。

$$\text{解 (a)} \quad a = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5,$$

$$\tan \theta = \frac{-3}{4} = -0.75 \quad \theta = 323^\circ.$$

$$(b) \quad b = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\tan \theta = \frac{8}{6} = 1.33 \quad \theta = 53.1^\circ.$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad \mathbf{c} &= \mathbf{a} + \mathbf{b} = 10\mathbf{i} + 5\mathbf{j}, \\
 c &= \sqrt{10^2 + 5^2} = 11.2, \\
 \tan\theta &= \frac{5}{10} = 0.5 \quad \theta = 26.5^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(d)} \quad \mathbf{d} &= \mathbf{b} - \mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 11\mathbf{j}, \\
 d &= \sqrt{2^2 + 11^2} = 11.2, \\
 \tan\theta &= \frac{11}{2} = 5.5 \quad \theta = 79.7^\circ.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(e)} \quad \mathbf{e} &= \mathbf{a} - \mathbf{b} = -2\mathbf{i} - 11\mathbf{j}, \\
 e &= \sqrt{(-2)^2 + (-11)^2} = 11.2, \\
 \theta &= \frac{-11}{-2} = 5.5 \quad \theta = 260^\circ.
 \end{aligned}$$

2-10 將分析方法中分解及相加推廣至三或更多向量。

解 設 $\mathbf{r} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \dots$,

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j},$$

$$\mathbf{b} = b_x\mathbf{i} + b_y\mathbf{j},$$

$$\mathbf{c} = c_x\mathbf{i} + c_y\mathbf{j},$$

$$\vdots$$

$$\text{所以} \quad r_x = a_x + b_x + c_x + \dots,$$

$$r_y = a_y + b_y + c_y + \dots,$$

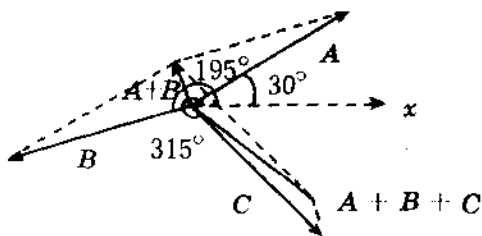
$$\text{故推得} \quad \mathbf{r} = r_x\mathbf{i} + r_y\mathbf{j},$$

$$\text{其大小為} \quad r = \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2},$$

$$\text{其角度為} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{r_y}{r_x}.$$

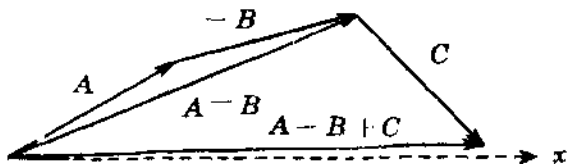
2-11 A、B和C三向量其大小均為50單位，在x-y平面上與正x軸的交角分別為30°，195°及315°。請繪圖求出下列向量的大小和方向。(a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$ ，(b) $\mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C}$ ，(c) D，D使 $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) - (\mathbf{C} + \mathbf{D}) = 0$ 。

解 (a) 求 $\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$ 之圖解



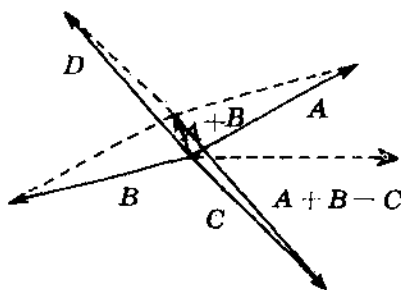
量得其大小為 39.5 單位，角度為 320° 。

(b) 求 $A - B + C$ 之圖解。



量得其大小為 127 單位，角度為 1° 。

(c) 求向量 D ，滿足 $(A + B) - (C + D) = 0$ 。



量得其大小為 62 單位，角度為 130.5° 。

2-12 求上題中各向量的分量且以解析法計算它們。

解 由上題知 $A = i 50 \cos 30^\circ + j 50 \sin 30^\circ$
 $= 43.3i + 25j$ ，

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= i 50 \cos 195^\circ + j 50 \sin 195^\circ \\ &= -48.3i - 12.9j, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= i 50 \cos 315^\circ + j 50 \sin 315^\circ \\ &= 35.3i - 35.3j. \end{aligned}$$

$$(a) \quad \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = 30.3i - 23.2j,$$

$$R = \sqrt{(30.3)^2 + (-23.2)^2} = 39.4,$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-23.2}{30.3} = \tan^{-1}(-0.766) = 322.58^\circ.$$

$$(b) \quad \mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C} = 127i + 2.6j,$$

$$R = \sqrt{(127)^2 + (2.6)^2} = 127,$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2.6}{127} = \tan^{-1} 0.0205 = 11.35^\circ.$$

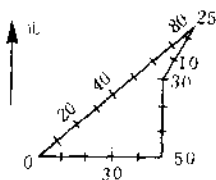
$$(c) \quad \mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C} = -40.3i + 47.4j,$$

$$R = \sqrt{(-40.3)^2 + (47.4)^2} = 62.2,$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{47.4}{-40.3} = \tan^{-1}(-1.176) = 130.4^\circ.$$

2-13 一車向東行駛 50 哩後，向北行駛 30 哩，然後以北偏東 30° 的方向行駛 25 哩，畫出向量圖並求此車離起點的總位移。

解 設每一單位代表 10 哩，其向量圖如下：



其總位移為 81.0 哩，角度為 39.5° （東北方）。

2-14 某人有一次在果嶺上用三桿將球擊入洞中。第一擊將球打至正北 12 呎處，第二擊為東南 6.0 呎，第三擊西南 3.0 呎，一擊就須進洞時球的位移為何？

解 三次擊球的分量各為

$$a_x = 0, \quad a_y = 12 \text{ 呎},$$

$$b_x = 6 \cos -45^\circ = 4.24 \text{ 呎},$$

$$b_y = 6 \sin(-45^\circ) = -4.24 \text{ 呎},$$

$$c_x = -3 \cos 45^\circ = -2.12 \text{ 呎},$$

$$c_y = -3 \sin 45^\circ = -2.12 \text{ 呎},$$

則其向量和為

$$r_x = a_x + b_x + c_x = 2.12 \text{ 呎},$$

$$r_y = a_y + b_y + c_y = 5.64 \text{ 呎},$$

$$\text{其大小為 } r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(2.12)^2 + (5.64)^2} = 6 \text{ 呎},$$

$$\text{其角度為 } \theta = \tan^{-1} \frac{5.64}{2.12} = \tan^{-1} 2.66 = 69.42^\circ,$$

故朝東北方 69.42° ，位移 6 呎即可一桿進洞。

2-15 一質點在平面上連續進行如下三位移，東南 4.0 公尺，東 5.0 公尺，東偏北 60° 的方向上 6.0 公尺。選取 y 軸為北方 x 軸為東方，求 (a) 每一位移的分量，(b) 總位移的分量，(c) 總位移的大小和方向，(d) 將此質點帶回始點所須的位移。

解 (a) 每個位移之分量如下：

$$a_x = -4 \cos 45^\circ = -2.83 \text{ 米},$$

$$a_y = -4 \sin 45^\circ = -2.83 \text{ 米},$$

$$b_x = 5 \cos 0^\circ = 5.0 \text{ 米},$$

$$b_y = 5 \sin 0^\circ = 0,$$

$$c_x = 6 \cos 60^\circ = 3.0 \text{ 米},$$

$$c_y = 6 \sin 60^\circ = 5.2 \text{ 米}.$$

(b) 合成位移之分量為

$$\begin{aligned} r_x &= a_x + b_x + c_x = -2.83 + 5 + 3 \\ &= 5.17 \text{ 米}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_y &= a_y + b_y + c_y = -2.83 + 0 + 5.2 \\ &= 2.37 \text{ 米}. \end{aligned}$$

(c) 其大小為

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(5.17)^2 + (2.37)^2} = 5.69 \text{ 米},$$

$$\text{角度為 } \theta = \tan^{-1} \frac{2.37}{5.17} = \tan^{-1} 0.4545 = 24.6^\circ \text{ (東北)}.$$

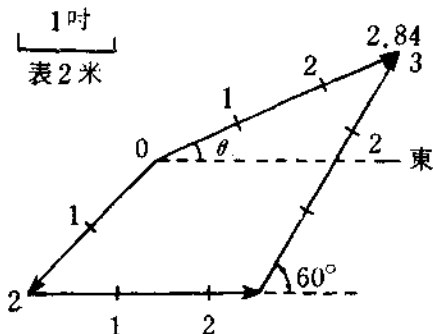
(d) 將質點帶回原處所需之位移，與 r 大小相等，方向相反，即

$$d = 5.69 \text{ 米},$$

$$\theta = 24.6^\circ \text{ (西南)}.$$

2-16 以 2 公尺為一吋的比例將 15 題中的位移以圖形相加。由你的圖中求結果的大小和方向。

解



作向量圖測得其位移為 2.84 吋，即 5.68 米；並量得其角度 $\theta = 24.5^\circ$ 。

2-17 將二向量的分解和相加所用的解析法推廣至三度空間。

解 向量式為 $\mathbf{r} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$,

其單位向量為

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k},$$

$$\mathbf{b} = b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k},$$

故 $r_x = a_x + b_x,$

$$r_y = a_y + b_y,$$

$$r_z = a_z + b_z,$$

大小為 $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2},$

其角度為 $\cos \alpha = \frac{r_x}{r}, \cos \beta = \frac{r_y}{r}, \cos \gamma = \frac{r_z}{r}.$

2-18 (a) 某人離開其前門向東行 1000 呎、向北行 2000 呎，然後從口袋中拿出一銅板將它從 500 呎的懸崖扔下。建立一座標系統用單位向量寫下銅板的表示法。(b) 此人循不同的路徑返回前門，請問他整個行程的總位移為何？

解 (a) 位移為 $\mathbf{r} = 1000\mathbf{i} + 2000\mathbf{j} - 500\mathbf{k}.$

(b) 此人又走回前門，故其總位移為零。

2-19 求向量位移 $\mathbf{c}$ 和 $\mathbf{d}$ 的和，其在三互相垂直方向上的分量為 $c_x = 5.0,$

$c_y = 0$, $c_x = -2.0$; $d_x = -3.0$, $d_y = 4.0$, $d_z = 6.0$ 以哩為單位。

解 由公式知其和的向量式為

$$\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{d},$$

將已知值代入各分量得

$$r_x = c_x + d_x = 5.0 - 3.0 = 2.0 \text{ 哩},$$

$$r_y = c_y + d_y = 0 + 4.0 = 4.0 \text{ 哩},$$

$$r_z = c_z + d_z = -2.0 + 6.0 = 4.0 \text{ 哩},$$

故得 $\mathbf{r} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.

2-20 向量 $\mathbf{d}$ 的大小為 2.5 公尺且指向正北。求下列向量的大小和方向：

(a) $-\mathbf{d}$, (b) $\mathbf{d}/2.0$, (c) $-2.5\mathbf{d}$, (d) $4.0\mathbf{d}$?

解 設 $\mathbf{d} = 0\mathbf{i} + 2.5\mathbf{j}$,

(a) $-\mathbf{d} = -0\mathbf{i} - 2.5\mathbf{j}$, 為 2.5 米向南。

(b) $\frac{\mathbf{d}}{2.0} = 0\mathbf{i} + 1.25\mathbf{j}$, 為 1.25 米向北。

(c) $-2.5\mathbf{d} = -0\mathbf{i} - 6.25\mathbf{j}$, 為 6.25 米向南。

(d) $4.0\mathbf{d} = 0\mathbf{i} + 10\mathbf{j}$, 為 10 米向北。

2-21 一屋的尺寸為 10 呎 $\times$ 12 呎 $\times$ 14 呎。一蒼蠅由一角落對角地飛至相對角落。(a)其位移的大小為何？(b)其路徑的長度能比此距離短嗎？能比它長嗎？能和它相等嗎？(c)選取一合適的座標系統並求在此座標內位移向量的分量。

解 設 $r_x = 10$ 呎, $r_y = 12$ 呎, $r_z = 14$ 呎,

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad r &= \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = \sqrt{10^2 + 12^2 + 14^2} \\ &= 21 \text{ 呎}. \end{aligned}$$

(b) 可以大於或等於此距離，但不能小於此距離。

(c) $\mathbf{r} = 10\mathbf{i} + 12\mathbf{j} + 14\mathbf{k}$.

2-22 習題 21 中，該蒼蠅為爬行而非飛行，其最短路徑的長度為何？

解 其最短距離為沿壁爬行之對角線，其長度為

$$l = \sqrt{(10+12)^2 + 14^2} = 26.06 \text{ 呎}$$

2-23 已知二向量為 $\mathbf{A} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ 及 $\mathbf{B} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ ，求 (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ，

(b) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ，及 (c) 向量 $\mathbf{C}$ 使 $\mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C} = 0$ 。

解 (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$.

(b) $\mathbf{A} - \mathbf{B} = 5\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$.

(c) $\mathbf{C} = -\mathbf{A} + \mathbf{B} = -5\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$.