原子核物理实验

应用物理教研室

西安交通大学

1963.9

实验一　放射性辐射的统计涨落

一、实验目的：

1、认识放射性衰变的统计涨落规律

2、了解统计误差的表示方法及对测量结果的数据处理。

二、仪器设备

G—M计数管（MC—6）1只，64进位定标器一台，停表一只，铅屏蔽室　C_o^{60} γ放射源一个。

三、原理：

当我们对一强度不变（长半衰期）的放射源进行测量时，可以发现进行的多次测量中每次的值不尽相同，且会有相当大的差异，这里的差异不同于对距离、重量等测量时出现的偏差，后者只要测量仪器精密，方法可靠，每次测量时条件不变，操作者谨慎小心，就可得到互相极其接近的结果，而前者则显然不同，无论测量条件如何完善、操作者如何小心，进行多次测量中每次所得之结果都不是完全相同的，它对各次测量之平均值$\bar{n}$相差可能甚大，这是由于放射性物质中含有很多不稳定的原子核，而每个核衰变则是完全独立的，和别的核无任何联系的，并且哪一个核先衰变，哪一个后衰变是纯粹偶然的，无任何次序的缘故，因此在某一时间间隔Δt内的衰变并不是理论预期的：$\Delta N/\Delta t=-\lambda N$，而是对平均值$\bar{n}$有一定的统计性涨落，围绕这一平均值有一分布曲线（见图一）。

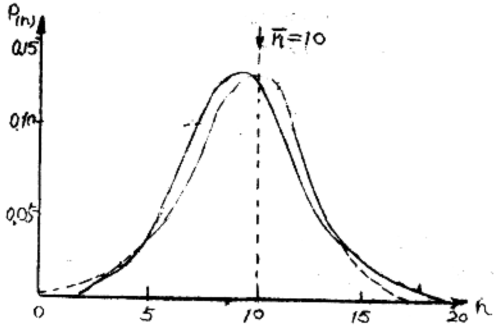
泊松分布　放射性测量的统计涨落规律可以用泊松分布来描述，即在t时间内测量强度不变的源的计数为n的几率$P(n)$随n的分布为：

$$P(n)=\frac{(\bar{n})^n}{n!}e^{-\bar{n}}$$

这里的$\bar{n}$—在t时间内的平均计数，$\bar{n}=\sum_{n=0}^{\infty}nP(n)$，$n!=1\times2\times3\times$

- - - - $\bar{x}n$

图一为泊松分布曲线，其$\bar{n}=10$，显然可见，分布对于平均值并不是对称的，这是泊松分布的特点，对应于$p(n)$的最大值的n'称为最可几值。$n'\leqslant\bar{n}$。



图一. 泊松分布曲线与高斯分布曲线（$\bar{n}=10$）

实线 —— 泊松分布

虚线 - - - - 高斯分布

高斯分布

如果在$\bar{n}$值较大的情况下，用斯特朗公式（Stirling）$n!=\sqrt{2\pi n}\,n^{n}\,e^{-n}$来代换泊松分布的$n!$则可得到高斯分布：

$$p(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(\bar{n}-n)^2}{2\sigma^2}}$$

其中 $\sigma=\sqrt{\overline{(\bar{n}-n)^2}}$

计数在$n\longrightarrow n+dn$的几率$dp(n)$为：

$$dp(n)=p(n)dn=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(\bar{n}-n)^2}{2\sigma^2}}dn.$$

我们用$\Delta=\bar{n}-n$代入上式可得

$$P(\Delta)\,d\Delta=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}d\Delta.$$

从图一之曲线可以看出，高斯分布是对称于平均值$\bar{n}$的（虚线），同时也看出$\bar{n}=10$之泊松和高斯分布曲线是有差异的，但它们的差异也是很小的（对$\bar{n}$值来说），且两者的峰值是相等的（$P(10)$。一般是当$\bar{n}<10$时利用泊松分布，当$\bar{n}>16$时可用高斯分布。

误差表示及其意义：

我们了解了测量计数的分布规律，从而知道每一个别测量和$\bar{n}$是有统计涨落的、$\Delta=\bar{n}-n$，而测量误差不能用$\bar{\Delta}$来表示，因为$\bar{\Delta}=0$，証明如下：

$$\bar{\Delta}=\sum_{n=0}^{\infty}(\bar{n}-n)P(n)$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}\bar{n}P(n)-\sum_{n=0}^{\infty}nP(n)$$
$$=\bar{n}-\bar{n}=0$$

通常用偏差平方的平均值σ^2来表示测量误差的程度

$$\sigma^2=\overline{(\bar{n}-n)^2}$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}(n-\bar{n})^2P(n)$$
$$=\bar{n}+(\bar{n})^2-2\bar{n}^2+\bar{n}^2$$
$$=\bar{n}$$ 〈见教材 II，P，156〉

$$\therefore\ \sigma=\sqrt{\bar{n}}$$

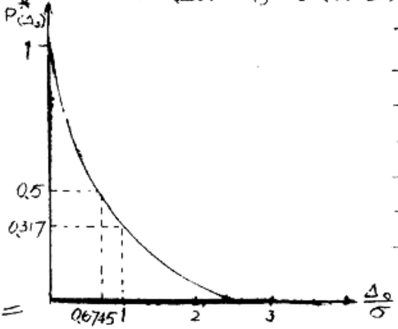
由高斯分布看出，测量偏差大于某一定值Δ_0的几率$P^*(\Delta_0)$为：

$$P^*(\Delta_0)=\int_{-\infty}^{-\Delta_0}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}d\Delta+\int_{\Delta_0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}d\Delta$$
$$=2\int_{\Delta_0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}d\Delta$$
$$=1-\Phi\left(\frac{\Delta_0}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)$$

$$\Phi = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_0^{\Delta_0} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}\, d\Delta$$ ——称为误差积分，可查表。

$P^*(\Delta_0)$和$\frac{\Delta_0}{\sigma}$的关系曲线如下图二所示

图二：



$\frac{\Delta_0}{\sigma}$	$P^*(\Delta_0)$
0.6745	0.50
1.00	0.317
1.50	0.134
2.00	0.0455
2.50	0.0124
3.00	0.0027

可几误差：$\Delta=\Delta_0=\pm0.6745\sigma$

标准误差：$\Delta=\pm\sigma$

依图二或表格看出标准误差$\Delta=\pm\sigma$（即$\frac{\Delta_0}{\sigma}=1$）时，$P^*(\Delta_0)=0.317$，即是说N的值出现在$\bar{n}-\sigma$和$\bar{n}+\sigma$范围内的几率为68.3%，可能误差$\Delta=\pm0.67455$间的几率为50%，通常进行放射性测量时只作一次测量，而不作泊松分布[（约测>300次以上），（对高斯分布则需测次数更多了）]，而事实上是不可能的也是不必要的，因而我们假想某一次测量的数值N即是理想的分布之平均值$\bar{n}$了，则$\sigma=\sqrt{N}$，而表示为$N\pm\sqrt{N}$，即是说当在同一条件下进行测量时则出现在$N-\sqrt{N}$和$N+\sqrt{N}$之间的几率为68.3%，通常均用$\Delta=\pm\sigma=\pm\sqrt{\bar{n}}$来表示测量误差，因为它的计算方便，测量数据表示为

$$N\pm\sigma=N\pm\sqrt{N}$$　　$\sqrt{N}$——绝对标准误差。

$$\frac{N}{t}\pm\frac{\sqrt{N}}{t}=n\pm\sqrt{\frac{n}{t}}$$

n— 单位时间之计数

t— 测量时间。(一次)

$$\frac{N}{mt}\pm\frac{\sqrt{N}}{mt}=n_0\pm\sqrt{\frac{n_0}{mt}}$$

n_0— 多次测量之计数之平均值.

m— 测量次数

t— 每次之测量时间.

对之的相对误差为：

$$\frac{\sigma}{N}=\pm\frac{\sqrt{N}}{N}=\pm\frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$\frac{\sigma}{n}=\pm\frac{1}{\sqrt{nt}}.$$

$$\frac{\sigma}{n_0}=\pm\frac{1}{\sqrt{n_0 mt}}.$$

一般的误差公式：

设两个数为： $n_a\pm\sigma_a$ 与 $n_b\pm\sigma_b$.

则：

1 相加： $n_a+n_b\pm\sqrt{\sigma_a^2+\sigma_b^2}$

2. 相减： $n_a-n_b\pm\sqrt{\sigma_a^2+\sigma_b^2}$

3、相乘： $n_a\cdot n_b\pm n_a n_b\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{n_a}\right)^2+\left(\frac{\sigma_b}{n_b}\right)^2}$

4、相除： $\frac{n_a}{n_b}\pm\frac{n_a}{n_b}\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{n_a}\right)^2+\left(\frac{\sigma_b}{n_b}\right)^2}$

在进行放射性测量工作时，由于宇宙射线的存在及实验装置被少量放射性物质沾污，常使测得的数据中有本底计数参入，本底计数也是服从统计规律的，如在某次测量中，测得在 t_b 时间内的本底计数为 N_b，又在 t_c 时间内测得放射源连同本底计数共为 N_c，则按误差加法规则，由放射源引起的计数率 n_a 应为：

$$n_a=n_c-n_b\pm\sqrt{\frac{n_c}{t_c}+\frac{n_b}{t_b}}$$

其中：$n_c=\frac{N_c}{t_c}$， $n_b=\frac{N_b}{t_b}$， $\sigma_c^2=\frac{n_c}{t_c}$ $\sigma_b^2=\frac{n_b}{t_b}$；

四、实验规则及方法：

1、测量泊松分布。

A：测量步骤：

(a)、检查设备线路，接通电源，检验定标器是否正常。(按实验三的叁二检查线路)

(b)、测本底计数五分钟。

(c)、以时间 $t=2$ 秒对 C_0^{60} 源测500次左右，将计数为n出现的 $p(n)$ 填如下表（使源强在500到600/分之间）

C_0^{60} γ放射源

计数 n	0	1	2	3	4	5	6	……
$p(n)$								
实验 $P(n)=\frac{p(n)}{\sum p(n)}$								
理论值 $P(n)=\frac{(\bar{n})^n}{n!}e^{-\bar{n}}$								

B.计算：

$$\bar{n}=\sum_{n=0}^{\infty} n\left[P(n;\text{实验}\right],$$

C.作图：作 $P(n)$ 实验 — n 曲线，$P(n)$ 理论 — n 曲线，加以比较。

2、验证测量时间t和测量次数n对统计误差的影响。

用 C_0^{60} 源（强度同(1)步骤的）

时间 t	1分	5分	10分
N			
$\bar{n}$			
σ			
$\frac{\sigma}{\bar{n}}\%$			

C_0^{60} 源（同上） $t=1$ 分钟

测量次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
计数率 n										

一次测量的计数率：$\bar{n}_1=$ ________（用上表任一个为 $\bar{n}$）

标准误差 $\sigma_1=\sqrt{\frac{n}{m}}=$ ________.

五次测量的平均计数率 $\bar{n}_5=$ ________.

$\sigma_5=$ ________.

十次测量的平均计数率 $\bar{n}_{10}=$ ________,

$\sigma_{10}=$ ________,

把以上两组实验所求之平均计数率 $\bar{n}$ 同第一组（泊松分布曲线）的平均计数率进行比较，说明测量时间 t 和次数 m 对测量结果的影响。

五、思考及讨论问题：

1°, 设：n_c—放射源连本底的计数率

n_b—本底计数率

n_d—源的计数率.

E—所要求测量的相对误差，（设 $E=2\%$）

利用公式：

$$t_c=\frac{n_c+\sqrt{n_c\cdot n_b}}{n_d^2\,E^2}\,,$$

$$t_b=t_c\sqrt{\frac{n_b}{n_c}}\,,$$

t_c —要求相对误差小于 E，测量放射源连本底的时间.

t_b —要求相对误差小于 E 时测量本底需要的时间计算出 t_c；t_b；（数据采用实验中的测量结果）

2°，对短半衰期的放射性元素是否能测其泊松分布（如 Co^{55} $T_{\frac{1}{2}}$ =18.2小时）？它的衰变是否服从泊松分布？

3°，从实验结果讨论统计误差在核物理实验中的意义。

4°，理论予期的衰变规律 $\Delta N = -\lambda N \Delta t$，在什么情况下才是正确的。

参考书：

1 В.И. Гольданский; А.В Куценко М.И Подгорецкий Статистика отсчетов при регистрации ядерных частиц P14—17 (1959)

2. 放射性同位素应用知识 中国科学院编 1959. P156

实验二 G—M计数管特性之一——死时间实验

一、实验目的：

a，测量计数装置的失效时间，并对用该计数装置测量的放射性之结果进行校正。

b，测量计数管的死时间和恢复时间。

二、仪器设备：

定标器一台，C_S^{137}源两个（强度不同），G—M计数管及支架两套，停表一只，脉冲示波器一台，铅屏蔽室

三、测量原理：

利用气体放电计数管测量放射性强度时，由于计数管的死时间和记录设备的失效时间（记录设备为电子学线路，它有一定的灵敏度和恢复时间所造成的），因而引起了计数损失，我们从计数器观测到的计数为m和实际进入计数管有效体积的粒子数n有一差值n—m，为了确切测量，必须对此损失进行校正，通常计录设备的失效时间远小于计数管的死时间τ，故一般只考虑后者。

计数管的死时间是由于在计数管放电后，电子被收集极收集了，而因为正离子的运动速度远小于电子速度（约为10^3倍），此时只剩下正离子群，它们环绕在收集极的附近，形成一个"正离子鞘"，减弱了计数管极间电场，这样，[illegible]再进入计数管有效体积内的粒子，就会不被记录（此时刻为死时间的起点），正离子鞘在电场作用下向阴极漂移到距阳极某个[illegible]的地方，计数管开始又重新计数了（对应的计数管电压为其阈电压）。（此刻为死时间的结束点），（这一段由放电开始到重新记录粒子的时间即称为计数管的死时间；（τ），

$$\because n = m + m\tau \cdot n \quad (n, m\text{均为计数率})$$

$$\therefore n = \frac{m}{1 - m\tau} \qquad (1)$$

当我们已知计数管的死时间τ后，测得的计数率为m则可利用上式

求出接Ⅱ的計數率n。

1. 以雙源法測記數裝置的"失效时間。"

該方法是基于在大量記數中寻求微小的差别，所以測量必須在較长时間内进行。（$t_1=t_2=20$分，$t_{12}=30$分，$t_b=10$分）

設：放射源Ⅰ，Ⅱ的真正計數率相应为n_1，n_2，实际測得計數率为m_1，m_2。两源同时測的真正計數率为n_{12}，实际測的計數率为m_{12}。本底真正計數率为n_b，实際測得为m_b。（各个計數率n_i，m_i中均包括本底）

由(1)式知道：

$$
\left.\begin{aligned}
n_b &= \frac{m_b}{1-m_b\tau}\\
n_1 &= \frac{m_1}{1-m_1\tau}\\
n_2 &= \frac{m_2}{1-m_2\tau}\\
n_{12} &= \frac{m_{12}}{1-m_{12}\tau}
\end{aligned}\right\} \qquad (2)
$$

$$\because \quad n_1+n_2=n_{12}+n_b \qquad (3)$$

把(2)式代入(3)式并以$(1+m_1\tau)$，$(1+m_2\tau)$，$(1+m_{12}\tau)$，$(1+m_b\tau)$分别乘其分子分母

则：
$$\frac{m_1(1+m_1\tau)}{1-(m_1\tau)^2}+\frac{m_2(1+m_2\tau)}{1-(m_2\tau)^2}=\frac{m_{12}(1+m_{12}\tau)}{1-(m_{12}\tau)^2}+\frac{m_b(1+m_b\tau)}{1-(m_b\tau)^2}$$

$\because (m_i\tau)^2$很小，可以忽略不計。

$$\therefore m_1(1+m_1\tau)+m_2(1+m_2\tau)=m_{12}(1+m_{12}\tau)+m_b(1+m_b\tau)$$

$$\therefore \tau=\frac{m_1+m_2-m_{12}-m_b}{m_{12}^2+m_b^2-m_1^2-m_2^2} \qquad (4)$$

近似認为：$m_{12}\approx m_1+m_2-m_b$

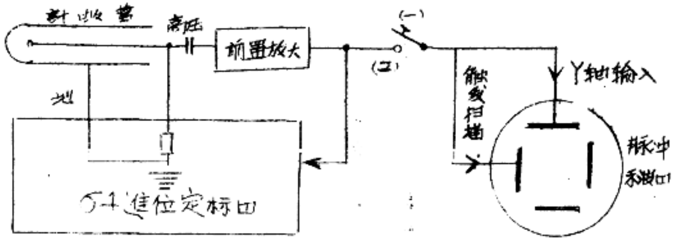
则 $m_{12}^2=m_1^2+m_2^2+2(m_1-m_b)(m_2-m_b)-m_b^2$ (5)

把(5)式代入(4)式之m_{12}^2，

则：$$\tau = \frac{x}{2(m_1 - m_b)(m_2 - m_b)} \qquad (6)$$

其中：$x = m_1 + m_2 - m_{12} - m_b$

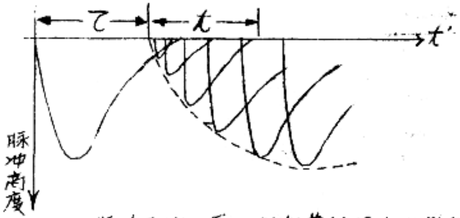
总实验装置图示



（2）用脉冲示波器观察计数管"死时间"

此步骤由指导教师作示范，经教师允许后学生才能按所提出要求来作。

利用脉冲示波器，我们可以直接观察计数管的死时间τ，如下图所示：



τ— 死时间

t— 恢复时间

脉冲示波器上计数管的脉冲波形图

我们利用脉冲示波器的"时标"可以读出计数管的死时间、恢复时间，调节计数管的高压（在坪区内变）可以观察计数管输出脉冲幅度随高压改变的情况。

四、数据处理：

（1）双源法：（步骤自己設計）

测试实验四十分钟、（使源Ⅰ、源Ⅱ强度在7000～9000/分内)

顺序 \ 项目	計数	t（分）	m_i	$n_i=\frac{m_i}{1-m_i\tau}$	$\sigma_{n_i}=\sqrt{\frac{m_i}{t}}\left(\frac{n_i}{m_i}\right)$
本試		10			
源Ⅰ		20			
源ⅠⅡ		30			
源Ⅱ		20			

$$\tau=\frac{x}{2(m_1-m_b)(m_2-m_b)}$$

$$x=m_1+m_2-m_{12}-m_b,$$

$$\sigma_\tau=\sigma_x\left(\frac{\tau}{x}\right)$$

$$\sigma_x^2=\sigma_{m1}^2+\sigma_{m2}^2+\sigma_{m12}^2+\sigma_{m_b}^2=\sum_i\sigma_{mi}^2 。$$

$$(i=1,2,12,b)$$

总结果为：$\tau\pm\sigma_\tau=?$

（2）用标准示波器观察的数据

$\tau=$ ________ （μs）

$\tau=$ ________ （μs）　　和双源法所求结果比较.

五、思考问题：

1. 把本实验用两种方法测的"死时间"进行比较。

2. 双源法中为什么要两个源的强度接近？死时间是否是不変的常数？它和計数率高低有无关係？为什么？

3. 实验中如何保證几何条件不变？为什么？

4. 要因死时间影响的实验誤差小于2%时，当m大于多少即要进行校正（应用实验中求得的死时间τ值）進行运算。）

六、附录：

要证明 $\sigma_\tau = \sigma_x\left(\frac{\tau}{x}\right)$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_{n_{11}}^2 + \sigma_{n_{12}}^2 + \sigma_{n_{02}}^2 \; \sigma_{n_{01}}^2}$$

证：已知，$\tau = \frac{x}{2m_{01}m_{02}}$ m_{0i}—取样本底的计数率。

利用乘除公式：

$$\frac{n_a \pm \sqrt{n_a}}{n_b \pm \sqrt{n_b}} = \frac{n_a}{n_b} \pm \frac{n_a}{n_b}\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{n_a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{n_b}\right)^2}$$

$$(n_a + \sqrt{n_a})(n_b + \sqrt{n_b}) = n_a \cdot n_b \pm n_a \cdot n_b \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{n_a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{n_b}\right)^2}$$

则：$\sigma_\tau = \frac{x}{2m_{01}m_{02}} \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{x^2} + \frac{4(m_{01}m_{02}\cdot\sqrt{\frac{1}{m_{01}} + \frac{1}{m_{02}}})^2}{4m_{01}^2 \; m_{02}^2}}$

$$= \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{(2m_{01}m_{02})^2} + \frac{x^2\left(\frac{1}{m_{01}} + \frac{1}{m_{02}}\right)}{4(m_{01}m_{02})^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{(2m_{01}m_{02})^2}}$$

$$= \sigma_x \frac{1}{2m_{01}m_{02}}$$

$$= \sigma_x\left(\frac{\tau}{x}\right)$$

再证：$\sigma_{n_i} = \sqrt{\frac{n}{t}}\left(\frac{n}{n}\right)$

$\because$ $n' = n - L$

t— 测量时间

$L = n'\tau n'$

n'—t时间内的计数

L—由于计数管死时间而t时间内平均损失的计数。

$\therefore$ 其平方平均偏差为：

$$\sigma_{n'}^2 = \sigma_n^2 + \sigma_L^2$$

$$=\bar{n}+\bar{b}$$
$$\simeq n'+b$$
$$=n'+b+b$$
$$=n'+2b$$
$$\doteq n'[1+\frac{2b}{n'}]$$
$$\doteq n'[1+2(\frac{b}{n'})+(\frac{b}{n'})^2]$$
$$=n'[1+\frac{b}{n'}]^2$$

$$\therefore \sigma_{n'}=\sqrt{n'}(1+\frac{b}{n'})=\sqrt{n'}(\frac{n}{n'}).$$

$$\sigma_{n'}=\sqrt{\frac{n'}{t}}(\frac{n}{n'})$$ n'—計數率。

因子$(\frac{n}{n'})$有什么物理意义？

参考书：

Experimental Nucleonics

实验三、气体放电计数管的特性

（计数率——电压特性）

一、目的：

了解G—M计数管的计数率——电压特性，画出坪曲线并由此坪曲线确定计数管的工作电压。

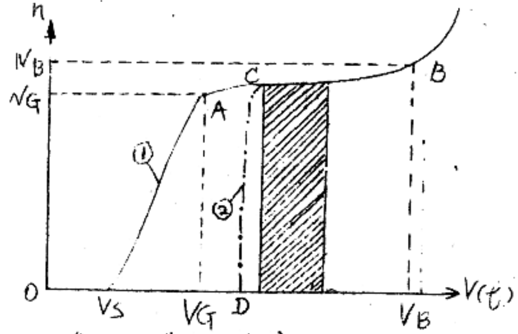
二、仪器设备：

64进位定标器一台，MC—9计数管一只，管架一套。

铅砖屏蔽，Cs^{137} γ放射源两个（强度不同），停表一只。

三、原理：

盖格——缪勒计数管的工作是以它的阈电压，"坪"的长度和斜率，它对入射粒子的效率、脉冲特性，最高计数率，温度系数及有效寿命来描述的，本实验只研究计数管的阈压V_S，"坪"宽和"坪"斜三个性质，它们是判断计数管的最根本的指标，知道了它们才能正确地选择工作电压。图一绘出了一个典型的"坪"曲线。



图一　典型坪曲线

从图一可以看出，计数是在一确定的阈电压V_S开始的，然后升至V_G值时（G—M区　压）此后随电压增加，在一段范围内几乎计数保持不变（范围之大小和计数管和所用记录设备灵敏度有关（图中

的AB段）在更高的电压下计数开始急剧上升，（叫连续放电），此时会很快达到使管子破坏的状况，我们选择工作电压在"坪"区内的某个值，一般选在：

$$V = V_G + \frac{V_B - V_G}{3} \text{到} V_G + \frac{V_B - V_G}{2}$$

$$= \frac{V_B + 2V_G}{3} \text{到} \frac{V_B + V_G}{2}$$ 图一的阴影部分.

以防止由于电压变化到V_G以下或电压进入连续放电范围，电压过高对管子不利，计数管都有"坪斜"这主要是因为猝熄不完善及有效体积随电压增高有所变化引起的坪斜的表示如下：

$$\frac{N_B - N_G}{N_G} 100\% / (V_B - V_G)$$

N_B、N_G为对应电压V_B、V_G之计数率.

一般的好管子坪斜率小于：0.03%/1伏．普通的为0.1%/1伏，即认为管子是正常的。

当计数管衰老后引起阈电压的增高，连续放电电压降低，坪长缩短，坪斜率增加．

最后要指出，计数管的计数率——电压特性不是绝对的，它和所选用的记录设备有关，和前置放大器的甄别阈有关，放大倍数有关，脉冲形成等部分的甄别有关。图中的DCB曲线为灵敏度低的记录设备得出的，（我们的记录设备是不太灵敏的，）VSAB曲线为灵敏度高记录设备得出的。