全国高等学校
已完成的重要科学研究題目彙編

第一集

中华人民共和国高等教育部

說　明

解放后头几年，全国高等学校教师重点进行了教学改革工作並参加了各种社会改革运动，虽然对科学研究工作注意得較迟，但仍有不少教师坚持了科学研究工作，並作出了很好的成績。

根据全国 115 所高等学校塡报的自解放后至 1955 年年底止(有个别学校是到目前为止)的“已完成的重要科学研究題目卡片”，几年来全国高等学校共完成了 2,012 个具有一定科学水平和实际意义的科学研究題目。在 2,012 个已完成的重要科学研究題目中，綜合大学佔 592 題，工業院校佔 253 題，农林院校佔 315 題，医藥院校佔 460 題，师范院校佔 288 題，政法財經学院佔 28 題，其他院校佔 76 題。在本彙編中共列 1,978 題，其中理科 448 題，工科 210 題，农林 295 題，医藥 457 題，文史哲 341 題，政法財經 76 題，教育 32 題，艺术 15 題，补录 104題。在这些已完成的科学研究題目中，有不少成果对学术上或国家經济建設上和提高教学質量上有了較大的貢献。这是科学家們积年累月辛勤劳动的結果，是值得重視的。

应該說明，除了在本彙編中所列入的已完成的“重要”科学研究題目以外，各院校已完成的科学研究題目一定还有很多。由於各校在塡报已完成的重要科学研究題目时，对标准掌握不一致，有的院校多塡些，有的院校少塡些，甚至自認为沒有重要的而沒有塡报。所以本彙編中所列已完成的重要研究題目是很不完全的，其中有些題目也可能是不重要的。

其次，列入本彙編的題目及說明，都是依照各校所塡报的材料整理的，对各題目的說明和評价多是研究者本人的意見(有少数是各院校教研組的意見)。正确的評价，有待於大家的审查並从实踐中获得証明。

本彙編的出版是为了向全国各科学研究部門、各生产企業部門，及全国高等学校交流各高等学校教师的科学研究工作成績。因此，希望对本彙編中所列各項研究成果，多多提出审查意見，並对其中有益的研究成果多多加以利用，以推进我国国民經济及科学文化的进一步的發展。

本彙編的編排工作，由於时間倉促和缺乏經驗，無論在編目分类、題目排列和內容文字等方面，錯誤一定是很多的，希望給予批評和指正。

本彙編是內部資料，希妥为保存。

高等教育部科学研究司　1956,7,15.

目　次

数学·天文学

数学分析

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
1	漸近积分与奇異积分及其应用的研究	徐利治副教授		东北人民大学

研究內容:1.帶参数函数积分的漸近性研究。2.多重积分的漸近性研究。3.广义囿变函数的奇異积分表現問題。4.一类广义积分变换的反演問題。5.連續函数重积分近似計算的新方法。

研究結果:1.發展了 Laplace 的方法;决定了多重积分与参数积分的漸近性質与公式。2.改进了 Wintner-Hartmann 的一些結果。3.提供了重积分近似計算的一种新方法;解决了园域上积分近似計算的問題。4.扩充了Post-Widder, Натансон, Wilkins……若干人的成果;获得若干普遍定理。5.建立了广义囿变函数的奇異积分表現定理,並作了应用。

本研究包括論文十六篇,大半發表在美国的 Amer. Jour. Math., Duke Math. Jour.,英国的 Quart. Jour. Math.(Oxford),印度的 Bull. Calcutta Math. Scc.,中国数学学报、东北人大学报等。

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
2	关於二級斯梯节积分的一些性質	郭大鈞助教	55.3	四川大学

对二級有界变差函数和二級斯梯节积分的一些其他性質作进一步研究。其中得出了二級有界变差函数的一个充要条件,二級斯梯节积分的中值定理以及关於在积分号下取極限等。

發表於四川大学学报(自然科学版)55 年 1 期。

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
3	多重拉普拉斯运算的扩充	陈永和助教	55.3	北京大学

目的在引进广义的多重拉普拉斯运算。广义的一重及二重拉普拉斯运算已分別由 Blaschke 及程民德引出了,这里是引出了一般的广义多重拉普拉斯运算。

即將在数学学报發表。

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
4	多重三角級数的唯一性	程民德教授等	55.8	北京大学

目的为了改进多重三角級数唯一性方面的結果。本研究利用了广义的多重 Laplace 运算,改进了以前程民德在多重三角級数唯一性方面研究所得的結果。

在北大学报 1956 年第 1 期發表。

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
5	实用調和和分析新法	赵訪熊教授	55.6	清华大学

实用調和分析旧法求出的不是福氏系数,本題研究改进方法使可求出福氏系数的近似值。

結果:建立了新的近似概念,使用新法求出的福氏系数近似值比旧法好得多,而且計算工作并未有多大增加,所用样板也比較簡單些。在研究振动問題时,是有实际用处的。

本文已於 1955 年 6 月交数学学报。

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
6	斯提傑积分的一个推广与其在广义調和函数上的应用。	閔嗣鶴教授	51.1	北京大学

目的:改进 Bochner 的一个定理。

內容:設 $F(x)$ 是到处可微分的函数。这篇文章中用一种比 Bochner 更为合理的方法,定义了"二阶"以上的 Stieljes积分,証作 $l.i.m.\int_{-\infty}^{\infty}F(x)d^2f(x)$。这样就可以省去 Bochner 在广义調和分析中的一个基本性定理中的一个强的条件而仍然得到同样的結果。

結果:設 $f(x)/(1+x^2)\ \varepsilon L(-\infty,\infty)$ 而 $G(y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e(-yt)-L_1(y,t)}{(-it)^2}f(t)dt$,其中 $e(t)=e^{it}$ 而 $L_1(y_1t)=\begin{cases}1-ity, & |t|\leqslant 1,\\ 0 & |t|>1\end{cases}$ 则对於几乎所有的 x 都有 $f(x)=l.i.m\int_{-\infty}^{\infty}e(xy)d^2G(y)$。这定理在广义調和分析中的意义与富氏分析中的 *Fejer* 定理相当。

已發表在 Science Record, Vol.4, №2(1951)。

編号	研究題目	研究人	完成日期	学校
7	关於独立机变数之和的漸近展式	鄭曾同教授	55	中山大学

求得关於独立机变数之和(比过去所得結果)更为优良的漸近展式。

發表在数学学报 55 年，五卷一期。

微分方程

8 关於具有漸近周期系数二个一阶綫性方程組解的稳定性的判定定理　張学銘教授　56.2　山东大学

对具有漸近周期系数二个一阶綫性方程組

$$\frac{dx_1}{dt}=P_{11}x_1+P_{12}x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt}=P_{21}x+P_{22}x_2$$

解的稳定性，根据 $Pij(t)$ 的一些条件就可以判定。

研究結果曾提到本校第二次科学討論会。

9 关於二个一阶方程組解的有界性問題　張学銘教授　56.2　山东大学

对方程 $\frac{dx_1}{dt}=P_{11}x_1+P_{12}x_2$ $\frac{dx_2}{dt}=P_{21}x_1+P_{22}x_2$ 解的有界性，利用 Pij 的条件来加以判定。

提到本校第二次科学討論会。

10 关於二阶微分方程解的有界性及漸近性　張学銘教授　56.2　山东大学

目的是对二阶微分方程解的有界性及漸近性做一个系統地綜合，做为教学的資料和科学研究的参考資料。

对方程 $\frac{d^2x}{dt^2}+P(t)x=0$ 解的有界性和漸近性，許多数学家在此方面的結果加以整理綜合。

提供本校第二次科学討論会。

11 卜亞松方程式定解問題的稳定性　欧陽亮助教　山东大学

对卜亞松方程式定解問題的稳定性加以研究，其中証明了 Hadauard 对拉卜拉司方程的哥西問題举出的例不足以說明問題。

提供本校(56年)第二次科学討論会。

12 双曲型方程混合問題的稳定性　欧陽亮助教　56.2　山东大学

1.得出一个新的不等式。2.作出了双曲型方程混合問題講义解的定义。3.求[illegible]双曲型方程式解的漸近表达式。

提供本校第二次科学討論会。

13 波动方程的稳定性　欧陽亮助教　56.2　山东大学

1.減弱了 Соболев 定理条件。2.得出了一个主要不等式。3.重新推出了 Соболев 的定理，且証明了齐次方程哥西問題的稳定性。

提供本校第二次科学討論会。

14 关於重要叠核示的函数的伊尔伯特-斯密特定理　欧陽亮助教　56.2　山东大学

关於伊尔伯特-斯密特定理的研究。

提供本校第二次科学討論会。

15 关於綫性方程組解的稳定性的研究　尤秉礼助教　56.2　山东大学

对具有变系数的綫性系統 $\frac{dX}{dt}=(A+\Phi(t))X$ 的解的稳定性，用类似於傑米多維奇的方法做了重新的估計，对比卡吾里洛夫更广泛的一次綫性系統得到了相同的結果。

提供本校第二次科学討論会。

16 論近乎綫性微分方程系　　林振声講师　　55.12　　厦門大学

目的是对 A.M. Ляпунов "第一近似对稳定性的研究"要得到統一的处理。

其內容有：1.特征指数。2.不稳定性的探討。3.积分曲綫分佈。4.漸近等价。5.漸近公式。主要結果，对 (A): $\frac{d\vec{x}}{dt}=A(t)\vec{x}$，和 (B): $\frac{d\vec{x}}{dt}=A(t)\vec{x}+\vec{f}(\vec{x},t)$。在某种条件下，$(A)$，$(B)$解的性質是一致的。改良了苏联数学工作者 Д. М. Гробман 和 И. Г. Малкин 的工作和簡化了 И.Г. Петровский 結果的証明。同时也得到了对 A.M. Ляпунов 的"第一近似对稳定性的研究"的統一处理，也就是利用 Voltewa 积分方程均可处理这方面的問題。

發表在厦大学报。

17 求偏微分方程解的一种逐次近似方法　　張国藩教授　　56.4　　天津大学

在物理和工程問題中常碰到偏微分方程而不得其解，本研究工作的目的在求出一比較能通用的解偏微分方程的方法。

根据研究者本人过去对解常微分方程所提出的解法，加以适当的修改，看是否能用於偏微分方程。因偏微分方程与常微分方程在本質上的差異，其解常比常微分方程的解要复杂得多。經过反复研討，始求得了修改原来方法的办法。这种方法对一般偏微分方程都可应用。

求微分方程的解是数学家、物理学家和工程师所經常关切的問題，因为他們的理論研究重要工具之一就是微分方程。能掌握这个工具就可解决不少的理論問題。本研究結果为理論家和工程师們在这一方面提出了簡而易行的新方法。

18 混合型偏微分方程的唯一性問題　　董光昌講师　　55.6　　浙江大学

目的：發展我国数学上尙薄弱而与实际联系又比較密切，微分方程分支。

結果：对混合型偏微分方程唯一性得到三个結果，改进了 Protter，吳新謀与丁夏畦 Morowety的結果。

即將發表。

函 数 論

19 局部从屬原理和 Bloch 常数　　張鳴鏞講师　　56.2　　厦門大学

凸像象形照相的 Bloch 常数的确定数值的求得和極值照相的惟一性的証明。在后者的研究过程当中建立了局部从屬原理。从而使局部从屬原理把現有的几何函数論中主要的極值方法在微分几何的观点下統一了起来，因而具有广泛的应用的可能性。已發表有 2 篇論文分載於科学記录 5 (1952)，数学进展 1(1955)。

20 Finsler 空間的子空間的平均曲率　　張鳴鏞講师　　50　　厦門大学

把关於普通空間中曲面的平均曲率的 Calonghi 定理推广到一般的具有歐氏联絡的 Finsle 空間的子空間上去，結果得到平均曲率的一个广泛定义。

做为一个例子，証明了平均曲率也跟可以微分的鱗集(manifold)上其他的尺度性結構一样，是局部歐氏的。

已發表論文 2 篇，分載於科学記录 3 (1950)，意大利 Annali di matematica pura ed applicata iv .31 (1950)。

21 多重調和形式的边界值問題　　張鳴鏞講师　　56.2　　厦門大学

內容：1.多重解析函数的定义和复数的解析函数的关系。由此得到双重調和函数在圓上的 Poisson 积分公式。2.解决高度空間中一般区域上的多重調和函数的 Dirichlet 問題。3.有限 Riemann 鱗集 (manifold) 上多重調和的微分形式的 Dirichlet 問題的解决。4.次多重調和函数和多重勢位的理論建立。5.利用 4 得到多重 Green 运算的存在定理，推广 Myrberg 关於有界單值非常数調和函数的存在区域条件的定理。

已發表論文 5 篇，分載科学記录 4 (1951)；厦大学报 53.(3)、54.(4)、55.(3)。

22 Banach 公式和有界变差函数　　厉則治講师　　56.2　　厦門大学

在各种不同情况下建立 Banach 公式分别用来研究絕对連續函数，有界变差函数以及它們的复合函数。

本文研究結果：1.建立了一个适用於研究絕对連續函数的 Banach 公式，全部解决了复合函数是絕对連續的古典問題。2.建立一个适用於研究有界变差函数的 Banach 不等式，求得了一个函数是有界变差的"充要

条件”。3.建立了最一般条件的 Banach 公式，得到了复合函数是有界变差的許多有效判别法。

將在厦大学报發表。

23 論一类古典的 Bohr 概週期函数　　厉則治講师　　56.2　　厦門大学

先求得具有有界幅氏系数的概週期函数是一个解析函数的性質，然后利用此种函数来逼近一般的概週期函数来探求一般概週期函数幅氏級数的收斂性。

研究結果証明：1.具有有界幅氏級数的概週期函数是解析函数，它的幅氏級数一定有子数列均匀收斂於此函数。2.一般的概週期函数若滿足，Lipschitz 条件示有子数列均匀收斂於此函数。

1 及 2 的特殊情况已在厦大学报 55 年 3 号發表。

2 的一般情况將寄数学学报發表。

24 关於整函数的零点分布　　李文清副教授　　55　　厦門大学

內容有三个部分：1.多項式 $a_0+a_1z+\cdots\cdots+a_nz^n$ 当 $|a_1|$, $|a_2|\cdots\cdots|a_{n-1}|$ 小於 $|a_0|$ 及 $|a_n|$ 时，多項式的零点密集在單位圓上。2.指数函数和 $F(z)=A_0(z)+A_1(z)e^{a_1z}+\cdots A_n(z)e^{a_nz}$; $a_n>a_{n-1}, a_n>a_{n-a}, \cdots\cdots a_n>a_1, a_1\cdots\cdots a_{n-1}>0$; $A_0(A), \cdots\cdots A_n(z)$ 是多項式則其根密集在 y 軸附近的扇形域上。3.有限阶的指函数 $F(z)=A_0(z)+A_1(z)e^{a_1z}+\cdots\cdots+A_n(z)e^{a_nz^n}$ 的零点密集在 n 个对称的扇形域上。本研究解决了一些稳定性的条件。

論文“多項式的根的分佈問題”發表在中国科学 1951,2；“指数函数和的零点分布”發表在厦大学报 1955,6；“一类整函数”發表在厦大学报，1956,3。

25 單叶函数的系数和开始多項式　　林鵬程助教　　56.3　　厦門大学

內容：單叶函数，二、三、四次对称單叶函数开始几項系数的估計和二、三次对称函数开始多項式單叶半徑的估計。

其中一篇論文已發表在厦大学报 5 期(55年)。

26 用广义多項式逼近函数　　余家荣副教授　　56.4　　武汉大学

目的：研究用 $P(x)=a_0+a_1x^{V_1}+\cdots\cdots+a_nx^{V_n}$ 型的多項式(其中 $V_1, \cdots\cdots V_n$ 为复数)逼近在正实軸上連續的复数值函数。

內容：推广C. Бернштойн, Mandelbrojt 与 Agmon 关於冪次非复数的多項式的結果。主要应用 Mandelbrojt 与 Agmon 的方法，在証明中用到关於漸近 Dirichlet 級数的一个基本不等式，还用到关於复指数 Dirichlet 級数的余和的一个定理(Agmon 定理的推广)，以及泛函分析中的若干結果。

結果：設$\{V_n$ 是一在牛帶形 $|t|<\alpha, \sigma>0$ 中的复数序列，其模数分析得不“太密”。設 $F(x)$ 是一正函数，$\log F(x)$ 是 $\log(x)$ 的凸函数$(x>0)$，並且 $F(x)$ 增大得相当迅速。在这种情况下，如果 $f(\infty)$ 是一个在$(0,\infty)$上的連續复数値函数，而且 $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)/F(x)]=0$，那么对於徑一 $\varepsilon>0$，可以找到一个[illegible]的多項式，使得在 $x\geqslant 0$ 时，$|f(x)-p(x)|<\varepsilon F(x)$。

27 函数構造論的論文集　　李国平教授　　武汉大学

28 关於多重积分的横截条件　　胡坤陞教授　　55.11　　四川大学

目的：为編写变分法补充教程講义并对波尔査問題的某些部分作进一步的研究。

結果：对於由参数形狀表出的n重积分$(n\geqslant 2)$来給出重积分。$J=\iint F(x,y,z\ A,B,C)\,du\,dv$. $\left(A=\frac{\partial(y,z)}{\partial(u,v)},\ B=\frac{\partial(y,z)}{\partial(u,v)},\ C=\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right)$ 的極值面的横截条件和严格証明，並附帶指出 Bolza 条件中含有一个多余的因子，最后再給出对於通常形狀表出的重积分横截条件。

29 Буняковский 不等式之推广及其对积分方程与希耳伯特空間之应用　　張世勛教授　　四川大学

內容与結果：1.命 $\{x_h\}$ 及 $\{\beta_h\}$ $(h=1,2,\cdots\cdots n)$ 表一任意希尔伯特空間 Hilbert space 中任意二組之元。$(\alpha_i\beta_j)$ 表 α_i 及 β_j 二元之內乘积 inner product，命 $\det\limits_{i,j=1}^{n} U_{ij}$ 表第 i 列第 j 行之元为 U_{ij} 之 n 級行列式，則

$$\left|\det_{i,j=1}^{n}(\alpha_i,\ \beta_j)\right|^2\leqslant\det_{i,j=1}^{n}(\alpha_i\alpha_j)\cdot\det_{i,j=1}^{n}(\beta_i\beta_j)$$

2.命 K 表作用於任意希尔伯特空間 S_2 上之一有界正变换，$\{\alpha_i\}$ 及 $\{\beta_i\}$ $(i=1,2\cdots\cdots n)$，表 S_2 中任意二組之元，則：

$$\left|\det_{i,j=1}^{n}(K\alpha_i,\beta_j)\right|^2\leqslant\det_{i,j=1}^{n}(K\alpha_i,\alpha_j)\cdot\det_{i,j=1}^{n}(K\beta_i\beta_j)$$

3.对於任意之 L^2 核 $K(x,y)$ 存在着兩个正定的艾米特核 Hermition Kernel $A(x,y)$ 及 $B(x,y)$ 合 $\left|\det_{i,j=1}^{n}K(x_i,y_j)\right|^2\leqslant\det_{i,j=1}^{n}A(x_ix_j),\ \det_{i,j=1}^{n}(y_i,y_j)$。

4.命 $A(x,y)$ 及 $B(x,y)$ 表任意二 L^2 核 $\{\lambda_h[A]\}$、$\{\lambda_h[B]\}$、$\{\lambda_h[A,B]\}$ $(h=1,2,\cdots\cdots)$ 分别表 $A(x,y)$、$B(x,y)$ 及 $AB[x,y]=\int_a^b A(x,s)B(s,y)ds$ 之全系奇値，各依由小而大之次序排列，则对於任意正实数 S 有

$$\sum_{h_1<h_2<\cdots\cdots<h_n}\frac{1}{\prod_{K=1}^{n}\lambda^s_{h_k}[AB]}\leqslant\left(\sum_{h_1<h_2<\cdots\cdots h_n}\frac{1}{\prod_{K=1}^{n}\lambda^s_{h_k}[B]}\right)\prod_{h=1}^{n}\frac{1}{\lambda^s_h[A]}.$$

已送交数学学报。

30 髂子堡公式之推广及 Буняковский 公式之再推广 張世勛教授 四川大学

內容与結果：命 $\alpha_{s_1s_2\cdots\cdots s_m}$ 及 $\beta_{s_1s_2\cdots\cdots s_m}$ 表一任意希尔伯特空間中之元，(x,y) 表此希尔伯特空間中任意二元 x 及 y 之內乘积 $\det_{i,j=1}^{n}Aij$ 表第 i 列第 j 行之元为 a_{ij} 之 n 級行列式，

$$\det_{s_1,t_1=1}^{n}\ \det_{s_2,t_2=1}^{n_2}a_{s_1s_2\,t_1t_2}=\det_{s_1,t_1=1}^{n}\left(\det_{s_2,t_2=1}^{n_2}A_{s_1s_2\,t_1t_2}\right)\text{余类推。}$$

$$dV^x_{(n)}=dx_1,dx_2\cdots\cdots dx_n,dV_x(n_1n_2\cdots\cdots n_m)=\prod_{s_1=1}^{n_1}\prod_{s_2=1}^{n_2}\cdots\cdots\prod_{sm=1}^{n_m}dx_{s_1s_2\cdots\cdots s_m}\text{ 則}$$

(1) $$\det_{s_1t_1=1}^{n_1}\ \det_{s_2t_2=1}^{n_2}\cdots\cdots\det_{s_mt_m=1}^{n_m}(\alpha_{s_1s_2\cdots\cdots s_m},\alpha_{t_1t_2\cdots\cdots t_m})\geqslant0\text{。}$$

(2) $$\left|\det_{s_1,t_1=1}^{n_1}\ \det_{s_2,t_2=1}^{n_2}\cdots\cdots\det_{s_m,t_m=1}^{n_m}(\alpha_{s_1s_2\cdots\cdots s_{m_1}},\ \beta_{t_1t_2\cdots\cdots t_m})\right|^2\leqslant\det_{s_1t_1=1}^{n_1}\ \det_{s_2t_2=1}^{n_2}\cdots\cdots\det_{s_mt_m=1}^{n_m}(\alpha_{s_1s_2\cdots\cdots s_m},\ \alpha_{t_1t_2\cdots\cdots t_m})\cdot\det_{s_1,t_1=1}^{n_1}\ \det_{s_2,t_2=1}^{n_2}\cdots\cdots\det_{s_mt_m=1}^{n_m}(\beta_{s_1s_2\cdots\cdots s_m},\ \beta_{t_1t_2\cdots\cdots t_m})$$

已送数学学报。

31 辜海二氏定理之再推广及其应用 張世勛教授 四川大学

定理 A：命 S_2 表一完备的希尔伯特空間，$\{A_h\}$ $(h=1,2\cdots\cdots)$ 表一序列的作用。於 S_2 上之有限双重模綫性变换，合 $A_iA_j=A_jA_i=0$ $(i\neq j,\ i,j=1,2,3\cdots\cdots)$。

設存在有作用於 S_2 上之一綫性变换 T 合：

$$\lim_{n\to\infty}\left|\left|\left|T-\sum_{h=1}^{n}A_h\right|\right|\right|=0,\ \text{則}\ \delta^*_T(\lambda)=\prod_{h=1}^{\infty}\delta^*_{A_h}(\lambda)$$

这里 $\delta^*_T(\lambda)$ 及 $\delta^*_{A_h}(\lambda)$ 分别表变换T及 A_h 之 Carleman-Fredholm 行列式。

定理 B：命 S_2 表一完备的希尔伯特空間，T表 S_2 上双重模有限，但不为零之一眞規变换，故合 $TT^*=T^*T$，$0<|||T|||<\infty$，則 S_2 上存在有一序列相直交且双重模有限之各綫性变换 $\{T_h\}$ $(h=1,2\cdots\cdots)$ 合 $\delta^*_T(\lambda)=\prod_{h=1}^{\infty}\delta^*_{T_k}(\lambda)$ 等五定理。拟在四川大学学报發表。

32 綫性积分方程之特値及奇値間之一关系及其推論　張世勛教授　四川大学

命 $k(x,y)$ 表一 L^2 核，命 $\{\mu_h\}$ 及 $\{\lambda_h\}$ $(h=1,2,\cdots\cdots)$ 分别表 $k(x,y)$ 元全系特征値及全系奇値，各依絕对値由小而大之次序排列，故合 $|\mu_1|\leqslant|\mu_2|\leqslant|\mu_3|\leqslant\cdots\cdots$；$\lambda_1\leqslant\lambda_2\leqslant\lambda_3\leqslant\cdots\cdots$；作者証明 $\lambda_1\leqslant|\mu_1|$ 及其直接結果 $\lambda_1\lambda_2\cdots\cdots\lambda_n\leqslant|\mu_1\mu_2\cdots\cdots\mu_n|$ $(n=1,2,\cdots\cdots)$。

發表在 53 年数学学报。

33 具正規核的积分方程　張世勛教授　四川大学

在本文中作者討論了具有正規核(normal kernel)之积分方程之性質及解法，以及关於此种核之特値及奇値的性質及特値与奇値間的关系，作者自討論一种代数核为出發点推出一切正規核及其重复核等之开展及具正規核之积分方程之解都可以用此种代数核之各特征函数表之，应用此等結果作者得到一些定理的新的証明。

發表在数学学报 54 年 4 卷 1 期。

34 圓內無限級半純函数的 Borel 点　蒲保明教授　56.3　四川大学

本文証明了下列二定理：

若(1) $f_{(z)}$ 为單位圓內熊氏無限級数 $\rho\left(\frac{1}{1-r}\right)$ 半純函数。

(2) $H(\sigma、\theta)$ 为由一切复数及滿足下条件單位圓內半純函数 $\varphi(z)$ 所組成之集合：

$$T(r,\varphi)<U\delta\left(\frac{1}{1-r}\right),\quad \begin{matrix} r_0(\varphi)<r<1 \\ 0<\delta<1 \end{matrix}$$

定理一、(1) $k(Q_0\varphi)=k(Q_0)$　$\varphi_\epsilon H(\sigma,\theta)$，例外 φ 最多不过二个，而 $k(Q_0)=\sup\limits_{\varphi\epsilon H(\sigma,\theta)}\cdot k(Q_0\varphi)$

(2)如 φ 又一例外元，則 $k(Q_0,\varphi)<k(Q_0)$。

定理二、(1)在單位圓上有一点 $B=e^{i\beta}$ 使 $k(\beta,\varphi)=k(\beta)=1$，$\varphi_\epsilon H(\sigma,\theta)$ 例外之 φ 最多不过二。

(2)如 φ 为一例外元，則 $k(\beta,\varphi)<k(\beta)=1$。

拟在四川大学学报發表。

35 囿变数列的性質　張　燮教授　55.12　云南大学

研究目的：將囿变函数的性質推广到数列上。

研究內容：囿变数列的定义与各种性質以及其推广。

發表在云大学报 56 年第一期。

36 关於区域的映照半徑　陈建功教授　夏道行講师　复旦大学

目的在解决戈魯辛教授留下的問題。研究时，用变分法及極值長度法研究区域映照半徑的乘积。研究結果，推进了戈魯辛教授的結果，得到一極值区域的主要条件。

發表於数学学报 3 卷(1953)1—7，5 卷(1955)。第一篇經苏联及德国評論性杂誌介紹过。

37 星形区域的一个掩蔽定理　陈建功教授　夏道行講师　复旦大学

本題用对称原理研究星形函数的掩蔽性質。經研究后，得到了精确的掩蔽性質。

發表於复旦学报(1956 年)。

38 复旦大学函数論教研組一年来在函数論方面的成就。　陈建功教授　56　复旦大学

本文总結了函数論教研組 1955 年度的工作。

刊在复旦学报 1956 年第一期。

39 伊格哈拉定理与絕对总和性 C　陈建功教授　复旦大学

本文証明有發散級数 ΣC_n 存在。它可用一正数阶 α 的絕对蔡查罗平均法 $|C,\alpha|$ 求它的和。

包括了 Wintner 的工作，並且解釋了正 α 阶的絕对蔡查罗平均法的性質。

已發表於数学学报 3 卷 1 期(1953 年)。

40 單叶函数的某些問題　刘書琴教授等　西北大学

內容有：1.單叶函数族的某些子族的系数的一般估計。2.特殊系数的估計。3.对称單叶函数特殊系数

的估計。4.單叶函数开始多項式的單叶半徑，主要方法是“面积原理”及普拉維茨定理。

研研結果，得出：1.若 $f(z)=z(1+b_1z+b_2z^2)^{-1}$ 則 $|a_n|\leqslant n$。若 $f(z)=z(1+c_1z+\cdots\cdots+c_mz^m)^{-\frac{1}{r}}$ $(m\leqslant 2p)$ 則 $|a_n|\leqslant n_1$——$f(z)$ 在 $|z|<1$ 內正則單叶。2.系数 $a_5, a_3\cdots\cdots a_n$ 的估計。3.單叶奇函数，$a_7^{(2)}, a_9^{(2)}\cdots\cdots\cdots$，$a_{19}^{(2)}$ 的估計。4.开始多項式的單叶半徑 $\left(1-\frac{4\log n}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$ $b=1, 2, \cdots\cdots n>Man([A], z)$，等。

1955 年 12 月在該校科学討論会上發表和討論。

41 直接函数級数的和　　陈建功教授　　复旦大学

本文总結了陈建功教授 1954 年以前关於直交級数方面的許多工作。

已投寄中国科学院数学研究所專刊(甲种)，並已譯成外文將發表。

42 單位圓中單叶函数之系数　　陈建功教授　　复旦大学

总結 1950 年前單叶函数論方面的結果。

刊載中国科学 1 卷 1 期。

43 級数的絕对总和性 A　　陈建功教授　　复旦大学

1.設 h 是質数 p 的乘冪时 $\lambda(h)=\log p$，否則为 0，那末函数

$$f(z)=\sum_{1}^{\infty}\frac{\lambda(n)^{-1}}{n}x^n$$

在 $0<x<1$ 为有变差，而級数 $\Sigma(\lambda(n)^{-1})/n$ 收斂於欧斐常数。

2.設 $\sum\limits_{0}^{\infty} C_nx^n$ 表示 $0<x<1$ 上的有界变差函数，$C_n=0(1), C_1+\cdots\cdots+C_n=0(1)$ 时

$$\sum_{0}^{\infty} C_n=\lim_{x\to 1-0}\sum_{n=0}^{\infty} C_nx^n$$

这样，得到了比著名的質数定理含蓄很多，很深刻的結果。並得到了一个有用处的很深刻的討套式定理。

已發表於数学学报第五卷，並在中国科学IV(1955) 211—228 以英文發表。

44 当若阿-富理埃級数的系数　　陈建功教授　　复旦大学

研究，說明了当若阿-富理埃級数系数的性質。

已發表於数学学报 4 卷 3 期(1954 年)，苏联“数学評論”曾經介紹过。

45 單叶函数論在中国　　陈建功教授　　复旦大学

总結了 1955 年前的中国單叶函数論的工作。

刊在数学进展 1 卷 4 期。

46 关於單叶函数的商式偏差　　陈建功教授　夏道行講师　　复旦大学

目的为改善苏联数学家戈魯辛的一个不等式。研究結果，改善了戈魯辛教授的一个不等式。

發表於科学記录，第 4 卷，1951，363—368。

47 关於凸形区域的掩蔽性質与 Bloch 常数　　陈建功教授　夏道行講师　　复旦大学

利用極值長度法研究 ρ 級照区域的 Szego 問題及 Bloch 函数的唯一性。結果，解決了厦門大学張鳴鏞未解決的問題——Bloch 函数的唯一性，推广了 Szego 的問題，並得到解决。

已由陈建功教授在复旦学报介紹过。

48 單叶函数的偏差定理与系数　　陈建功教授　夏道行講师　　复旦大学

本題用楼五納方法，研究商式偏差与系数。結果，得到关於系数的許多不等式，直到現在包括了別的数学家后来得到的不等式，拓广了苏联数学戈魯辛的結果。

發表於科学記录 1951 第四卷 351--362。

49 星形区域上的掩蔽問題 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

用極值長度法研究类似 Szego 問題的拓广。結果，在拓广的意义下解决了掩蔽問題。未發表。

50 多連区域上的典型实照函数 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

用 Привалов 引理建立多連区域上典型实照函数的理論。結果，拓广了戈魯辛的工作，确立了精确的單叶区域，估計了偏差及系数。

51 單叶函数論中的面积原理 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

本文把單叶函数論中的面积原理，充要条件，偏差定理，在理論上的联系找出並且得到更广泛的应用。

已有一篇在数学学报第三卷，1953，208—212 發表，經苏联数学評論杂誌介紹过。另一篇，正由陈建功教授审查，結果已由陈建功教授在复旦学报介紹。

52 关於單叶函数的系数 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

內容有單叶函数开始几項系数的估值，並找出所有的系数为二次虛代数整数的單叶函数。

方法是面积原理。

文中的一个結果在發表后的一年，为美国数学家 Bernarli, Dnke, M. J. 19(1952)再度發現。

發表於数学学报一卷一期，1951 年。

53 單叶函数的偏差定理 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

目的为改进苏联数学家戈魯辛的工作。

用楼五納的方法，研究商式偏差。其結果，改善了苏联数学家戈魯辛教授的一个不等式。

發表於科学記录第四卷(1951)209—212。曾經美国杂誌: Math. Review(1954 年)介紹过。

54 一族解析函数的模数 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

用变分法及極值長度法，研究比巴覇赫·列別傑夫米林函数族的模数。

解决了 1946 年戈魯辛所未能解决的問題。但該結果發表較迟。美国数学家 Jamkirs 也得到同样的結果。所用的方法不一样。

(1955 年發表於数学学报 5 卷 4 期)。

55 典型实照函数的一些估計 陈建功教授 徐小伯助教 55.6 复旦大学

內容：用凸包的方法求典型实函数的 $|f(x)|$ 及 $|f'(x)|$ 的下界。

結果得出，典型实照函数的模数的下界精确估計，及导数的模数的下界的精确估計。並使得关於典型实照函数的模数及偏差的估計得到完全的結果。

已寄数学学报审査。

56 区域的映照半徑与格林函数 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

內容：用極值長度法，研究区域中两个不相重叠区域映照半徑的乘积。

結果：当区域不限單速时，將問題完全解决。

發表於数学学报 6 卷 1 期(1956)。

57 典型实照函数 陈建功教授 張开明助教 56.3 复旦大学

研究內容有：1.單位圓 $|z|<1$ 內部的典型实照函数的虛部下界估計…… $|z|>1$ 中的某种典型实照函数的虛部的上下界，及其导函数的变化范圍。2.單位圓外 $|z|>1$ 中的某种数次的典型实照函数的模的估計，幅角估計及系数估計，及 $|z|<1$ 中某种数次典型实照函数的模的下界問題及幅角估計。3.关於奇函数的一些估計。

研究内容的第一项已在复旦学报 1956 年第 1 期發表。

58 应用正二次微分形式的理論於区域之映照半徑 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

用二次微分形式理論，研究任意区域中，不相重疊区域映照半徑之乘积。結果，得到極值区域的重要条件，啓示了新的研究途徑。

已寄数学学报，並已由陈建功教授在复旦学报介紹。

59 圓环上的單叶函数 陈建功教授 夏道行講师 复旦大学

目的：在攪清圓环上單叶函数的各种性質。

用極値長度法研究模数、掩蔽性質及偏差。結果，得到圓环上及多連区域上單函数的种种性質，都是新的。

已寄数学学报，並已由陈建功教授在复旦学报介紹过。

60 与一族單叶函数有关的平均直徑的下界問題 陈建功教授 欧陽광实習員 56 复旦大学

目的：尽可能得到此种平均直徑下界的确值，至少对 $n=$ 开始若干自然数的情况得到此种平均直徑的下界。这一問題与 Г. М. 戈魯辛的对上界的討論是一补充。

内容：研究 Σ 函数族中函数映照單位圓外部而得像区的境界的 n 級平均直徑的下界，並猜想極值函数是恒同映照。

利用 Lindeloff 的原理得到关於極值函数映照像区境界的一重要性質，根据此性質估計可能証明 $n=2$ 时以上的猜想成立。

結果：說明了 Σ 族函数映照之極值性質，即对像区境界平均直徑的下界得到結論，补充了前人关於上界的討論。

61 特殊星像函数族 陈建功教授等 吳卓人研究生 56.2 复旦大学

目的：要解决拉赫馬諾夫的关於凸象函数开始多項式的單叶半徑的問題，以及 ρ 級的星像函数的表达公式寻求。

内容：主要研究满足条件 $R\left(\frac{Zf'(Z)}{f(Z)}\right)\geqslant\rho$, $0\leqslant\rho<1$, $(|Z|<1)$ 的星像函数。

所用的方法是函数的斯帝尔皆积分表达公式以及函数从屬关系。研究开始多項式是用的Szego的方法。

結果：建立了所討論的函数的积分表达公式，解决了（在更广泛的意义上）拉赫馬諾夫所留下的关於單叶半徑的問題，並对所論函数的性質作了一些研究。

第一部分（关於單叶半徑以及当 $\rho=\frac{1}{2}$ 的情况）投寄数学学报审查中。第二部分尚未投寄。

62 关於單叶对称函数的系数 陈建功教授等 王井福研究生 55.4 复旦大学

目的：想从 p 次对称函数的系数問題得到准确的估計。

内容：設 p 次对称函数 $f_p(Z)=Z+\sum_{n=1}^{\infty}a_{np+1}^{(p)}Z^{np+1}$ 在單位圓 $|Z|<1$ 上是正则的，單叶的，而此种函数的全体組成一函数族 S_p。本文对於 $f_2(z)\in S_2$ 和 $f_3(z)\in S_3$ 兩种对称函数的最初若干項系数，进行了进一步的估計，主要是运用了Prawitz 的面积原理。

結果：关於前兩項系数的估計，是新的，迄今是最好的。

發表在复旦学报 1 (1956)。

63 凸像函数的像所掩蔽的綫段 陈建功教授 何成奇 55.2 复旦大学

目的在解决关於凸像函数的 Szegö 問題

設函数 $W=f(z)$ 在單位圓 $|z|<1$ 上正则，單叶，並且像区是平面凸区域，过 $W=0$ 做 n 根等角射綫，於每一根射綫上取一点得 n 个点 $W_1, W_2, \cdots\cdots W_n$ 使得 $\overline{OW}_1, \overline{OW}_2, \cdots\cdots \overline{OW}_n$ 完全落在映像区域中，那末

$$\min_{f(z)} \max (|W_1|, |W_2|, \cdots\cdots |W_n| = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^n)^{2/n}}$$

取極值的函数是

$$f_{(z)} = \int_0^z \frac{at}{(1-t^n)^{2/n}}$$

这样,就拓广了 Szegö 藤的掩問題於凸区域,並且完滿的解决了。
証明是用葛罗兹許的帶子方法
已寄数学进展,在审查中。

64 S 中函数的模及其导函数的模,S 中函数的系数的一些估計　陈建功教授　任福堯研究生　56.3　复旦大学

1.$f(z)\in S_\rho$, 用給定的 z, $|f(z)|$ 来估計 $|f'(z)|$

2.$f(z)\in S^*_\rho$ 准确地估計了$|f(-r_1)|^\mu+|f(r_2)|^\mu$,$(\mu\geqslant 0)$;$|f'(-r_1)|^\mu\left|\frac{f(-r_1)}{r_1}\right|^U+|f'(r_2)|^\mu$.

$\left|\frac{f(r_2)}{r_2}\right|^U$,$(\mu\geqslant 1, \mu+U\geqslant 0)$ 及 $|f(-r_1)\cdot f(r_2)|$,$\left|\frac{f(r_2)}{f(-r_1)}\right|$.

3.精确地估計了:$|a_5-2a_2a_4+4a_2^2a_3-\frac{3}{2}a_3^2-\frac{3}{2}a_2^4|\leqslant\frac{1}{2}$並指出$|a_3-\alpha a_2^2|$,

$|a_3|-|a_2|$ 的准确估值問題可仅用單叶函数的变分法解决之。
証明过程中用的方法是参数法和变分法。
研究結果,其中关於 S_ρ,S^*_ρ中函数的若干模数的估計是新的准确的。
部分已寄数学学报。

65 关於單叶共形映照的一些極值問題　陈建功教授　刘醴泉研究生　56.3　复旦大学

本題要解决下述三类極值問題:

1.p 称星像函数及其导函数的模数平均值的准确估計。方法是应用积分表示式。

2.p 称有界函数的导函数的模的上界的准确估計。方法是应用参数法。

3.單位圓外的正則,單叶函数 $F(S)=\zeta+\alpha_0+\frac{\alpha_1}{\zeta}+\frac{\alpha_2}{\zeta_2}+\cdots\cdots$的組合式$|\alpha_1\alpha_2|$和$|\alpha_5+\alpha_1+\alpha_3+\alpha_2^2+\frac{1}{3}\alpha_1^3|$的極值問題。所用方法是內部变分法。

結果:关於 P称有界函数的模数的估值,是精确的,拓广了劳宾生的工作。
关於單位圓外單叶函数的最初兩項系数有精确的估值。

66 共焦曲綫与解析函数　莫　叶教授　55.5　山东大学

本文的主要部分是証明:一平面中全部直綫除兩种特殊直綫外,經过解析函数变換以后,变为共焦曲綫組。

發表於山东大学学报第 2 卷第 1 期(1955)。

67 d_n一單調叙列　莫　叶教授　51.10　山东大学

設一叙列(a_n)其項为正,若另一叙列(d_n),$0<d_1<d_2<d_3\cdots<d_n<d_{n+1}<\cdots\cdots\to+\infty$能使 $a_{n+1}\leqq a_n(1+\frac{\alpha}{d_n})$,$n\geqq n_0(\alpha)$,$\alpha\geqq 0$; 則称$(a_n)$为 d_n一單調叙列, 於是証明: 当 Σa_n 为收斂級数, (a_n)为 d_n 一單調叙列时, 若 $d_n=0(n)$, 並有一固定整数 $p\geqq 2$, 能使 $d_n/d_{\left[\frac{n}{p}\right]}=0(1)$則 $\lim_{n\to\infty} d_na_n=0$.

發表於 Science Record vol 5Nos.1—4,(1952)pp.51—58。

68 黎曼山ζ函数的一种推广Ⅲ $Z_{n,k}(s)$ 的均值公式　閔嗣鶴教授　55　北京大学

目的: 求出 $Z_{n,k}(s)$的均值公式, 以为以后理論及应用的基础。

內容: 这里所用的方法可以一半是經典的, 一半是非經典的。为了求出均值公式, 首先証明: 当 ak不是整数而 $0<an<k-1$ 时,

$$\int_0^\infty t^{2\nu-1}\left|Z_{n,k}(a+it)\right|^2 e^{-2\delta t}dt = C_1\delta^{-2(n-1)(k\nu-\nu-a)}(1+0(1)+0(\delta^{-2a-\frac{1}{2}})+0(\delta^{-\nu-a}) \qquad (\delta\to 0)$$

式中 $a>0$, $\nu=\frac{1}{n}$ 而是 C_1 是一常数。

从上式推所需中值公式是借助几个 Tanber 型定理。这一步驟可以說是經典的，但上面那个公式的获得与經典方法很不同。这实际是全文的主要部分。

結果：設 an 不是整数而 $2(n-1)(k\nu-\nu-a)>\max(2a+\frac{1}{2},\nu)$ 則

$$\int_0^T\left|Z_{n,k}(a+it)\right|^2 dt\sim C_3T^{2(n-1)(k\nu-\nu-a)-2a+1} \qquad (T\to\infty)$$

这一結果可以和 $\zeta(S)$ 的均値公式相对照。

本文將在数学学报發表。

69 黎曼 ζ 函数的一种推广 I. $Z_{n,k}(s)$ 的全面开拓　　閔嗣鶴教授　　55.3　　北京大学

目的：引进一个新的函数 $Z_{n,k}(s)$ 並研究它的全面解析开拓，作为进一步研究格点問題及华林問題的基础。

內容：黎曼 ζ 函数有种种有趣的推广，本文提出了一个新的推广。即

$$\text{設 } n \text{ 是偶数，命 } Z_{n,k}(s)=\sum_{x_1=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{x_n=-\infty}^{\infty}{}' \frac{1}{(x_1^n+\cdots+x_k^n)^s} \qquad (\sigma>k/n)$$

式中 "1"表示 $x_1,\cdots,x_n$ 不同时为 0。文中証明了 $Z_{n,k}(s)$ 除在 $S=k/n$ 有一簡單極点外可以解析开拓到全平面。更确切地說：

$$Z_{n,k}(s)=\frac{1}{\Gamma(s)}\left\{\frac{2\kappa\Gamma^k(1+\nu)}{S-k\nu}-\frac{1}{3}+\int_1^\infty w^{s-1}\left[\left(\sum_{x=-\infty}^{\infty}e^{-x^n_w}\right)^k-1\right]dw+\right.$$

$$+\int_0^1 2^k w^{s-k\nu-1}\left[\left(\Gamma(1+\nu)+2w^{2h\nu}\sum_{y=1}^{\infty}\frac{(-1)^h}{(2\pi y)^{2h}}\int_0^\infty\left(\frac{d^{2h}}{dx^{2h}}e^{-x^n}\right)\omega\frac{2\pi y x}{\omega^\nu}dx\right)^k-\Gamma^k(1+\nu)\right]d\omega$$

式中　$\nu=\frac{1}{n}$，h 可以是任意正整数。

主要結果已如上述。这种推广的意义在於 n "不限於 2"一般的推广，如 Epstein ζ 函数，都依靠某一个二次型。在本文的推广里則已进入了高次型。另一方面，这种推广与格点問題及华林問題都有密切的关系。

已在数学学报五卷三期發表(1955.9)。运用这篇文章的方法已由張錦炎等作了进一步的推广。

70 二元半純函数的局部展开式　　閔嗣鶴教授　董怀允講师　　55.10　　北京大学

目的：求出 Lament 展开式的二維推广，作为研究奇点分布及顧眞問題的一个可能的新工具。

內容：設 $f(w,z)$ 在区域 G 內是半純的，則 G 內除去一些孤立点以外在任一点 (w_1,z_1) 的鄰近都可以展成

$f(w,z)=\sum_{k=1}^{m}\frac{C_{h(z)}}{(w-\varphi(z))^k}+R(w,z)$ 或 $f(w,z)=\sum_{k=1}^{n}\frac{d_k(w)}{(z-z_1)^k}+R_1(w,z)$ 的形式，其中 $\varphi(z_1)$ 在 z_1 正則，$R(w,z)$，$R_1(w,z)$ 在 (w_1,z_1) 正則，$c(z)$ 在 z_1 正則而 $d_k(w)$ 在 w_1 正則，且 $w_1=\varphi(z_1)$。如果 (w_1,z_1) 是正則点，則上面的任一式右边的第一部分就不出現 $(m=n=0)$。

上述孤立点叫作"歧点"。文中也得到了在歧点附近的展开式。可注意的，文中証明了(当 $f(w_1z)$ 在开空間半純时)凡 $\varphi(z)$ 可以解析到的地方 $C_k(z)$ 也可以解析开拓到，並且 $w=\varphi(z)$ 曲面的"边界"在無穷远，而展开式沿曲面都成立。容易看出，这种結果是在二元半純理論中帶有"基本性"的。

已在北大学报發表(自然科学，第一期，1956年)。

71 論黎曼 ζ 函数的非显明零点　　閔嗣鶴教授　　56.1　　北京大学

目的：在改进 Selberg 的定理：$N_0(T)>AT\log T$.

研究方法与作者在"黎曼 n 他函数的零点"的一文中所用的相同，不过那里只估計 $N_0(T+u)-N_0(T)$ 的

阶，而这里则要定出 A 的一个上界。由於这一个要求，許多引理都需要更加精密化，甚至需要用近似公式代替不等式，也就是說，要定出式子的主要部分。作为一个例，可以看引理 8.1：当 $R_a=a_1>\frac{1}{2}$，及 k 充分大时

$$\frac{1}{\Gamma(a+1)}\sum_{\substack{\kappa\leqslant k\\(\kappa,p)=1}}\frac{a_\kappa}{\kappa}\log^a\frac{k}{\kappa}=\frac{1}{\Gamma(a+\frac{1}{2})}\sum_{\kappa\leqslant k}^{*}\frac{a'_K}{\kappa}\log^{a-\frac{1}{2}}\frac{k}{\kappa}+$$

$$+0\left[(\log^{a-\frac{3}{2}}k+\log^{\frac{a}{}-\frac{1}{4}}k)\prod_{p/p}(1-\frac{1}{p})^{-\frac{1}{2}}\right]$$

其中*表示 k 的一切素因数都除尽 P 並且 a_k, a'_k 分别是 $\left\{\zeta(s)\right\}^{-\frac{1}{2}}$ 及 $\left\{\zeta(s)\right\}^{\frac{1}{2}}$ 的狄氏級数的系数。(平方根的符号要取得使 $d_1=a'_1=1$)

当 T 充分大时，$N_0(T)>\frac{1}{60000}N(T)$。这一結果是 Selberg 定理的精密化。

即將在北大学报(自然科学)1956年第二期發表。

72 黎曼几他函数的零点　　閔嗣鶴教授　　50.5　　北京大学

目的：簡化 Selberg 的重要定理 $N_0(T+u)-N_0(T)>Au\log T$ $(u\geqslant T^a,\ a>\frac{1}{2})$的証明。上面 $N_0(X)$ 表示黎曼 ζ 函数的滿足 $\beta=\frac{1}{2}, 0<r\leqslant X$ 的零点 $\beta+ir$ 的个数。上面的結果是一个 $\zeta(s)$ 理論中的划时代的結果。本文的証明比 Selberg 的短了一半以上。所以能够簡化的原因，是由於在一个重要的积分中选擇了一个适当的核函数。这个核函数比 Titchmarsh 的多了一个因数，比 Selberg 的多了兩个因数，比 Hardy 的多了三个因数。这种因数的增加正确地反应出方法的改进。另一方面，文中从一个关於一般实函数零点个数的引理出發，这和由 Hardy 到 Titchmarsh 所用"測度"的方法都不同。

發表於清华大学科学报告第 5 卷第 4 期(1950年12月)。

73 关於增凸函数之一定理　　庄圻泰教授　　51.9.　　北京大学

本文証明增凸函数之一定理。根据此定理可改善作者以前一些工作。

發表於科学記录第五卷第一至四期(1952)。

74 黎曼 ζ 函数的一种推广 Ⅱ. $Z_{n,k}(s)$的阶　　閔嗣鶴教授　　54.9　　北京大学

目的：为了进一步發展 $Z_{n,k}(s)$ 的理論及应用必需証明$Z_{n,k}(S)$是有限阶的(依Dirichlet級数論的意义)。

由於 $Z_{n,k}(s)$ 还沒有和 $\zeta(s)$相像的函数方程或近似函数方程，因而經典的方法都無法使用。文中的主要引理是：当 $\sigma=-(2M+1)\frac{\nu}{a}\left(\nu=\frac{1}{n}\right)$时 ($M$ 充分大)，可以找到一个正的常数 A 使当 $t\to\infty$ 时 $Z_{n,k}(s)\ll|t|^A$

这个引理的証明很复杂。証明了这个引理后就可以利用 Phragmen, Lindelöff 原則推出 $Z_{n,k}(s)$ 是有限界的。

这个結果是新的 $Z_{n,k}(s)$ 的理論中的一个重要定理。以后的發展都要用到这个結果。

已在数学学报發表(第 6 卷第 1 期，1956 年 3 月)。

75 談一个求極限的問題　　閔嗣鶴教授　　52.9　　北京大学

目的为化簡华罗庚先生的一个定理的証明。

命 $w(u)$ 为 u 的实函数，当 $u\geqslant 1$ 时其定义如下：

$w(u)=u^{-1},\quad 1\leqslant u\leqslant a$

$\frac{d}{du}[uv(u)]=w(u-1),\quad u>a$

华先生文章中首先用比較初等的方法証明了

$$|w(u)-e^{-r}|<e^{-u(\log u+\log\log u+\frac{\log\log u}{\log u}-1)+0\left(\frac{u}{\log u}\right)}\quad(1)$$

其次在篇末利用 Laplace 积分及 Tauber 定理很簡捷得出 $w(u)\sim e^{-r}(u\to+\infty)$。本文中指出如不用Tauber定理而用 Laplace 变型的反轉公式可以很簡捷的得到表示 $w(u)-e^{-r}$ 的一个积分，从而很直接的推出了

(1)証明了 $|w(u)-e^{-v}|<e^{-u(\log u+\log\log u+\frac{\log\log u}{\log u}-1)+0\left(\frac{u}{\log u}\right)}$ (2)証明了 $|w(u)-e^{-v}|<e^{-au+\frac{e^{a}}{a}+0\left(\frac{e^{a}}{a^{2}}\right)}$ 对於任何的 a 都成立。上面的結果不过相当於取 $a=\log u+\log\log u+\frac{\log\log u}{\log u}$ 这些結果与 Бухштаб 在等差級数中素数分布的理論有密切的关系。

已發表在数学学报第 4 卷第 4 期(1954 年 12 月)。

76 关於解函数方程 $f(x+y)=\Phi[f(x), f(y)]$ 的探討 **高揚芝教授** 56.5 江苏师范学院

目的在徹底解决函数方程 $f(x+y)=\Phi[f(x), f(y)]$ 的解法。

1.將函数方程 $f(x+y)=\Phi[f(x), f(y)]$ 变化为可分离变数的一級微分方程 $\frac{df}{dx}=\Phi_2[f(x), f(o)]$ 在微分方程的理論上，認为 $f(x)$ 是可以求出的。2.用特殊例題試驗这个解法完全有效。3.用类似理論，可以把函数方程 $f(xy)=\Phi[f(x), f(y)]$ 变化为可分离变数的一級微分方程 $x\frac{df}{dx}=\Phi_2[f(x), f'_{(1)}f'_{(1)}]$，用特殊例題試驗亦完全有效。4.到現在为止尙未建立 $f(x+y)=\Phi_1[f(x), f(y)]$ 解的存在定理。而本方法不能發現函数方程中的內在矛盾。

本研究結果已在本院科学研究报告彙輯上發表。

代 数

77 代数数域的亞倍耳扩張的一个存在定理 **王湘浩教授** 50.6 东北人民大学

本文对 Grunwald 定理的修正扩充到亞倍耳扩張。Grunwald 定理在应用上重要的固然是巡迴扩張情形，但亞倍耳扩張情形从类域論的观点来看也是应当討論的。

發表於"科学記录" 3 卷 1 期(50年)。

78 Maass 模定理的一个簡單証明 **王湘浩教授** 55.9 东北人民大学

本文得出一个十分簡單的証明。

1955年刊於东北人民大学自然科学学报 1 期。

79 近似詣零理想与根 **謝邦傑講师** 东北人民大学

本文主要結果是得到了一般环的一种新的根，而此新根較之 Jacobson 根为小，故此結果对于环的構造理論的研究有其一定的作用。

即將在东北人民大学自然科学学报發表

80 关於方程式 $ax+by+cz=n$ **柯 召教授** 55.3 四川大学

a, b, c 为互素的整数，x, y, z 为非負整数，綫性型 $ax+by+cz$ 不能表出的最大整数 M 等於什么？是一个沒有解决的問題，作者証明了一个定理指出

当 $c>\frac{ab}{(a,b)^2}-\frac{a}{(a,b)}-\frac{b}{(a,b)}$ 时 $M=(a, b)-a-b-c$，它包含了已知的 $a\lambda\mu, b=\mu u, c=v\lambda$ λ, μ, v 两两互素时。

$M=2\lambda\mu v-\lambda\mu-\mu v-v\lambda$ 作为特别情形。.

發表在四川大学学报(自然科学版) 1955 年 1 期。

81 表三元二次型为平方和的問題 **柯 召教授** 55.11 四川大学

設三元二次恒正型 $f(x_1 x_2 x_3)=\sum_{i\cdot j=1}^{3} a_{ij}x_i x_j\ (a_{ij}=a_{ji})a_{ij}$ 都是整数。如果將它表成 $f(x_1 x_2 x_3)=\sum_{\lambda=1}^{S}(b_{i1}x_1+b_{i2}x_2+b_{i3}x_3)^2$.

則在什么条件下，当 $S=5$ 时上式对於整数 b_{ij} 常能成立是一个尙未解决的問題，本文即对此問題进行研討，作者得出：用 D 表第一式的行列式，A_{ij} 表第一式的系数矩陣中元素 a_{ij} 的代数余子式 $d=(A_{11}, A_{22}, A_{33}, 2A_{12}, 2A_{23}, 2A_{31})$.

1.如果 $d=\lambda^2$ 或 $2\lambda^2$, $D\neq 4^{\mu}(8v-1)$ 其中 $\lambda\geqslant1$, $\mu\geqslant0$, $v\geqslant1$ 入都是整数，那么可表二次型为 $f(x_1 x_2 x_3)=\sum_{i=1}^{5}(b_{i1}x_1+b_{i2}x_2+b_{i3}x_3)^2$ 其中 b_{ij} 都是整数，

2. 如果：① $d=p_1\cdots\cdots p_n{}^{\lambda 2}$，其中 $p_1\cdots\cdots p_n$ 是不同的質数，λ 是一个整数，对於每一个 p_i 来說，在它的对应的 $f_1(\xi_1,\xi_2,\xi_3)=p^{\rho_1}a_1\xi_1^2+p^{\rho_2}a_2\xi_2^2+p^{\rho_3}a_3\xi_3^2 \pmod{p^t}$（$t$ 是一个适当大的正整数）都有对应的 $\left(\frac{-a_2a_3}{p}\right)=1$，那末經适当的綫性变换后，可以使 $(D, A_{11})=1$。

② 互質的 D 和 A_{11}，使狄氏方程 $Dx^2+1=z(D_y-A_{11})$ 有整数解 x, y 和 $z>0$，那么 $f(x_1x_2x_3)=\sum_{i=1}^{5}(b_{i1}x_1+b_{i2}x_2+b_{i3}x_3)^2$ 成立。

拟在四川大学学报發表。

82 一个关於行列式的定理　　柯　召教授　　四川大学

H. J. S. Smith 曾經証明：元素为有整数 r 行 n 列 $(n>r)$ 的矩陣，如果它的所有 r 阶子的最大公約数是 d，那末可以找出元素是有理整数 $n-r$ 行 n 列的矩陣使其与原来的矩陣共同組成的 n 阶方陣的行列式之值为 d。作者把这个原理推了到元素是代数整数的情形，得定理元素为代数数域 $K(Q)$ 的代数整数的 r 行 n 列 $(n-r)$ 的矩陣，如果它的所有 r 阶子式所構成的理想数是一个單位理想数，那么可以找出元素是 $K(Q)$ 中代数整数的 $n-r$ 行 n 列的矩陣，使其与原来的矩陣共同組成的 n 阶方陣的方陣行列式之值为 1。

發表於四川大学学报（自然科学版）55 年 1 期。

83 再論方程 $ax+by+cz=n$　　陆文瑞講师　　55.10　　四川大学

目的：研究 $ax+by+cz(d,b,c$ 为正数，互質）所不能表出的最大整数，並进一步研究四变数的情形。

內容：研究三变数的一次型。

結果：a,b,c 为互素的正整数，x,y,z 为非負整数，綫性型 $ax+by+cz$ 不能表出的最大整数 M 等於什么的問題，作者首先指出了 $M=[a,b]+c(a,b)-c-b-c$ 的充分必要条件是 c 可表成 $a,u+b,v=a,d,b=b,d,d=(a,b),u\geqslant 0,v\geqslant 0$ 的形狀，推广了柯召教授的結果，其次当 c 不能表成 $a,u+b,v$ 时，作者証明了 c 一定可能表成 $c=a,v-b,s$ 或 $c=b,s-a,v$，其中 $a,v+b,s<a,b$，利用这个預备定理，作者証明了：当 c 不能表成 $a,u+b,v$ 时，而 $c=a,v-p,s$ 时，$M=[a,b]+c\,(a,b)-a-b-c-bs$，的充分而必要的条件是 $2c$ 可以表成 $a,u+b,v$ 的形狀。

拟在四川大学学报發表。

48 关於合同关系的可換性　　王世强副教授　　52.8　　北京师范大学

目的在解决 G. Birkhoff 著"格論"（第二版）一書中的兩个問題。

本文对 G. Birkhoff 著"格論"（第二版）中問題 31 得到如下的完全解答：

"一有限拚羣 G 上任二合同关系都是可換的"。"对任何基数 ℵ≥ℵ，都有含ℵ元的具有不可換合同关系的拚羣和圈存在。

对該書問題 72 得到部分的解答。

本文曾刊登於"数学学报" 3 卷 2 期（1953）。

85 命題演算的一系公理　　王世强副教授　　49.7　　北京师范大学

目的將命題演算中的一組公理簡化。

E. Götlind 在 1947 年提出下列四式作为命題演算的公理：(1) $p\vee p\supset p$，(2) $p\supset p\vee q$，(3) $p\supset p$，(4) $(p\supset r)\supset(q\vee p\supset r\vee q)$。但未能完全解决其独立問題。本文証明：(3) 可由 (1)(2)(3) 三式推出，故可略去。而后三式則是互相独立的。本文又順便談到对 G. Birkhoff "格論"（第二版）一書中問題 64 的解答。

本文曾刊登於"数学学报" 2 卷 4 期（1953）。

86 关於有序环　　王世强副教授　　54.1　　北京师范大学

目的在解决 G. Birkhoff 著"格論"（第二版）一書中的一个問題，並証明关於有序加羣及有序环的兩个表現定理。

本文証明："將 2 維实向量的有序加羣作成有序环是可能的"，並討論其类型。並指出当維数 $n>2$ 时也可类似討論。［对"格論"（第二版）問題 103 的解答］。

証明："任一 n 級有序加羣皆能与由全体 n 維实向量所成 n 級有序加羣的一个 n 級子羣同構"［有限級有序加羣的表現定理］。

証明："任一 n 級有序环皆能与一由若干 n 維实向量（包括全体 n 維有理向量在內）依某种乘法及普通"＋"，"≥"所成的 n 級有理稠密环的一个 n 級子环同構，［有限級有序环的表現定理］。

刊登於"数学学报" 5 卷 1 期（1955）："实向量所成的有序环"。