

地 震 儀

講 義

1953年6月編

地震儀講義

I. 地震儀發展概

地震儀是記錄地震時土地運動的運動並以此為基礎，達到將地震的全部運動詳細的測量出來的目的，古代的地震儀無有記錄設備，僅有觀察的知道地震的方向和強度或者地震動的時間的裝置，故稱此種儀器為驗震器 (Seismoscope) 即現代地震儀的先驅。

這在1800年前我國後漢天文學家張衡所造陽嘉元年 (公元132年)，便發明了候風地動儀，是世界最古的驗震器，其外形如(1)圖所示，是用精銅鑄成，直徑八尺，在這形似酒樽的表面工均勻分佈着八條龍，龍頭各向一方，在八個龍頭的下而地上放着八只仰頭張嘴的蟾蜍，每條龍的嘴裏都含着一個小銅球，銅球落下去的時候，正好落在蟾蜍的嘴裏。

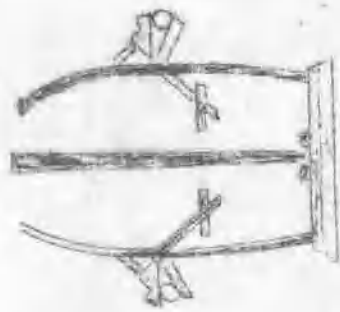
它的構造如(2)圖。

中間直立着的那根上粗下細的棍子，叫做倒立震擺，震擺不但下端細支而下，而且重心高，大約在離工端半於全長四分之一的地方，所以它的穩定度很小，在擺的周圍有八根如龍嘴工處相連的曲桿，

當某方發生地震的時候，震源發出的震動，傳至地動儀，以後震擺就向震動傳來的方向倒去，結果那個方向上的曲桿被它推空，和這個曲桿連着的龍嘴就張開，嘴裏所含的銅球就落了下去，掉在蟾蜍嘴裏，所以看到那個龍嘴所含的銅球落下，就知道震源是在那個方向了，可惜在張衡之後，並沒有繼承者，致使研究中斷。

到了1503年的時候，在意大利的比薩，佛伊雷 (G. Galilei) 創設地動儀，

候風地動儀構造



的近代地震学开始出现。这种仪器是在如盘状的容器中放入一小球，在器具的边缘，或称出口。当地震时，水银按地震的方向和强度的大小，由小口流出。这水银流出量的多少和流出的方向便可以推论出地震的方向和强度来。当时虽然装置改良，已经可以应用倒置摆，但仍未出现仪器的连续，仍不能将地动的情况，精细的记录下来，並以此为基础，将地动的开始时间，地动的方向，周期的长短等与定量的计算出来。

到1877年时，日本聘请了許多外国科学家如 J. Milne, J. A. Ewing. (伊温) T. Gray (哥瑞) 等，其後從事地震研究，其中首推英表朗 (Milne) 氏，在1888年设计了现代精良的儀器 (seismograph) 或 seismometer。其構造待海儀器的种类时详述。它的静态放大率约为10倍，表儀的週期大约15秒。1892年 Aganemone (阿哥美濃) 創造了一个重量250公斤及静态放大倍率的20倍的儀器。1883年 Cam. can (坎坎) 創造了另一种儀器重量为300公斤，静态放大倍率约为15倍，在同一时间 Vicente (维塞梯) 亦創造了另外一种儀器，静态放大倍数为100倍的儀器。

在此期間中，德人 E. Reber-Paschwitz (舒伯-拉斯奇維茲) 在波士坦 (Potsdam) 的水平擺观测測潮汐对地震之影响方面的工作，於1889年4月18日偶然在该日的记录纸上發現了在日本所發生的地震之记录，因此使致力於更精确的地震儀研究，1892年经过修改後，成为一架具有震儀週期30秒，静态放大倍率约100倍的地震儀。1898年它的地震儀经过 E. Hert 改造後變為老學的地震儀，這時研究地动已不停留在震源附近的範圍内，而擴展到全世界。並有进行了研究地震波动的傳播的新局面。

1899年日本的大森氏 Omori 創造了重量14公斤的机械记录地震儀，其 Bessel 倍数的改進，在1900年成为重量10公斤，震儀週期约20秒，静态放大倍率约15倍的 Omori-Bessel (大森-烏斯) 地震儀，这种儀器，有些地震台現在使用，我国南京，余山二地震台亦各有二架。

二十世纪初，地震儀的發展，可以分为以下二种：
(1) 机械记录地震儀：此类表儀，可用付周式大森式作为代表，是利用重錘的相對運動来拾取地震动的，並以慣性系組成放大作用，把震动的记录在油煙燈黑的紙上，所以筆尖和煙

低間的摩撻很大，放大倍率常受限制。

(2) 光學記錄地震儀，此類地震儀可用莫朗式烏得安舒孫式等代表，是以光學之方法來指示地震，用光顯放大其振幅後，記錄於照像紙上，由於沒有阻力，故放大倍率很高，可紀錄極遠的地震。

(3) 電流計記錄地震儀：此類地震儀可用加里清式 (Galitzin)，伯尼奧夫式 (Bernioff) 作為代表，以電磁感應電流來指示地震，其感應所生電流的變化與地動相和應。用電流計及光敏來放大它的振幅並記錄在照像紙上，由於沒有阻力，故放大倍率可以達到數千倍，但記錄近地地震則不如前者為佳。

故在1900年德人維爾 (Wiechert) 創造了多種的倒立擺的機械記錄地震儀，例如200公斤重錘的記錄水平向地震儀，80公斤重錘的紀錄垂直向地震儀，1000公斤重錘的記錄水平向地震儀，1300公斤重錘的記錄垂直向地震儀，以後到1906年重錘1700公斤的記錄水平向地震儀，由於重錘重量的增加，靜止放大倍率也漸漸增加，最後的一種地震儀靜止放大倍率可以達到2000倍，這種地震儀記錄近距離的地震是相當好的，在我國上列各架儀器都具備，並分別裝設在南京和余山二地震台。

1910年曼卡 (Mank) 將大森型的記錄水平向地震儀加以改進，以簧片的張力來支持重錘，設計了大型的地震儀與維爾式有相同的性能，現在機械記錄地震儀均與曼卡 Mank 式及維爾 (Wiechert) 式相類似。

1906年俄人加利清應用了線圈在電磁場中運動感應電流的原理，創造出一種聯接電流計的照像記錄地震儀，由於聯接了很長週期的電流計，可以得到很大的放大倍率。1909年古登堡 (Gutenberg) 利用加利清地震儀經已加成的助手得三氏 (J. Willis) 加以改良，成為加一魏式地震儀，其效果為原型的四分之一，有南北水平動，東西動，上下動三種，在世界上有四寸以上的地震台，裝設加利清式儀器，我國南京余山二地震台都有此設備。

1914年蕭氏 (Shaw) 將麥朗式的地震儀加以改進，其重錘僅有0.5公斤重，故放大倍率約150~250倍左右，並具有電磁阻尼器的照像記錄地震儀。

日期 10-20 2000

1943年義烏傅氏和安德森(Wood & Anderson)創造了一種用扭力(torsion)的懸像記錄儀表儀重量僅0.7克，而放大倍數可以高達200倍，可以記錄150公里範圍的地震，1932年義人伯尼奧夫(H Benioff)創造了另一種利用電磁的方法的地震儀重量100公斤自由週期由0.5~1秒，放大倍數也很大，日本(Wenner)的加速地震儀，

奧夫(H. Benioff)創造了另一種利用電磁的力法的地震儀，
倍數也很大。
在1940年以後更增加了各種各式的地震儀的創造，例如維尼克，石本(Werner)的加速地震儀，
維得(Weed)的強震儀各種波功的地震儀等上，都是為了可能在某一種特別情況下才製造出來的。
有靜止放大倍率，只有1—7倍，用來記錄強烈地震的儀器，也有為探礦用的高達一百萬倍的
的地震儀也有專門為了記錄脈動的斯勒諾哥尼茲兒(Sperengnether)地震儀，但它们的基
本原理都是類似的。
地震儀發展的根本問題和各種的地震儀，略述於下章。

II 地震儀的基本原理

I. 地震儀原理的一般概念：—

地震儀中普通用來採取地震波的地震計，動作的空間，當地震來臨時，地面上的所有物體都跟隨着地表面運動，從物理上按照慣性原理，動作的動靜，若恆靜的標準，可以衡量的動靜大小，我們就找到了一個靜止點，以重錘

如圖(1)所示， M 代表重錘， P 代表支架，上方箭頭代表地動的方向。當地動時，即以重錘 N 點為基準，將地動的大小記錄於 G 上，但事實上所記錄到的移動量，常較真正的地動量大，在圓中也可以看到當地從 A 點移動到 B 點時，則記錄筆尖從 C 点到 D 点， $\overline{CD}$ 的距離較大，這幾個數值的大小，依重錘 M 與真點 A 距離(?)及与記錄紙的距離(L)的比值來決定，即

記錄筆在記錄紙上運動的距離

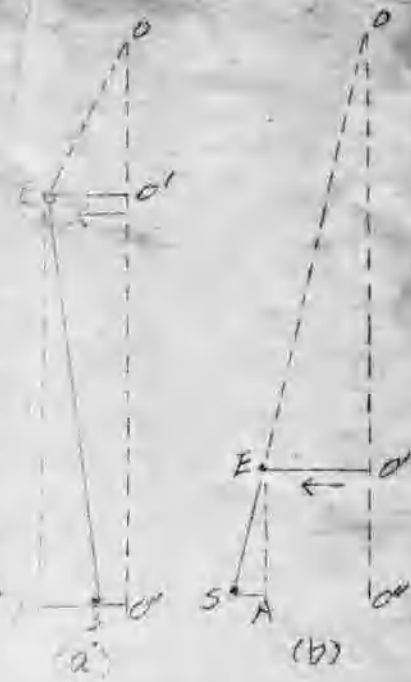
地動的距離

因此如利用幾個槓桿聯接起來，既是很小的波動，在記錄紙上也可以收到有很大的振幅。假使放大倍率很大，記錄紙E跟地動的距離很小時， $\frac{L}{2}$ 即稱為放大倍率。

由於地動時，記錄的裝置都隨着一起移動，在地震圖上所得到的記錄的振幅，並不與地動的振幅成比例，而是與地動的週期有關。假如地震儀是由單槓所構成，地動的一瞬間之間，單槓與實際地位置的關係，可以用一個簡單的實驗來證明，如圖(5)所示，用有相當重量的E來代表地震台的質點，並能在以假設的O為懸掛點上做出小的

弧形振盪，假使到達地震台的地震波的振動是簡諧運動，那麼E就像單槓一樣作簡諧運動。也就是說，安放地震儀的洋灰墩子在作簡諧運動。我們在E點上聯接一個很輕的單槓S，讓它代表地震儀上的重錘，並且將S的一頭放入水桶中，使它在運動時受到阻尼，只當正物質用本身週期自己振盪時，一定強迫S去做與它相同的振盪，也就是地震波來臨時強迫地震儀的單槓以地震波的週期來振盪，因此便有二種情況發生：

一種如(a)圖的情況，地震波的週期很短，而地震儀的單槓週期很長時，便可以看見E點移動到最大位置時，(即 $t = \frac{T}{2}$ 時，此處 T 為移動的時間， $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ，乙為振盪長)，而單槓S以相對的運動來讀，才去了很短的距離 OS ，因為它的週期長，當 $t_E = \frac{T}{2}$ 時，它還沒達到最大點。因此當地的移動(即E的移動)是 O' 到E時，地震儀只不過從 O' 走到S，這中間的位移為E的位移和S單槓的位移之差，即 $AO'' - 50'' = 4S$ ，便可以知道它的放大曲線為 $\frac{AS}{EO'} \cdot \frac{1}{2} \cdot t$ ，及與地動週期的關係了。還有一種情況，如(b)圖所示：當地震波的週期長而地震儀的單槓週期短時，E點移動

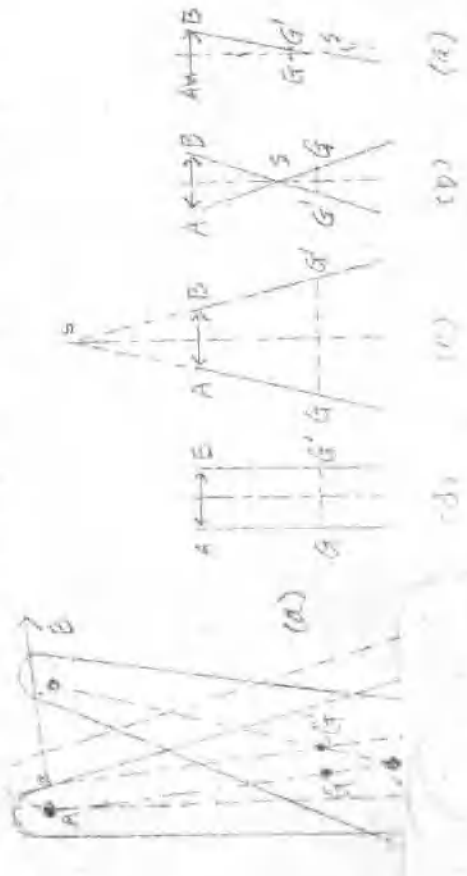


(a)

到最大位置时，单摆S同周期短的缘故，已走了很大的距离 $0''S$ 。因此当地由 O' 移动到 E 时，地震仪已由 O'' 走到 S 。在这中间的位移为 S 单摆的位移和 E 的位移的差，即 $50'' - 10'' = 40'' = 8A$ ， $\frac{SA}{EO}$ ，之比与它的放大曲线，它的放大倍率便是 $\frac{SA}{EO}$ ，(后来简谐运动曲线的放大)乘以地震仪的放大率得倍率。

由以上可以知道单摆位移和实际地性位移同倍。同时也可以晓得重锤只是暂时可以停留不动，以后也按着地动的周期及强度的不同程度来摆动，所以它的静止点也随着有时间的性质，兹分别叙述如下：

如图(1)所示，我们取悬挂在空间的一棒状物体加力，使其顶端由 A 点移动到 B 点， G 点代表其重心，随顶端的移动而移动到 G' 点，当作用的力不同时可以产生两种情况：—



(1) 当很快的)加一力量到 A 点的时候，也就是地移动时常常有很大的加速度的下面 S 点。(如图 a)。如果摆的质量都距重心很近时，重心 (G) 与静止点 (S) 可以重合一致。

(2) 当地移动时，常有较大的加速度的时候， A 点移动到 B 点时较速于 (1) 的情况这时它的静止点便由 G 点以下的位，向 A 的方向移动如图 (b) 所示的那样，而移至

点之上方。如果在A点移动的速度与摆轴自由摆动时足动速度一样时，摆便有非常大的摆动。

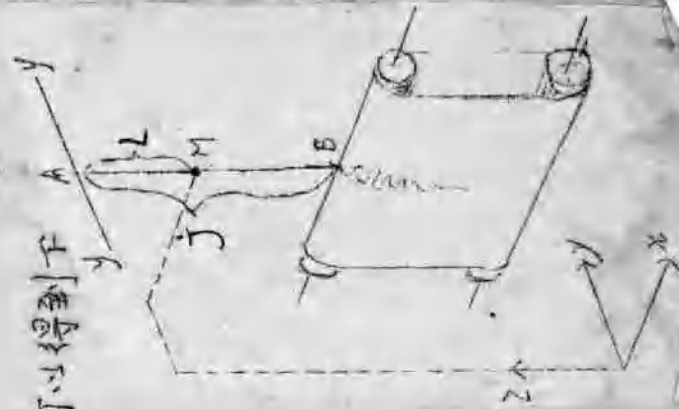
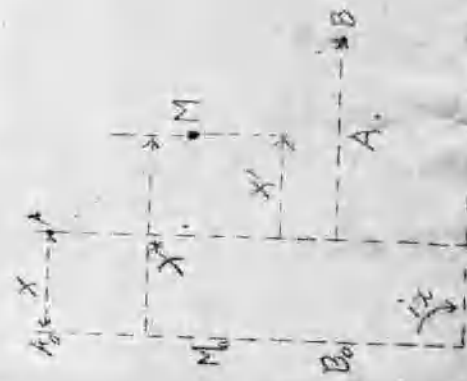
(3) 当地移动的速度较慢时，由A点移动到B点较迟，(2)的情况，摆的摆动较小，同时摆动的情况也不同。静止点移动到A点的上方，并且摆与静止点还有相当的距離。如图1a图形一样。

(4) 当地移动非常慢时，在A点悬挂的摆便可以保持静止的状态。随A点移动到B点，由于静止点也随A点同时移动的缘故，那么静止点便是不存在的。地震仪是不但採用此种条件。

II. 作为地震仪摆的单摆运动：

如果我们让地震仪是由单摆组成，正如第三种情况那样，随同地来移动，可以得到下列的图像，式：

例如在图7，假设单摆AM可以在y'y'水平轴上摆动，由重锤M所连接的笔尖MB可以记地动记录在纸上，并且让此摆不向上下和与y'y'轴所平行的水平方向移动，只沿着y'y'轴垂直的方向移动。及摆的长度AM=L，笔尖的长度AB=j，在此情况之下，重锤运动的位移在记录纸上将放大 $V = \frac{j}{L}$ 倍。我们将V为静态放大倍率 (Geometrical magnification) 如图8，在静止状态时单摆位于A、M、B的位置，



至地移动时, A. 尖移动到 X 位置, 到达 A 点, 并摆移到 AMB 的位置。重锤对摆架移动 X' 距离, 对固定座标轴转动 X'' 距离。

(1) 如左图所示, AN 与铅垂线所成角度为 α 。在 M 点的重力可分解为两个分力, 它的水平分力使其产生 F_n 。

$$F_n = -Mg \sin \alpha = -Mg \frac{x'}{L} \quad (2)$$

此地的负号因为加速度 a 与位移 x' 二者方向相反之缘故。假设重锤 M 移动 x'' 点时所加的力量为 F 。由牛顿运动定律

$$F = Ma, \quad (a \text{ 为加速度})$$

$$\text{当位移 } x'' \text{ 与摆长相比甚小时, } F = F_n$$

$$\text{即 } Ma = -Mg \frac{x'}{L} \quad (3)$$

由 (1) 式的关系可知

$$Ma = M(a_x + a_{x'}) \quad (4)$$

(以需 $a_x, a_{x'}$ 为在 x, x' 点的加速度) 如设算尖已左记录纸所走的距离为 A, 在 B 点的加速度为 a_A 时, 由相似三角形, 得

$$\frac{x'}{A} = \frac{L}{f} \quad (5) \quad \text{及 } L \text{ 与 } f \text{ 皆为常数关系}$$

$$\frac{a_{x'}}{a_A} = \frac{L}{f} \quad (6)$$

$$\text{将 (6) 式代入 (4) 式 } Ma = M(a_x + a_A \frac{L}{f}) \quad (7)$$

兹将 (5) 和 (7) 都代入 (3) 式



$$a_x + a_A \frac{t}{j} = -g \frac{1}{j} A.$$

$$\text{則 } a_A = -\frac{g}{C} A_0 - \frac{j}{C} a_x \dots\dots\dots (8)$$

去沒有地震時，擺的自由振動是簡諧運動，依照單擺的週期公式其自由振動週期 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 。將此代入(8)式 ($L = \frac{T_0^2}{4\pi^2} g$)

$$a_A = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 A_0 - \frac{j}{C} a_x \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{因 } V = \frac{j}{C} (9) \text{ 可化為 } a_A = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 A_0 - V a_x \dots\dots\dots (10) \quad a_0: \text{ 坐標的初速度}$$

這式是表示地震時地心位移 x 和單擺的筆尖所走的距離 A 的關係之重要的方程式。

附記：

如果地向 x 方向以振幅 A 週期 T 作簡諧運動，在此情況下強制單擺也做簡諧運動，令筆尖先端的運動的振幅為 S 。在震央時兩者位相之差為 δ 。

$$\text{則 } x = A \sin 2\pi \frac{t}{T} + C \sin 2\pi \frac{t}{T} + D \cos 2\pi \frac{t}{T} \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{由此處另 } A = \frac{t}{T} \sqrt{C^2 + D^2}, \quad \tan 2\pi \frac{\delta}{T} = \frac{D}{C} \dots\dots\dots (12)$$

$$a_A = S \sin 2\pi \frac{t}{T} \dots\dots\dots (12')$$

$$\begin{aligned} (A \sin 2\pi (\frac{t}{T} + \frac{\delta}{T})) &= A \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{\delta}{T} + A \sin 2\pi \frac{\delta}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T} \\ &= C \sin 2\pi \frac{t}{T} + D \cos 2\pi \frac{t}{T} \end{aligned}$$

將(11), (12), (12)' 代入(10)式

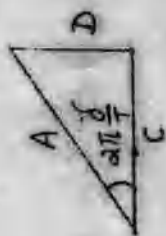


圖10.

$$-S \frac{4\pi^2}{T^2} \sin \alpha \pi \frac{t}{T} = -S \frac{4\pi^2}{T_0^2} \sin \alpha \pi \frac{t}{T} + VC \frac{4\pi^2}{T^2} \cos \pi \frac{t}{T} + D \frac{4\pi^2}{T^2} \cos \alpha \pi \frac{t}{T}$$

$$\therefore D = 0$$

$$-S \left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T_0^2} \right) = VC \frac{1}{T^2} \quad (C \text{ 可換為 } A)$$

$$\text{即 } \frac{S}{A} = -V \frac{T_0^2}{T_0^2 - T^2} = V_0 \text{ ----- (13)}$$

由此可知當強迫單擺振動時在筆尖振動的振幅並不將地動放 V 倍而是放大 $3V_0$ 倍，我們稱 V_0 為震儀之動態放大倍率 (Dynamical magnification)。

在 (13) 式中我們可以知道 V_0 為 T_0 的函數，當 T_0 非常小時，就是地動的週期和震儀固有週期之比非常小時 $V_0 = -V$ ，筆尖先端的振幅和地動的振幅成比例，這是地震儀中很好的情況，兩振動位相角是 180° 。

(2) 當 T_0 非常大的時候 $V_0 = V \frac{T_0^2}{T^2}$ ，由於地動的加速度為 $-\frac{4\pi^2}{T^2} A$ ，故此時筆尖的振幅與地動的加速度成比例。

(3) 當 T 與 T_0 相近的時候 V_0 是非常大的，即起了共鳴的現象，這是地震儀非常不

好的情况。

为了避免第三种情况，共鳴現象發生和除掉擺的固有振動的影嚮而能确定的記錄地的振動起見我們加以阻尼作用，在下章再詳述。

如果这擺不是單擺而是帶有質量 M 的複擺時，設對水平迴轉軸的轉動慣量為 K ，迴轉軸和重心的距離為 H ，其固有週期為 T_0 時

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{MHg}} \quad \text{--- (14)}$$

與單擺的週期 $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 相比較時如 $l = \frac{K}{MH}$ 則有與單擺有相同的週期，或成單擺做一樣的運動。

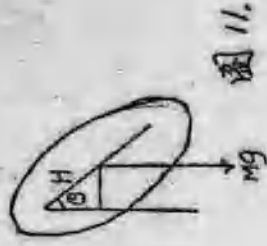
在地震儀中討論擺的運動時，是假設在單擺的筆尖上有 m 那樣多的質量，由於慣性的力量成係可以與複擺有同一的作用，是以這樣假想的擺來代替複擺。

如果單擺的擺長為 l ，筆尖的長度為 j ，其重錘位移 x' 可得

$$j m a_A = l m a_{x'}$$

由 (5) 及 (6) 式 $\frac{x'}{A_0} = \frac{l}{j}$ $\frac{a_{x'}}{a_A} = \frac{l}{j}$ 的關係

$$m = M \left(\frac{l}{j} \right)^2 = \frac{M}{V^2} = M \left(\frac{x'}{A} \right) \quad \text{--- (15)}$$



由(15)式便可以知道 m 与 M , λ 及 A_0 的關係了。

3. 阻尼作用；

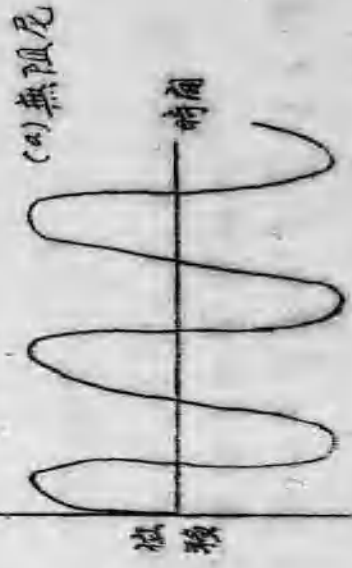
由於震儀的擺的固有振動的影響及擺之動時与地動可能產生共鳴的現象，我們便不能準確的測驗出地的動象來，為了弥补這個缺點，按照擺的運動速度的比例加以阻力，來制止這些現象發生，我們稱為此種作用為阻尼作用，例如我們在擺上連接銅片或鉛片使其在永久磁石的強磁場內可以運動，我們便可以利用電磁的阻力來阻尼，也可以將擺上連接一個圓錐體，當圓錐體在空氣或液體中運動時，會受到空氣或液體的阻力，這種阻力也可做為阻尼，我們便是利用這些種的方法來造成阻尼作用來調節擺的固有振動。

茲將阻尼作用与擺運動的關係略

述如下：

在圖(a)中表示在沒有阻尼時的擺運動的情形是一個簡諧運動。

圖(b)中表示阻尼作用遠不夠強，遠



不能制止自由的振動。這種是阻尼過小的情況形成了振動的振幅逐漸減小的衰減運動。如果振動的振幅順序均為

$a_1, a_2, a_3, \dots$ 可得：

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \dots = V$$

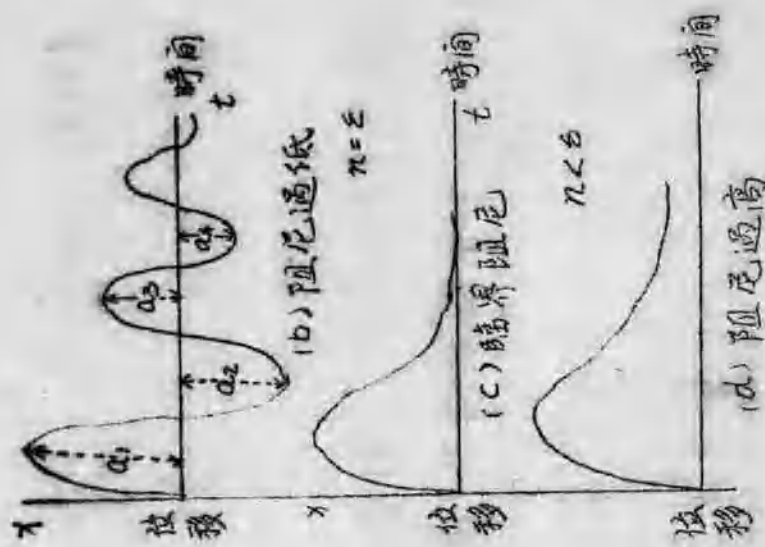
我們稱 V 為阻尼之比， $\log_{10} V$ 為對數衰減率。

(12) 圖 C 中表示阻尼作用強的時候自由的振動在短時間內便可以制止。其振動曲線不像 (b) 的情況上下的衰減逐漸的與 t 軸接近，而是如拋物線的情形。

與 t 軸逐漸接近，此種振動情況的阻尼稱為臨界阻尼，這時的運動是無週期的。或者是受外力作用後變成不能彈回的運動。

如果阻尼作用很強時，便如 (d) 圖表示那樣，這些週期的運動較遲於 (c) 的情況接近 t 軸，稱此為阻尼過高的狀態。

我們讓週期 T 來代表加阻尼作用時振動的衰減運動的週期， T_0 來代



代表未加阻尼作用時震儀的週期及 $\tau = 109.0V$ 則有

$$T_0 = \tau / \sqrt{1 + 0.537 \alpha \tau^2}$$

之關係，一般情況下 $\tau > T_0$ 當阻尼作用強時 T_0/τ 的比值很小（即衰減量大的週期與自由振動週期為最接近）

下面把當 V 有不同數值時 T_0/τ 比值的關係列出：

第一表

V	1	2	3	4	6	8	15
$\frac{T_0}{\tau}$	1.00	0.98	0.94	0.91	0.87	0.83	0.76

在理論方面：我們首先考慮地不動的情況，在攝運動時筆尖受到了一 $\varphi \tau$ 的阻力，此處 V 為阻力的速度， φ 為表示阻力大小的常數，則可由把 (10) 式改變為：

$$a_A = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 A - \frac{\varphi}{m} V \quad (\because \varphi V_0 = m a_0)$$

設 $\frac{\varphi}{m} = 2\varepsilon$

$$a_A + 2\varepsilon V_0 + n^2 A = 0 \quad (15)$$

如果以擺的擺動角度 θ 表示單尖震動的距離 A ，則 $\theta = A/\lambda$ 並以

$j \frac{d\theta}{dt}$ 代表 V_0, a_A 。

$$\text{則 } \frac{d^3\theta}{dt^3} + 2\varepsilon \frac{d\theta}{dt} + n^2\theta = 0 \quad \text{--- (16)}$$

解之可以找出 $\varepsilon = 4.605 \alpha \frac{\lambda}{T}$ 的關係

- 1) $n > \varepsilon$ 時為上述 (b) 圖的衰減運動。
- 2) $n = \varepsilon$ 時為上述 (c) 圖之無週期運動。
- 3) $n < \varepsilon$ 時為上述 (d) 圖的無週期運動。

4. 地動時帶有阻尼的擺之運動。

當地動時，帶有阻尼的擺之運動是相當複雜的。我們在實際上記算是相當困難，因此我們假設地的震動是一個有規則的簡諧運動。然後在考慮當時記錄的結果如何。設地動時它的振幅為 S ，週期為 T 。當地開始運動的短時間內，振由於阻尼作用的關係，把自已固有的振動衰減了，而產生了與地動有同週期