

《中学数学教学》专辑

初中数学教学研究

第三辑

(代数第三册)

上海师范大学数学系

在上海市各区、县教育局教研室(教育学院、进修学校)大力支持下,我组部份同志本着为中学教学服务的宗旨,结合科学研究编辑出版了这一套《初中教学研究》,本册为第三辑(代数第三册)。

考虑到广大教师的实际需要,本书仍包括以下几项内容:

I、教材说明——分析教材的地位和作用,教材的重点、难点,以便执教老师对教材有一个较为全面的认识,并在此基础上提出教学的目的要求,根据教材特点提出教学建议,供教师参考。

II、教案选编——这部份教案约请了本市区县有经验老师撰写,有代表性的教案,可供参考。

III、单元检查参考题——这些题目选用市区重点中学练习、检查题,一般来说,这些题目考查的知识面比较全面,同时也考虑了知识与能力两方面的要求,但使用时必须根据各校实际情况,酌情选取。

IV、教学资料——为了帮助教师更深刻理解教材,适当扩展一些有关知识,这仅供教师参考,不宜向学生讲授。

V、数学史话——结合本册教材,适当介绍有关史料,丰富教学内容。

参加本册编辑的我组同志有罗肇华(第九章)、吴文昭(第十章)、余致甫(第十一章)、张胜坤(第十二章)、

袁小明（数学史话），最后由余致甫审读了全部内容。

本书的校对工作由上海南汇县教育局教研室彭皎心、胡立峰同志负责。

由于本书是一个集体创作的作品，因此在编写体例上，前后联系上一定会有欠妥之处，另外，由于我们的水平有限，错误、缺点在所难免，请读者不吝指正。

上海师范大学数学系
中学数学教材教法教研室

1985.5。

目 录

第九章 数的开方	1—33
I、教材说明(1)	I、教案选编(6)
II、单元检查参考题(27)	IV、教学资料(33)
第十章 二次根式	34—53
I、教材说明(34)	I、教案选编(40)
II、单元检查参考题(48)	
第十一章 一元二次方程	54—121
I、教材说明(54)	I、教案选编(58)
II、单元检查参考题(117)	IV、教学资料(121)
第十二章 指数	131—159
I、教材说明(131)	I、教案选编(136)
II、单元检查参考题(151)	IV、教学资料(155)
数学史话	160—172
I、开方法溯源(160)	
I、二次方程求根的历史(165)	

第九章 数的开方

I、教材说明

一、教材的地位和作用

学习了本章知识,不但使学生完整地掌握加、减、乘、除、乘方和开方六种运算法则,而且由数的开方引入了无理数的概念,使数的范围从有理数集扩展到实数集,建立了实数和数轴上点的一一对应关系,从而解决了在有理数范围内一个正数开 n 次方并不都是可能的矛盾.算术根的概念是中学数学最基本的概念之一,以后的各册教材中有着广泛的应用.数的开方还为学习二次根式、一元二次方程及指数和对数等有关知识打下基础.

二、教学目的和要求

- 1.使学生理解有关平方根、算术平方根、立方根、 n 次方根及开平方、开立方和开 n 次方的概念.
- 2.使学生正确地理解立方和立方根、开平方和平方根、平方根和算术平方根等概念的联系和区别.
- 3.使学生能熟练地运用平方运算求一个完全平方根和算术平方根,以及运用立方运算求一个数的立方根.
- 4.使学生正确地掌握用查表法求一个数的平方根和立方根的方法与技能.
- 5.使学生理解无理数和实数的概念,以及实数和数轴上点的一一对应关系.

三、课时安排

本章教学时间约需11课时，其中：平方根2课时；算术平方根1课时；平方根表2课时；立方根1课时；立方根表2课时；实数1课时；复习和测验2课时。

四、教学建议与注意事项

本章教材的特点是概念较多，因此学生学起来会感到枯燥乏味，或死记硬背等，针对这一情况，提出以下几点教学建议与注意事项：

1. 采用多样化教学方法。

根据本章教材各节的内容，建议可用以下三种教学方法，

(1)读、议、讲、练法。如平方根这一节的教学，可先从实例引出矛盾，然后请学生带着问题阅读课本，并引导学生议论。再通过提问解决矛盾，最后通过练习加深对概念的理解。

(2)启发谈话法。如对算术平方根一节的讲授，可从复习平方根着手，随之引出算术平方根的概念，再紧紧扣住算术平方根定义中的两个“正”字和算术平方根的表示法，以及平方根和算术平方根的异同，反复提问，启发讲解，直到真正理解为止。最后还可以通过做各种类型的练习题，以巩固掌握算术平方根的概念。(3)列表对比法。在立方根的教学，一开始可用列表的方式对平方根的定义、性质、表示法等进行复习，然后用实际例子引出立方根的概念，再不断和平方根概念作对比，这样教学既直观、形象，又可对两个相近的概念辨清异同。

2. 要特别注意讲清容易混淆的概念。

本章教材中出现的平方根和开平方，立方根和开立方，算术平方根和平方根，平方根和立方根等是学生容易混淆的概念，在教学中要特别把它们区分清楚。为此，教学时要牢牢把握住每个概念的本质属性。如平方根和开平方的区别在于平方根是个数，开平方是求平方根的一种运算。立方根和开立方的区别与此相类似，但要强调负数也可以开立方，它有一个负的立方根。平方根和算术平方根的主要区别是：正数的平方根有两个，他们互为相反数，而正数的算术平方根只有一个，它也是正数。平方根和立方根的区别在于：正数平方根有两个，而正数立方根是一个；负数没有平方根，而负数却有一个负的立方根。

3. 把概念的理解、巩固要贯串于练习之中。

对概念不仅应引导学生从数学语言表达上或形式上加以理解，而且还应结合具体练习，揭示概念生动的含义，来启发学生思维，加深理解。如在算术平方根这一概念教学后，可让学生解答下列问题：

(1) $\sqrt{16}=?$ ； $\pm\sqrt{16}=?$ ；为什么？

$\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$ 对吗？为什么？

(2) 已知某数的算术平方根是0.001，那么它的平方根是什么？它的负的平方根呢？

(3) 求下列各式的算术平方根：

$\sqrt{6^2}$ ， $\sqrt{(-6)^2}$ ， $\sqrt{a^2}$ ($a \geq 0$)， $\sqrt{a^2}$ ($a < 0$)，
 $\sqrt{a^2}$ 呢？ $\sqrt{(x-y)^2}$ 呢？

4. 要严格训练书写格式.

在教材中, 求一个数平方根、算术平方根或立方根都不是直接写出的, 而是用平方的运算求出来的, 如求36的平方根的书写格式是:

$$\because (\pm 6)^2 = 36, \therefore 36 \text{ 的平方根是 } \pm 6,$$

$$\text{即 } \pm \sqrt{36} = \pm 6.$$

以上这样书写格式好处很多, 首先是从学生熟悉的平方概念引入平方根和算术平方根的, 这样可使学生比较透澈地了解平方根和算术平方根的本质属性. 对乘方和开方这两种互为逆运算也更能进一步理解. 其次还可以区分平方根和算术平方根的表示法. 在求立方根时, 还可以清楚地看出为什么正数有一个正的立方根, 负数有一个负的立方根.

5. 在讲授平方根的表示法和读法时, 举例中应注意先数字, 后字母; 表示时先分开, 后合并. 例如9的平方根有两个, 3和-3, 用符号 $\sqrt{9} = 3$ 表示正的一个平方根, 用符号 $-\sqrt{9} = -3$ 表示负的一个平方根, 把两个合并起来, 用符号 $\pm \sqrt{9} = \pm 3$ 表示9的平方根. 在讲负数的立方根是一个负数时, 要强调先求出这个负数的绝对值的立方根, 然后取它的相反数, 如 $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$. 这样做就为以后学习根式时打下基础. 因为今后学习根式性质时, 规定被开方数是非负数, 如果是负数的奇次方根, 必须先把负号移到根号外面, 再应用根式的性质.

6. 无理数的概念是从数的开方引入的, 因此在教学中必

须防止学生误认为只有 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ 等不尽根才是无理数.而要使学生知道诸如 π 、 $0.1010010001\cdots$ 等也是无理数.还要使学生懂得,凡是有理数都可以用 $\frac{m}{n}$ (m 、 n 都是整数,且 $n \neq 0$)的形式来表示,而无理数则不能用这种形式表示.

7.在讲授平方根表和立方根表时,重点要放在小数点的移动法则上,要使学生能迅速、准确地把表外数变为表内数,然后查表求值.讲小数点移动法则时,可分三步讲解:

(1)先讲把小于1或大于100的被开方数的小数点向右或向左移动,开平方两位两位移动,开立方三位三位移动,使它成为大于1而小于100的数(即变成表内数);(2)再讲查表求出已变成表内数的被开方数的算术平方根或立方根;(3)最后讲通过小数点相反方向一位一位地移动得出原被开方数的平方根或立方根.

(本说明由上海师大附中 胡蕊花提供)

II, 教案选编

(1)

一、课题：平方根。

二、教学目的：

1. 使学生初步理解平方根的概念和性质，并学会用根号的形式表示平方根；

2. 使学生掌握用平方运算的方法求一个数的平方根；

3. 通过对课本的阅读和提问培养学生的阅读能力和逻辑表达能力。

三、教学过程：

1. 复习：

(1) 什么叫乘方？什么叫幂？在 $x^2 = a$ 中，其中 x 、2 和 a 分别叫什么数？（板书）

$$\begin{array}{ccc} & \text{指数} & \\ & \uparrow & \\ x^2 & = & a \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{底数} & & a \end{array} \quad \text{叫做 } x \text{ 的二次幂}$$

(2) 计算(学生口答)：

$$-3^2; (-3)^2; 0^2; 0.3^2; \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

(3) 正数平方得什么数？负数平方呢？零的平方呢？

2. 新授：

(1) 引入：已知两个正方形的面积分别是 25 平方米和 64 平方米，它们的边长分别是多少米？学生回答后接着问：已知一个正方形的面积是 2 平方米，它的边长是多少米呢？

设它的边长为 x 米，则 $x^2 = 2$ ，显然 x 不是整数，也不是

分数，但这个数是存在。

那么这个数叫什么？它具有什么性质？用何种运算才能求出这个数？这就是本节课要研究的平方根问题。（出示课题）

（2）平方根的概念与性质。

先由学生带着上述问题阅读课本第一页到第二页的第十一行。再回答下例问题：

①填空：（板书）

$$\because (\quad)^2 = 64. \therefore 64 \text{ 的平方根是 } (\quad);$$

$$\because (\quad)^2 = 36. \therefore 36 \text{ 的平方根是 } (\quad);$$

$$\because (\quad)^2 = 0. \therefore 0 \text{ 的平方根是 } (\quad).$$

②一个正数的平方根有几个？它们之间有什么关系？零有没有平方根？若有，有几个？等于什么数？为什么？负数有没有平方根？若有，有几个？若没有，为什么？

③如果 $a^2 = b$ ，那末 a 是 b 的什么数？（ a 是 b 的平方根）， b 是 a 的什么数？（ b 是 a 的二次幂）。

④平方根和开平方有什么区别？（平方根是数，而开平方是求平方根的运算）。

学生回答后小结：如果 $x^2 = a$ ，那么 x 就叫做 a 的平方根，一个正数有两个平方根，这两个平方根互为相反数；零的平方根是零。

（3）平方根的表示法。

由学生带着问题阅读课本第二页第十二行到第十九行，然后回答下例问题：

①49的平方根有几个？（两个），分别是几？（7和-7），

怎样表示？如何读？(用符号 $\sqrt{49}=7$ 表示正的一个平方根，读作“根号9”；用符号 $-\sqrt{49}=-7$ 表示负的一个平方根，读作“负根号49”，把两个合并起来，用符号 $\pm\sqrt{49}=\pm 7$ 表示49的平方根，读作“正、负根号49”。

②把前面第一题填空用平方根符号表示 (板书)

$$\because (\pm 8)^2 = 64, \therefore 64 \text{ 的平方根是 } (\pm 8).$$

$$\text{即 } \pm\sqrt{64} = \pm 8.$$

③ $\sqrt{a}$ 中被开方数和根指数分别是什么数？ a 的值有什么限制？为什么？

小结：如果 $x^2 = a > 0$ ，那么 x 叫做 a 的平方根，记作：

$$x = \boxed{\pm\sqrt{a}} \begin{array}{l} \uparrow \text{根指数2(省略不写)} \\ \rightarrow \text{平方根} \\ \downarrow \text{被开方数} \end{array}$$

求一个数的平方根的运算叫开平方，开平方和平方正象加和减、乘和除一样，是互为逆运算，开平方中的被开方数是平方运算中的幂，根指数是平方运算中指数，所求的平方根是平方运算中的底数，加、减、乘、除平方和开平方的运算结果分别叫做和、差、积、商、二次幂(或平方数)和二次方根(或平方根)。如何求一个数的平方根呢？

④平方根的求法。

指导学生阅读第二页例一，然后回答下例问题：

1) 求一个数的平方根有哪些步骤？

1° 应用平方运算；

2°根据平方根的概念确定平方根；

3°表示为 $\pm\sqrt{a}$ 并写出数值。

简言之“ $\therefore$ 、 $\therefore$ 、即”三步。

2)口答第三页例二，判断下例各数有没有平方根？为什么？

64； -64； 0； $(-4)^2$ 。

现在我们来解决一个正方形的面积是2平方米它的边长是多少米的问题。

解：设正方形的边长 x 米，根据题意得

$$x^2 = 2, \quad \therefore (\pm\sqrt{2})^2 = 2.$$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 而边长不能取负数， $\therefore x = \sqrt{2}$ (米)

答：正方形的边长为 $\sqrt{2}$ 米。

3. 练习：

(1)下例命题是否为真命题？为什么？

①1的平方根是1； ②-81的平方根是 ± 9 ； ③-6的平方是36； ④ $(-2)^2$ 的平方根是2。

(2)81的平方根是_____， $-\sqrt{2}$ 是_____的平方根，
-3是9的平方根，因为_____。

(3)第四页练习①②。

4 小结：

本节课主要学习了平方根的概念、性质和它的表示法。

(1)在等式 $x^2 = a$ 中，已知 a 求 x 是开方运算， x 叫做 a 的平方根，当 $a > 0$ 时，记作 $x = \pm\sqrt{a}$ ，显然平方和开方是互为逆运算。

(2)平方根具有以下三个重要性质：①正数 a 的平方根有

两个，它们互为相反数；②零的平方根是零；③负数没有平方根。

(3)求一个数的平方根的运算一定要按照例一的书写格式，紧紧扣住从平方运算来求这一环，这样可为下一节学习算术平方根的概念打好基础。

5.作业：

(1)复习课本第一页到第三页，要求掌握平方根的定义、性质及平方根的求法，並熟记1—25的平方数。

(2)第四页练习②、③。

第十三页，习题一，②、④。

(2)

一、 课题：算术平方根。

二、 教学目的：

1. 使学生初步理解並掌握算术平方根的概念，明确算术平方根和平方根的异同；

2. 使学生掌握用平方的运算求出算术平方根的方法。

三、 教学过程：

1. 复习：

(1) 什么叫平方根？它有什么性质？

(2) 下面的语句对不对？为什么？

①49的平方根是 ± 7 ；②-49的平方根是-7；③25的平方根是-5；④-5的平方是25。

(3) 100、 $\frac{64}{49}$ 、0.81各数的平方根分别是几？正的平方根呢？

2. 新授:

(1) 引入: 从上一节课的学习中, 我们知道: 任何正数的平方根不是唯一的, 而有两个, 它们是互为相反数。但是, 为了适应实际计算的需要和保证运算结果的唯一确定性, 我们规定: 把正数两个平方根中正的一个平方根叫做这个正数的算术平方根。(揭示课题) 组织学生阅读课本第5页第二行到第三行。从教材中可见: 正数 a 的正的平方根就叫做 a 的算术平方根, 记作 $\sqrt{a}$, 读作“根号 a ”。

算术平方根中, 两个“正”字的含义是什么? “正数 a ……”的“正”字是表示被开方数 a 的性质符号, 即 $a > 0$; “……正的平方根”的“正”字是表示平方根的性质符号, 即 $\sqrt{a} > 0$ 。由于零的平方根是零, 我们规定: “零的算术平方根仍为零”, 即 $\sqrt{0} = 0$ 。由此可知, 算术平方根一定是非负数, 也就是当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a} \geq 0$; 这样, 算术平方根的概念便可扩充成非负数 a 的非负平方根, “双非负”正是算术根的实质。

(2) 练习:

① 判断下例语句对不对:

- 1° 5是25的算术平方根;
- 2° -6是36的算术平方根;
- 3° 6是 $(-6)^2$ 的算术平方根;
- 4° 0.04的算术平方根是0.2.

② 口答下例各题:

1° 哪些数的算术平方根比原数大? 试举例说明。

2° 已知某正数的算术平方根是0.02, 那么它的负的平方根是几? 它的平方根呢?

3°16的平方根是几？它的算术平方根呢？

③下列各题在什么条件下才有意义？

$$1^\circ \sqrt{x-3}; \quad 2^\circ \sqrt{\frac{a}{b}}; \quad 3^\circ \sqrt{-x};$$

$$4^\circ \sqrt{-\frac{1}{a}}; \quad 5^\circ \sqrt{a^2 b^2}.$$

通过对上述问题的讨论和练习，使同学们深入理解了算术平方根的定义。

(3)算术平方根的求法。

在讲解例一（求下列各数的算术平方根：

①100；② $\frac{49}{64}$ ；③0.81）时，要让学生明确：①求一个数的算术平方根的步骤（写出“∴、∴、即三步）；②从平方运算来求一个数的算术平方根。

在讲解例二（求下列各数的值：① $\sqrt{10000}$ ；② $-\sqrt{144}$ ；③…）时，首先要让学生识别各根式表示的是一个数的算术平方根、平方根还是算术平方根的相反数，然后要学生明确解题步骤（写出“∴、∴”两步）。

对于②、④、⑤和⑥各小题，建议再补上求算术平方根的一步，例如：

$$\because \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{49}{81}, \quad \sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9},$$

$$\therefore \pm \sqrt{\frac{49}{81}} = \pm \frac{7}{9}.$$

3.练习：

(1)（口答）求下列各式的值，并说明为什么？

① $\sqrt{(-5)^2}$, $\sqrt{5^2}$, $\sqrt{x^2}$ 呢? ② $\sqrt{\frac{144}{121}}$,

③ $-\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$, ④ $\sqrt{(0.0009)^2}$.

(2)第七页,练习(2)、(4),抽几个学生板演,然后纠正书写格式等错误.

(3)求 $25x^2 - 36 = 0$ 中的 x .

解: $\because 25x^2 = 36, \therefore x^2 = \frac{36}{25}$.

又 $\because \left(\pm \frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$.

$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{36}{25}} = \pm \frac{6}{5}$.

(4)口答:

① $\pm\sqrt{16}=?$; $\sqrt{16}=?$ 为什么?

② $\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$ 对吗? 为什么?

4.小结:

(1)算术平方根的意义.

(2)平方根和算术平方根的联系和区别.

(3)求一个数的算术平方根的步骤,对照例题强调书写格式,就是“ $\because$ 、 $\therefore$ 、即”三步和“ $\therefore$ 、 $\therefore$ ”两步.

5.作业:

(1)复习课本第四页到第六页,要求掌握算术平方根的定义和求法.

(2)第七页,练习(3).

(3)第十三页,习题一, (3)、(5)①②③.