巴基斯坦总统科学顾问
萨拉姆教授学术报告

一九七二年九月四日

巴基斯坦总统科学顾问萨拉姆教授
(A. Salam)1972年9月4日
在北京所作的学术报告

张文裕：今天我们很高兴，请萨拉姆教授给我们作报告。大家很熟悉，萨拉姆教授是国际有名的物理学家，他是我们友好邻邦巴基斯坦的总统科学顾问。他三次来我国访问，第一次是1965年，第二次是1966年来参加物理讨论会，这次是第三次来。他几次来给我们作报告，对我们的工作很关心，这次他来的时候一下飞机就问起我们的工作。今天萨拉姆教授报告的内容很多，有四、五个题目，现在我们欢迎萨拉姆教授给我们作报告。

萨拉姆：对我说来，到北京访问，很高兴同中国的基本粒子物理学家相会，我代表巴基斯坦物理学家向各位致意。对我来说，每次到了北京就象回到了自己家里一样。1965年我到北京来，有机会谈谈我的工作，1966年我又来到了中国，在物理讨论会上我知道你们作了很多工作，而且你们的工作和我的工作有一定的关系。你们作了很多

工作，我很想了解你们的工作。今天我对各位谈谈我的小组在这方面的工作，我也很高兴在座谈会上了解你们的工作。张文裕教授建议作个报告，内容是深入技术方面的，今天一整天我们可以进行交流和讨论。

我今天报告的内容有五个方面：

1. 非多项式拉氏函数；

2. 引力论及无穷大的消除；

3. f-g 理论；

4. $SL(6,C)$与爱因斯坦拉氏函数；

5. 规范理论。

今天我所报告的工作的主要思想主要从爱因斯坦而来。爱因斯坦关于引力场论的工作，是人类思想的最高结晶，它可以把物质运动的各种形态包括进去，讨论了时间-空间的关系。可惜一直到现在这个理论还不能用到基本粒子理论中去，原因是实验上还没有证明引力场的量子性和粒子性。过去两年来，探测到一定数量的引力波，这是芝加哥和马利兰大学的韦伯（Weber）教授的工作。实验上测到的引力波的波长是一千公里。实验的设备很有趣，所用的仪器是古典的，就象卢瑟福（Rutherford）研究核物

理所用的一样，是自己制造的，其中包括一个很大的圆筒，大得象房子一样，也许本来就是个旧火车头。圆筒的直径有两米，指向银河系的中心。当引力波击中圆筒时，圆筒发生振动，在圆筒上用胶贴上压电晶体，可以测量出10^{-17}cm的微小变形。压电晶体很灵敏，甚至当有人在房间里走动时圆筒也会发生振动。两个相同的装置相距一千公里，当引力波动到来的时候两个圆筒都发生振动。韦伯每天观测到一个符合振动，偶然符合的几率是三百万分之一，所以他作出观测到引力波的结论。按照他的计算，引力波放出的能量是银河系光的能量的一百倍，如果他的结论是对的话，银河系以引力波放出的能量比以其它形式放出的能量大得多。我强调，这个实验是这样一种类型——仪器设备不复杂，结果重要——实验的开端。中国人民很有才干，一定会在这方面作出好的工作来。一个很重要的问题是：这么巨大的能量从何而来？一种可能的解释是在银河系中有一个大的收缩核，收缩到一定程度就发生崩溃(Collapse)。

在这里我不打算讲引力波是如何产生的，而是假设引力波存在并是量子化的。目前实验上还没有发现引力波的

量子性，这也许要等到二十一世纪。然而，我们知道量子化是波的本性，所以，可以假设引力波是量子化的。这样，就需要对爱因斯坦理论进行量子化。这里面有很多的技术上的困难，不过可以用费曼(Feynman)的方法来看看有什么结果。但是，由于爱因斯坦理论中的哈氏函数是很奇特的，其结果也很奇异。一个最大的差异在于爱因斯坦理论的哈氏函数中出现的耦合常数——牛顿引力常数很小，$G_N=10^{-44}$，如果和电磁相互作用中的耦合常数 $\alpha=\frac{1}{137}$ 相比，就太小了。因此人们习惯于设想引力作用对基本粒子理论没有什么重要的影响。我想指出的是，这种想法不对，如果认真去解爱因斯坦方程就可以发现，出现的不是 G_N 本身，而是它的对数 $\log G_N$，这是个不小的数。

我把我今天的演讲分成几部分，每一部分都和爱因斯坦的引力论有关系。爱因斯坦理论是一种非多项式拉氏函数理论，所以，首先我想讲讲非多项式拉氏函数理论技术上的问题。我将说明 $\log G_N$ 是如何出现的。然后指出，如果处理普通的电动力学，由于重力场的影响，电荷和电子自能两个老问题都解决了。而且可以看到，这些无穷大

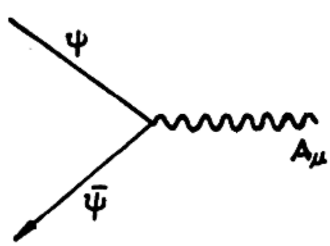
的消除是用通常的方法消去的。我想从另外一个角度来讲爱因斯坦理论。爱因斯坦方程是描述自旋为 2 的粒子的，在自然界中除了引力子之外还有许多自旋为 2 的粒子。过去两年以来发现了自旋为 2 的粒子的九重态，它们的相互作用常数是 1 而不是10^{-44}。没有理由说不能用爱因斯坦方程来描述这些自旋为 2 的核作用粒子。爱因斯坦理论是一个很漂亮的理论，没有理由说它只能描述一种自旋为 2 的粒子，而对其它自旋为 2 的粒子就不适用。所以我把爱因斯坦方程用于自旋为 2 的核作用粒子，我把引力子称为 g 粒子，而把自旋为 2 的核作用粒子称为 f 粒子。我们知道，f 粒子与 g 粒子量子的数完全一样，没有任何理由禁戒它们之间的相互转化。因此，我假设引力场与物质的相互作用是通过 f 粒子与 g 粒子的相互转化来进行的。进一步可以设想，核物理现象可以象引力场现象一样来处理，其区别只在于相互作用常数对一种现象来说是 1，而对另一种现象来说是10^{-44}而已。在过去三个月中我们沿着这途径进行研究，发觉可以自动得到 $SU(6)$ 对称性。北京的朋友和我们在 65—66 年间都在这方面工作过，大家都清楚，虽然 $SU(6)$ 是一个很好的对称性，但是存在着一个

很大的困难，就是无法写出 $SU(6)$ 不变的粒子动能项。现在，把 $SU(3)$ 对称性和爱因斯坦方程结合起来，就自动得到 $SU(6)$ 对称性。这说明，如果我们不认真研究爱因斯坦的理论，我们许多最初的想法和感觉是不对的。这个工作是最近三个月以来做的，还未曾报告过，我很高兴在北京作第一次的报告，特别是65年北京的朋友们在这方面做过大量的漂亮的工作。最后张文裕教授要我讲讲规范场理论，我知道不久以前杨振宁讲过这方面的问题，所以我讲得简单些，讲杨振宁访问之后的最近的工作。

这就是我的报告的提纲。

一、非多项式拉氏函数理论

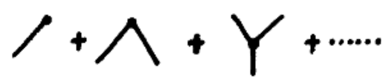
首先讲一下和非多项式拉氏函数有关的计算上的问题。我们对狄拉克 (Dirac) 拉氏函数 $\bar{\psi} A_\mu \gamma_\mu \psi$ 都很熟悉，这是个多项式的拉氏函数，是三个场量的乘积，非常简单。我作学生的时候就有这么些问题：为什么自然是如此地头脑简单？为什么只有电子和光子跑到一起的时候才发生相互作



用？在数学书上有成百万个可能的数学表示式，为什么自

然偏偏采取了这么一个头脑简单的形式？例如，为什么不采取指数类型？再说指数函数也很简单漂亮。问题在于在多项式拉氏函数中，只有有限的场参与作用，例如上面写的狄拉克拉氏函数中，只有三个场，而在非多项式拉氏函数中，例如几百个或更多的场一起作用都是可能的。当然，κ 以方次出现，它的量纲是 $\frac{1}{m}$，如果 κ 很小，比如说，

$$e^{\kappa\phi} = 1 + \kappa\phi + \frac{(\kappa\phi)^2}{2!} + \frac{(\kappa\phi)^3}{3!} + \cdots\cdots$$

$= 1 +$ 

$\kappa = \sqrt{G_N} \sim 10^{-22} m_e^{-1}$ 那么，四、五个粒子一起相互作用的几率就很小。这就是为什么人们习惯于忽略非多项式拉氏函数的高次项的原故。重要之点在于，存在着一大类的拉氏函数是非多项式的，例如：

(i) Chiral 拉氏函数，它对于

$$\underset{L}{SU}(2) \times \underset{R}{SU}(2)$$

具有不变性：

$$\mathscr{L} = \frac{(\partial \underline{\phi})^2}{1 + \kappa^2 (\underline{\phi})^2}$$

你们可以看到这是非多项式的，其中 κ 是相互作用常数，

叫做 minor constant：

$$\kappa \sim \frac{1}{\text{质量}} \sim \frac{1}{m_\pi}$$

我不准备详细讨论这个拉氏函数，我想较详细地讨论爱因斯坦的引力场理论，这是一个非多项式的理论

(ii) 爱因斯坦引力场论。

$$L = \frac{g^{\mu\nu}}{\sqrt{-\det g^{\alpha\beta}}} \cdot (\Gamma^{\alpha}_{\mu\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}\Gamma^{\beta}_{\nu\beta})$$

我们知道当指标上下移动时，$g^{\mu\nu}$ 与 $g_{\mu\nu}$ 是互逆的，例如，

$$g^{\mu\nu} = (1+\kappa\phi)^{\mu\nu}$$

$$g_{\mu\nu} = \left(\frac{1}{1+\kappa\phi}\right)_{\mu\nu}$$

只要我们记住它们彼此互逆，我们就可以得到非多项式的拉氏函数。搞引力论的人喜欢同时用 $g_{\mu\nu}$ 和 $g^{\mu\nu}$，这样，看起来似乎是多项式的，其实并不如此。现在我要严格区别这两种张量。令

$$g^{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\beta} + \kappa h^{\alpha\beta}$$

其中 $\eta^{\alpha\beta}$ 是闵可夫斯基 (Minkowski) 度规：

$$\eta^{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}1&&&\\&-1&&\\&&-1&\\&&&-1\end{pmatrix}$$

$h^{\alpha\beta}$ 是引力场，κ 是相互作用常数

$$\kappa=\sqrt{G_N}\,m_e^{-1}\sim10^{-22}m_e^{-1}$$

$$\frac{1}{\kappa}\sim10^{18}\text{BeV}$$

定理 非多项式拉氏函数

$$L=e^{\kappa\phi}\bar{\psi}A_\mu\gamma_\mu\psi$$

所有的矩阵元都不发散，老的发散困难 $\log\infty\rightarrow\log\frac{4\pi}{\kappa m}$。

说明 按照老的狄拉克—麦克斯威尔（Maxwell）拉氏函数 $\bar{\psi}A_\mu\gamma_\mu\psi$ 的计算结果，大部分的矩阵元不发散，但也有一些发散，这是量子电动力学里的老问题。这问题在七十年以前罗仑兹（Lorentz）就发现了，他的计算结果表明电磁质量是线性发散的：$\delta m=e^2/r$，这样当电子半径 $r\rightarrow0$ 时，$\delta m\rightarrow\infty$。其后魏斯柯普夫（Weisskopf）用量子电动力学计算出 $\frac{\delta m}{m}=e^2\log\gamma$ 这样，当 $\gamma\rightarrow0$ 时，发散是对数性

的。我要讲的是，如果把狄拉克—麦克斯威尔拉氏函数改成 $e^{\kappa\phi}\overline{\psi}\gamma A\psi$，那么出现的 r 是电子的史瓦(Schwarzschield)半径，老的发散变成：

$$\log\infty\to\log\frac{4\pi}{\kappa m}$$

不难看出，当 $\kappa\to0$ 时，老的发散困难重新出现。所以，七十年以前计算电子的电磁质量时出现的问题，在于忽略了引力场的影响。

我们的工作的程序大致如下：首先计算传播函数：

$$\langle e^{\kappa\phi(x)}e^{\kappa\phi(o)}\rangle_{+}=e^{-\kappa^2/x^2}$$

$$x^2=x_0^2-\vec{x}^2$$

将等式右边对 κ^2 展开，它变成

$$=\sum_0^\infty\frac{1}{n!}\left(-\frac{\kappa^2}{x^2}\right)^n$$

可以看出，所有发散均来自 $x^2\to0$ 的区域。如果把 n 截断，那么这个发散就太可怕了。但是，如果把所有的项都考虑进去，发散是轻微的。这里 $x^2=0$ 是主要奇点。如果可以进行解析延拓，那么在合适的方向使 $x\to0$，便有 $e^{-\infty}\to0$。这样，我们得到一个教训，对引力场要认真处理，在使用

费曼方法时不能只对一个两个引力子的交换求和，而要对所有的引力子的交换严格求和。这就导致 $\ln\kappa$ 的出现。所以很重要的一点是利用索末菲尔—瓦生（Sommerfeld—Watson）变换将传播函数变成

$$\langle \quad \rangle_{+} = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{1}{\Gamma(z+1)}\left(-\frac{\kappa^{2}}{x^{2}}\right)^{z}\frac{dz}{\sin\pi z}$$

这传播函数再通过利用盖尔方特（Gelfand）公式

$$\int\left(\frac{1}{x^{2}}\right)^{z} e^{ipx} d^{4}x = \frac{\Gamma(2-z)}{\Gamma(z)}\left(\frac{1}{p^{2}}\right)^{2-z}$$

进行富氏变换。只要 $0<Rez<2$，这个公式是严格成立的。然后可以用来作解析延拓。其不确定性可用雷曼（Lehman）假设来去除。

二、引力论及无穷大的消除

在作进一步的讨论之前，我想讲一个具体的细节，就是四脚标架（Vierbein）引力场形式。

之所以引进四脚标架，因为它可以表明，尽管相互作用常数 $\kappa_{g}\sim10^{-22}m_{e}^{-1}$ 很小，但是起作用的是 $\log|\kappa_{g}m_{e}|^{2}$，它是一个大数。这样，引力理论对基本粒子物理学说是重要的。

所谓四脚标架引力场，就是把 $g^{\mu\nu}$ 写成如下的形式：

$$g^{\mu\nu}=L^{\mu a}L_{;a}^{\nu}$$

L 是 g 的“平方根”。正如在狄拉克理论中对1作置换 $1=\gamma_\mu\gamma_\mu$，当引力场引进时，γ_μ 变成 $L^{\mu a}\gamma_a$，这时电子的拉氏函数是

$$\mathscr{L}=\frac{1}{(-\det L)}\bar{\psi}L^{\mu a}\gamma_a(\partial_\mu-iB_\mu^{ab}\sigma_{ab})\psi$$

其中 σ_{ab} 是自旋张量，B_μ^{ab} 是时空联络，为协变微分所要求的

$$B_\mu^{ab}\approx L^{ac}\partial_\mu L_{bc}$$

这样，在考虑到引力场时，拉氏函数除了 ψ 以外，还引进了两个量：L 和 B，引力场和引力场的微商。请大家注意这个表达式，它对于 $SU(6)$ 对称性的得出是很重要的。电磁场的引进，可通过 $\partial_\mu\rightarrow\partial_\mu-ieA_\mu$ 进行。

我是在定域的意义下引入引力场的。设

$$L^{\mu a}=\eta^{\mu a}+\kappa h^{\mu a}$$

则

$$L_\mu^a=g_{\mu\nu}L^{\nu a}$$
$$=\eta'_{\mu a}+\kappa\cdots\cdots+\kappa^2\cdots\cdots+\kappa^3\cdots\cdots+\cdots\cdots$$

它是一个无穷级数。考虑指数参量化的情况，也就是把 L 写成

$$L^{\mu a}=(\exp\kappa\overline{\gamma^{cd}h_{cd}})_{\mu a}$$

这样，当在 $\kappa\to 0$ 的极限下，

$$L^{\mu a}=\eta^{\mu a}+\kappa h^{\mu a}+\cdots\cdot$$

可以证明，在贾菲(Jaffe)的意义下这个理论是因果的。贾菲指出非多项式理论分为两类：1）定域理论，它具有因果性，例如：

$$\mathscr{L}=e^{\kappa\phi}$$

2）非定域理论，它是非因果性的，例如

$$\mathscr{L}=\frac{1}{1+\kappa\phi}$$

在定域的意义下的引力场理论具有指数型的拉氏函数

$$\mathscr{L}_{\text{Einstein}}=f(L)$$

其中 $$L=e^{\kappa h}$$

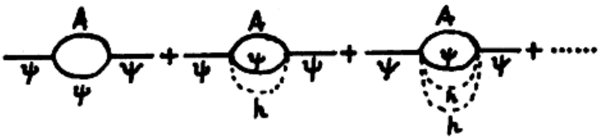
这样 $$\mathscr{L}_{\text{物质+引力}}=\frac{L\bar{\psi}A\psi}{\det L}$$

$$\approx ee^{\kappa h}(\bar{\psi}A\psi)$$

其中e是电荷，$e^2=\dfrac{1}{137}$。从这个拉氏函数出发，我们证

明，电子的质量有限，指数项起截断的作用。

计算电子的自能，其费曼图是



第一项是人们通常计算的，重要的是把所有的引力子的交换图形都考虑进去。由于：

$$(\bar{\psi}\psi) = -(\gamma\partial + m)\frac{1}{x^2}$$

$$(AA) = -\frac{1}{x^2}$$

$$(hh) = -\frac{1}{x^2}$$

所有的引力子交换的求和给出：

$$(e^{\kappa h}e^{\kappa h}) = e^{-\kappa^2/x^2}$$

于是有：

$$\delta m = e^2\int \frac{1}{x^2} e^{-\kappa^2/x^2}(\gamma\partial + m)\frac{1}{x^2} e^{ipx} d^4x \Big|_{\substack{p^2=m^2 \\ \hat{p}=m}}$$

取一个典型项来作为例子，看看计算是如何进行的。取等式右方正比于m的项，它的贡献是

$$\frac{\delta m}{m}=\alpha\int e^{-\kappa^2/x^2}\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 e^{ipx}d^4x\Big|_{p^2=m^2}$$

$$=\alpha\int\frac{1}{\Gamma(z+1)}\frac{1}{\sin\pi z}(-\kappa^2)^z\left(\frac{1}{x^2}\right)^{z+2}e^{ipx}dz\,dx$$

$$=\alpha\int\frac{1}{\Gamma(z+1)}\frac{1}{\sin\pi z}(-\kappa^2)^z\frac{\Gamma(-z)}{\Gamma(z+2)}\left(\frac{1}{p^2}\right)^{-z}dz$$

在 $z=0,1,2$ 等处，由于 $\Gamma(z)$ 及 $\sin\pi z$ 的原故，有双极点，经过计算，得到

$$\frac{\delta m}{m}\approx\alpha\left(\log(\kappa^2p^2)\right)_{p^2=m^2}+\alpha\kappa^2\log\kappa^2m^2+\cdots$$

$$\approx\alpha\left|\log\kappa^2m^2\right|$$

因为 κ 很小,所以只需保留第一项就可以了。由于 $\alpha\approx\frac{1}{137}$，$\left|\log\kappa^2m^2\right|\approx105$,这样便有：

$$\frac{\delta m}{m}\approx\frac{105}{137}\times\text{常数因子}\sim\frac{2}{11}$$

这里重要之点是 δm 与 m 同一数量级，也就是说，只考虑到 α 的一级效应，引力场的效应通过 $\alpha\left|\log\kappa^2m^2\right|$ 出现，给出了这个结果。

这样，就有希望实现罗仑兹最早的想法：电子的质量全由电磁质量所贡献,即 $\delta m/m=1$。实现这个想法，只有

把引力场也考虑进去才能做到，假如$\kappa=0$，就得不出来。

如果把α的高次效应也考虑进去，则应写作：

$$\frac{\delta m}{m}=\sum_n C_n(\alpha|\log\kappa^2m^2|)^n$$

尽管κ很小，但$\alpha|\log\kappa^2m^2|$近似地为$\frac{105}{137}$，因此所有的项都应当考虑进去。只考虑第一项得出的结果是$\frac{2}{11}$，如果把其它项都考虑进去，有可能得出$\frac{\delta m}{m}\sim 1$的预期结果。

也许可以把问题倒过来考虑：如果要求$\frac{\delta m}{m}\sim 1$，我们可以由此把α通过牛顿引力常数G_N计算出来，或者相反地，通过α计算出G_N。因此，我们得出为什么G_N是这样地小的原因：因为$\alpha=\frac{1}{137}$，而电子质量全部由电磁质量所贡献的话，那么就可以得到自然中两个基本常数α和G_N的关系：

$$\alpha|\log G_N|\sim 1$$

G_N必然很小。

如果你们问我们的理论中截断有多大，我的回答是