

编号 79-017

中国科学院工程力学研究所研究报告

空气冲击波作用下 浅埋框架结构的动力反应

熊 建 国 宗 福 兮
张 跃 勤 许 贻 燕

1979年5月

提要

本文简要地介绍了在地表空气冲击波作用下，浅埋于三种不同物理条件的三孔框架结构动力反应按有限元计算的主要结果。从自由场、介质与结构的相互作用、框架振动、结构周边荷载和框架内力等方面进行了比较全面的分析，并和设有土体的框架按动力和静力的计算进行了比较。结果的分析为提出比较合理的简化计算模型打下了基础。

说明：基建工程兵北京指挥部科研设计院朱悦明同志参加过部分计算工作，潘如鹤、王阜、王祥林同志参加过部分计算数据整理。基建工程兵北京指挥部科研设计院王云湘等同志对本报告提出过宝贵意见。

1. 概述

地表空气冲击波作用下，土中浅埋框架结构的动力反应取决于很多因素：应力波在土中的衰减，土拱效应，应力波遇结构后的反射和绕射以及土壤对结构的抗力等。应力波在土中的衰减是多年来受到很大重视的一个课题，不在本文讨论之列。对于浅埋结构，由于覆土层薄，土拱效应可以不予考虑。其它几个因素基本上可归结为土壤与结构的相互作用。土壤与结构的相互作用在土工、动力基础和地震工程等问题中，三十年代初即已开始研究，这些年来越来越成为一个广泛研究的重要课题。地表空气冲击波作用下土中浅埋结构与土壤的相互作用，在近二十年来，美苏等国虽然都进行了不少试验和近似理论分析研究，但进展不大，到目前为止，浅埋结构的抗爆设计，仍然采用古老的等效静载法⁽¹⁾。

弹性地基梁等的分析中普遍采用的文克尔假定，在土中浅埋框架的静力分析中也被广泛采用 Ganesan⁽²⁾、feetharamulu 等人⁽³⁾的分析表明，随着地基刚度系数的改变，基底反力的大小和分布将有明显的不同，但框架的弯矩所受的影响却是不大的。Lee 和 Brown⁽⁴⁾，Haire 和 Lee⁽⁵⁾以及 King⁽⁶⁾的分析都指出，在土壤框架相互作用分析中，采用文克尔假定是不适宜的。

也有不少人根据弹性地基抗力原理分析部分埋入结构在动力荷载下土壤与结构的相互作用问题⁽⁷⁾ ⁽⁸⁾。

动力荷载下，土壤对结构的效应，除了弹性抗力以外，还表现在介质对能量的空间辐射，这一问题在动力基础问题中研究的尤为广泛、深入。在 Reinner⁽⁹⁾的半无限空间表面刚性圆形基础的理论的基础上，Hsieh⁽¹⁰⁾提出了集中参数模型。Lymec 和 Richard⁽¹¹⁾提出了质量—弹簧—阻尼的拟似，尔后，

Navak 和 Beredugo(12) 根据上述原理以及 Baranov (13) 关于侧壁土壤作为独立的弹性薄层的假定，研究了部分埋入结构的动力反应。

Lg x ob (14), Poppitz 和 Fidz 等(15) 应用集中参数法原理对在地表空气冲击波作用下土中框架结构进行了分析。Lg x ob 在分析中假定侧墙刚度无限大，顶、底分别作为单质点体系，考虑介质的波动阻抗。Poppitz 等人的分析中，梁、板和墙都用等效集中质量代替，土壤用等效弹簧和阻尼器来代替。

以上所列举的各种方法，基本上可以归纳为两类：结构周边荷载给定（等效静载法）以及结构周边力与变位（或力与变位速度）的关系给定（这类方法可称为阻抗法）。但无论是哪一类方法，要给出荷载值或给出荷载与变位或变位速度关系（即刚度与阻尼系数），在理论上和实验上都缺乏可靠依据。因此，必须寻求其它有效的途径。

近十多年来，有限元方法提出之后，在空气冲击波作用下浅埋结构的有限元分析已取得了一些计算成果(16)(17)，但应用于浅埋框架结构的成果至今没有见到过。

本文全面地总结了地表面空气冲击波作用下土中浅埋结构动力反应按有限元计算的主要结果。计算中考虑了一维波与行波，不同场地条件（主要是不同底板垫层）的影响，从自由场、土壤与结构相互作用，结构振动，周边荷载和内力等几个方面进行了比较全面的分析，为提出比较合理的简化计算模型打下了基础。

2. 基本假定、计算方法和计算模型

2.1 基本方程

考虑到所研究的结构纵向尺寸远比横向为大，同时，地表空气冲击波传播方向与结构纵轴垂直且均匀分布。因此，可作为平面应变问题处理。

土壤结构离散化体系的运动方程可写为：

$$(M)\{\ddot{u}\} + (C)\{\dot{u}\} + (K)\{u\} = \{P_t\} \quad (1)$$

式中

$\{\ddot{u}\}$ 、 $\{\dot{u}\}$ 、 $\{u\}$ 分别为节点的加速度、速度和位移向量； $\{P_t\}$ 为节点力向量；

(M) 及 (K) 分别为体系的质量和刚度矩阵；

(C) 为体系的阻尼矩阵，计算中采用瑞雷阻尼：

$$(C) = \alpha(M) + \beta(K) \quad (2)$$

其中比例常数 α 和 β 与第 n 阶振型阻尼比 λ_n 之间的关系为

$$\lambda_n = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_n} + \beta \omega_n \right) \quad (3)$$

ω_n 为第 n 阶自振圆频率，若两个独立的振型的频率和阻尼比给定（一般取对反应起主要影响的最低振型和最高振型），则由上式可解出 α 和 β 。但是，最高振型的频率和阻尼比常难以确定，因此，一般取

$$\alpha = \lambda_1 \omega_1, \quad \beta = \frac{\lambda_1}{\omega_1} \quad (4)$$

式中， ω_1 和 λ_1 分别为整个体系的基频和对应的阻尼比。这

种取法将使高振型分量衰减过大，但在后面我们将会看到，对于我们所研究的情况，高频成分很小，这样处理带来的误差不大。

运动方程采用 Wilson 逐步积分法求解，并取 $\theta = 2$ ，这就保证了解的绝对稳定。

2. 2 边界条件

在土壤结构相互作用问题中，有限元法是用有限尺寸的模型来代替实际上的无限区域，因此，一般来说，计算模型应尽量取得大一些，以使得在模型边界自由场的条件能得到满足。但另一方面，我们感兴趣的只是很小的部分区域（结构）的反应，因此，我们可以放松要求，只要设法做到结构反应不致受到影响就可以了。因此，模型的最小尺寸以及采用什么形式的边界条件，是一个颇具实际意义的问题。Lysmer 和 Kuhlemeyer (18) 根据入射波在边界不应该产生反射的原则，提出了粘性吸收边界（或称无反射边界），即在边界上法向应力和切应力分别为：

$$\begin{aligned}\sigma &= a \rho c_p v \\ \tau &= b \rho c_s u\end{aligned}\quad (5)$$

式中 a 、 b 为无量纲数， ρ 为介质密度； c_p 和 c_s 分别为介质的纵波和横波速度。 v 和 u 分别为边界介质质点的法向和切向速度。计算表明，当取 $a = b = 1$ 时，无论波的入射角如何，这种边界对纵波和横波的能量的吸收能力分别可达 98.5% 和 95%。

计算中我们取计算模型尺寸与结构最大尺寸之比为 5:1，比较计算(19)表明，采用这种比例，只要边界条件选得适当，计算的结构反应有足够的精度。此外，根据一维波以及行波起地震情况的计算，水平向运动比垂直向小得多。因此，对于所有模型，侧面两垂直边界均取为不允许有法向移动的滚珠边界，模型底部也采用了法向无位移的滚珠边界（图 1.a），有一个模型采用前

述无反射边界（图 1.b）。以后所述表明，底部采用这两种不同的边界条件，对结构最大反应的影响是不明显的。因为框架底板垫层以下是基岩，通过框架传布的应力波的主要能量，对于所有模型都耗散在基岩以上的区域，入射到模型底部的能量只是很小一部分。无论是完全反射或完全吸收，对结构反应影响很小。

2.3 介质动力特性

岩石和土壤，特别是土壤，具有非常明显的非线性应力应变关系，因而，非线性或塑性分析越来越被人们所重视。但为了计算简便，等效线性分析（20）（21）也仍然有相当的实际意义，等效线性分析中，描述土壤动力性能的主要参数是模量、阻尼比和泊松比。泊松比一般假定与静力情形相同。由应力应变滞回曲线的两极点的连线的斜率而得到等效模量；滞回曲线所包的面积（耗能）与对应的弹性应变能之比除以 2π ，而得到等效的粘性阻尼系数（见图 2），严格讲，等效模量和等效阻尼与应变大小有关，特别是当应变大的时候。但在我们所研究的情形结构附近介质的应力值变化范围不大，而远区（框架底部和两侧）虽应变小些，但其参数的变动对结构本身的反应影响不如近区来得灵敏，因此，为计算简便我们近似地取这些值为常量。在计算中，还进一步假定了结构与介质的阻尼比相同。这样，对土壤的阻尼是偏于低估的。

2.4 计算模型和参数

在确定模型时，还考虑了以下几种情况：

a) 沿整个地表面同时均匀分布的空气冲击波（简称一维波）以及沿地表有幅值和时间特性保持不变异的以等速行进（冲击波速度为 344 m/s ）的空气冲击波（简称行波）。空气冲击波时间

特性图见图3。

b) 框架底板与基岩之间有不同的垫层。

共计算了四种模型，各种模型，框架结构的几何尺寸，埋设深度均相同。模型的种类见表1，模型的剖面见图4，其它基本特性见表2。

框架为钢筋混凝土结构，采用折算模量作为等效的匀质体计算。

除了上述土中有浅埋结构的模型（简称整体模型）外，为了进行比较分析，还计算了土中没有结构的模型（自由场）（计算的模型种类见表），以及框架结构在整体模型计算所得周边荷载作用下的计算模型（简称单框架模型）。

整体模型的单元划分见图5。

3. 主要结果

3.1. 地表空气冲击波作用下，自由场运动和应力。

3.1.1. 应力波沿深度的衰减

$$\text{当地表作用有 } P(t) = 1.61 \left(1 - \frac{t}{2.11}\right) e^{-1.06t}, \text{ 以 } U = 412 \text{ m/s}$$

速度掠过地表，而介质的弹性模量 $E = 48.4 \text{ kg/cm}^2$ ，不同阻尼比时垂直压力随深度的衰减示于图 6，表明：阻尼比越大，垂直压力衰减越大，但越过一很小深度（约 1m）以后，各衰减曲线基本平行，并且，比较小的阻尼比（ $\zeta = 0.02$ ）也同样产生明显的压力衰减，这说明，压力衰减除了介质本身的阻尼以外，能量的空间辐射（称为辐射阻尼或几何阻尼）也是一个非常重要的因素。

图 7 是不同弹性模量和阻尼比情形下的计算结果。当 ζ 在 $0.021 \sim 0.044$ 之间， E 在 $48.4 \sim 193.4$ 之间变动时），介质（材料）阻尼比的增高，对压力衰减的敏感度并不比弹性模量的增高（因而辐射阻尼降低）对压力衰减的敏感度来得大。

在实际问题中，空气冲击波在土中的衰减的估算，美国按照以下公式（1）

$$P_z = \alpha_z P_0 \quad (1)$$

式中 P_0 — 地表空气冲击波超压峰值。

P_z — 地表下深度为 Z 尺处的应力波峰值。

α_z — 衰减系数

$$\alpha_z = \frac{1}{1 + \beta/L_w} \quad (2)$$

$$L_w = 230 \text{ ft} \left(\frac{100 \text{ lb/in}^2}{P_0} \right)^{1/2} \left(\frac{W}{1 \text{ M.T}} \right)^{1/3} \quad (3)$$

W — 爆炸的 TNT 当量。

在 1972 年美国海军土木工程实验室所发表的资料 (22) 中对上式中的参数作了某些修改。

$$P_0 = 3450 \frac{lb/in^2}{in^2} \left(\frac{1000 ft}{R} \right)^3 W \quad (9)$$

R — 至爆心的距离

$$\alpha_2 = \frac{t_d/t_{50}}{1 + Z/L_W} \quad (10)$$

$$L_W = 3.7 ft W^{1/3} C_d P_0^{-1/2} \quad (11)$$

式中： t_{50} — 使用超压 50% 处在时间轴上距离 (s)

t_d — 使用超压的有效持续时间 (s)。

$$\frac{t_d}{t_{50}} = \begin{cases} 1 & \text{对于 } P_0 < 10^3 \text{ PSI} \\ 27.5 / P_0^{0.41} & \text{对于 } P_0 > 10^3 \text{ PSI} \end{cases}$$

C_d — 地层中应力波的速度 (fps)

苏联也用式 (6) 来估算土中应力波的峰值，但衰减系数用下式来定 (23)

$$\alpha_2 = 1 + \sum_{m=1}^n \frac{(-1)^m Z^m 2(Y_c^2 - 1)^m}{C_d^m t_d^m ((Y_c + 1)^{m+1} - (Y_c - 1)^{m+1})} \frac{n(n-1) \dots (n-m+1)}{m!} \quad (12)$$

式中： $Y_c = \begin{cases} 3, \text{ 对土介质} \\ 2, \text{ 对岩石} \end{cases}$

国内有的建议

$$\alpha_2 = e^{-\beta Z} \quad (13)$$

式中： β — 衰减指数

实际上，式 (7) 和 (10) (当 $Z/L_W < 1$ 时)，(12) 和 (13) 都可以分别展成幂级数的形式。但是要指出，式 (7) 或 (10) 是根据弹性理论考虑空间散射后得到的，通过调节参数 L_W 来使 P_2 与实测结果相接近，公式本身没有考虑介质的材料阻尼；式 (12) 是

根据一维弹塑理论计算推导出来的，没有考虑几何阻尼的影响。前面的有限元计算结果以及其他二维分析都表明，材料阻尼和几何阻尼都是必须考虑的。因此，我们建议采用下面的计算公式：

$$P_2 = \frac{e^{-\beta z}}{1 + z/L_2} \cdot P_0 \quad (14)$$

式中 β 是决定于介质非弹性性质的常数， L_2 反映地表冲击波和介质特性的常数，式中因子 $\frac{1}{1 + z/L_2}$ 表示能量的空间辐射。 $e^{-\beta z}$ 项表示一维波的非弹性能量吸收，简单推导如下：

假定一杆已截面处质点压力为 P_2 ，当应力波通过厚度为 dz 的薄层后，压力幅值降低了 dP_2 ，我们假定：

$$-\frac{dP_2}{P_2} = \beta dz$$

根据边界条件 $z=0, P_2=P_0$ 即得

$$P_2 = P_0 \cdot e^{-\beta z}$$

弹性阻尼体中平面波传播的理论分析(24)表明压力的衰减系数按指数规律，并且上式中 $\beta = \frac{n}{cp}$ ($n = \gamma/2\pi$, n —阻尼系数, γ —介质密度)。

在深度 z 处，介质中垂直压力的升压时间美国 Hattiwang (25) 建议按下式计算

$$t_{ff} = \frac{z \operatorname{co} \theta}{2 \operatorname{co} \theta} \quad (15)$$

式中 θ —应力波阵面与地面夹角， $\theta = \operatorname{co} \theta / v$ 。

我国交通部(26)建议(参考苏联的结果)：

$$t_{ff} = t_{ff0} + \frac{z}{c_0} (\gamma_c - 1) \times 10^3 \text{ ms} \quad (16)$$

表3为 $E = 48.4 \text{ kg/cm}^2$, $\mu = 0.02 \sim 0.05$ 的均匀介质, 有限元计算与按公式(15),(16)计算结果的比较, 说明在深度小时, 有限元计算结果与公式(16)所得比较接近, 而当深度增大(大于1.7米)时, 相差较大。

3.1.2. 介质质点运动加速度随深度的衰减

图8为不同模量与阻尼比时垂直向最大加速度随深度的衰减, 与图7相比, 可见加速度衰减比压力衰减快得多。此外, 对于E和μ的变化, 加速度比压力要敏感得多, 并且所受影响是相反的。这是因为加速度与速度及升压时间都有关系, 而根据一维波理论及前述结果, 速度(也与压力成正比)和升压时间分别随深度增加而降低和增长的。

3.1.3. 行波的影响

在均匀弹性介质中, 我们知道, 在行波情形, 由于介质中应力波波阵面的坡度和传播速度都不变, 同一深度, 离爆心不同距离的各点的压力、速度和加速度的峰值是不变的, 各点的反应只是一个时差, 这个时差即等于该两点的距离除以空气冲击波在地表的行进速度。在我们所计算的均匀弹性体阻尼介质中, 也得到与此类似的结果。表4列举了地震冲击波超压为 1.61 kg/cm^2 、速度 $V = 412 \text{ m/s}$ 传播时, 三种不同介质中离地表5米, 相距均为7.5米的点的计算结果。可以看到, 在低阻尼介质中, 传播速度不因阻尼的大小而改变。

3.1.4. 半无限分层介质中波的传播

丁·Z. Sachman(25)对于分两层的半无限弹性体表面有法向荷载以恒定的超地震速度移动的情况, 用势函数法求解自由场, 得到如下主要结果。

(1) 当荷载为阶跃压力脉冲时, 无论是表层或下卧层, 都是在多次反射和折射之后出现应力峰值, 此峰值比单独由表层或下

卧层所构成的弹性半空间中所产生的应力最大。

(2) 当荷载为指数衰减型脉冲时 $P(t) = P_0 \left[\exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right] H(Ut)$ (λ 为第一层介质的厚度, α 为衰减因子 H 为某一函数, 介质 x 点的应力峰值出现在地表荷载所产生的第一次讯号到达该点的时刻。所以当衰减因子较高时 ($\alpha > 0.2$) 表层中介质 x 点的峰值压力可以从表层介质所构成的均匀半空间的解答来确定, 而下卧层中的最大应力, 则需有两层界面上的一个单独的弹性波的折射来求, 由于波的折射, 比单独 (均匀) 半空间中的最大应力要高。

动力基础的大量分析 (28) 表明, 在均匀地层情形, 与辐射阻尼相比, 材料阻尼可忽略不计, 但对于成层场地情形, 材料阻尼的考虑也成为必要。

我们用有限元分析计算了由四层平行分层所构成的地层, 从地表往下, 模量逐渐增大, 地表受到等速移动的空气冲击波作用。计算所得峰值压力和加速度的衰减见图 9a 和 9b。可以看出在第一、第二层内有较明显的反射效应, 但以后, 例如第三、四层, 模量相差达 20 倍, 反射效应并不明显。这可用前述的 Bachman 的结果来解释, 即波到达第三层以后衰减因子增大了, 加速度是随深度不断衰减的, 衰减速度比均匀地层时还快。

3.2. 地下结构的振动

地上结构的振动特性, 一般都比较清楚, 对于地下结构, 人们却非常缺乏认识。地下结构在应力波作用下产生运动, 反过来, 结构的运动又影响到它所受的力的大小和特征。在很多情形, 了解结构的绝对运动或结构各组成构件间的相对位移也是重要的。

Allegood (25) 分析了浅埋结构的运动, 将结构以及顶板上覆土作为一个集中质点, 它同时受到地表空气冲击波所引起的荷载, 来自底板的反力以及土壤的有效拱前应力等三种力的作用。

计算结果与野外试验结果相比较，位移相当接近，但加速度相差比较大。Liss 等人(15)研究了顶板与地表处于同一水平面的框架的反应。框架各组成构件分别用多个集中质点代替，土壤用与结构壁相垂直的弹簧和阻尼来代替。计算指出，这种结构的运动主要包括两部分：刚体运动和挠曲振动。他们还比较了所取质点的数目对计算精度的影响。认为，由于土壤对高频衰减影响很大，土中梁，板结构可模拟为单质点体系。Chandrasekaran 等人(7)对于半埋设的封闭式圆筒形结构，用一维多质点模型，土壤用等效铅垂向弹簧代替进行地震反应分析。计算表明，对于体系的第一振型，当土壤很软时，主要是土壤变形，结构如同刚体一样；当土壤很硬时，主要是结构变形。在第二阶振型中，软土时，主要是结构变形；硬土时，主要是结构底部土变形，侧壁土有一定影响。二阶以上振型，土壤影响可以略去不计，特别是软土情形。

以上各种分析，都是通过某种等效的办法，间接地考虑土壤的作用，分析中所用的假定或所取的参数都缺乏充分根据，当然，也为我们提供了一些关于地下结构振动特性方面的初步的认识。

3.2.1. 土中浅埋框架结构的振动特点

根据有限元计算，在地表空气冲击波作用下，地下浅埋框架结构的振动有以下特点：

(1) 框架结构的垂直向运动由以下几个部分所组成，即：

整个框架结构的刚体平移；

由于侧壁与相邻土壤间的摩擦以及框架两端较大的刚性而形成的如同两端点有较刚性支承的弹性地基梁一样的整体挠曲；

顶板和底板分别如同连续梁一样在各跨的局部挠曲；

以上从图10是看得很清楚的，后述波形图也都充分说明如此。

在行波作用下，还伴随着整个框架的刚体转动（见图 11）。

(2) 在突然上升然后按指数衰减的地表冲击波压力作用下，土中框架结构，在初期呈现不规则的瞬息反应，以后，紧接着便是整个框架结构在垂直向作有衰减的周期性振动。（图 2）对于加速度，还明显地反映出一个较高频率的成分（图 13）。

(3) 土中浅埋框架的挠曲振动与周边受分布力的地上框架振动的振型非常相似。图 14 是模型 NQ 11 在 $t = 31.2$ 及 65 ms 两个时刻，根据框架外周边计算点和中柱计算点而得到的框架变形曲线。

图 15 是顶板中跨中点和边跨中点相对于侧墙的位移波形，它反映了顶板的挠曲振动特性，与这两点的绝对位移波形（图 12）相位差很小，这说明，框架挠曲振动的振型与刚体平移振型具有相同的频率和相位。这对于地上结构是不可理解的，但在地下框架结构情形，由于土与结构的相互作用，结构的挠曲振动方向决定于周边荷载方向，而后者又决定于刚体平移方向。由图 15，并结合图 14、23 等可进一步得到说明。

(4) 顶、底板的最大速度和加速度分布曲线（图 10 b）与最大位移分布曲线（图 10 a）十分相似，并且，同一运动量几乎都在同一时刻到达最大值。还有，顶、底板的波形图非常一致，都说明刚体平移是主要的。因此，有理由认为，在松软垫层时，不仅对于位移，即使对于高频影响很大的加速度而言，都可以只考虑结构整体运动的影响。

(5) 行波情形，框架仍然呈周期衰减振动。顶、底板在同一铅垂线上对应点振动相位相同，同一水平线上不同位置点振动初始相位差即相当于波阵面扫过各点的时差，与自由场所得结果是一致的。但随着时间的推移，不同点的相位差逐渐缩小（图 16）。

(6) 结构底板下采用坚硬垫层，使框架振动性状发生明显的

转变。这时，整体振动，特别是整体挠曲，已经变得很不明显，而局部挠曲，特别是顶板的局部挠曲成为主要分量（图 17）。顶板各点挠曲差别很大，但仍基本保持相位差恒定的、相同周期的衰减振动。底板各点虽然也近似于周期衰减振动，但不像顶板那样规则（图 18）。

从表 5、6 各模型在某一特定时刻的变形特征，可进一步看出垫层的重大影响：

a. 松软垫层时，框架垂直向变位中，占主要成分的是刚体平移，并且，其中主要是由于垫层变形所造成，其次是整体挠曲，局部挠曲不大；坚硬垫层时，框架顶板绝对位移比松软垫层时将近小一个数量级。但构成顶板位移的主要因素是顶板本身的局部挠曲，其次是基岩变形，整体挠曲可以不考虑，底板则主要是刚体平移，但结合图 17，可知，局部挠曲影响也是不可忽视的。

b. 侧墙的变形很小，特别是松软垫层时，完全可以略去不计。

(7) 水平向运动，在一维波情形，与垂直向相比，小得很；但行波情形，水平向运动达到与垂直向可相比较的程度（见表 7）。从图 19 反映出侧墙水平向运动除了存在一个与垂直向几乎相同的振动周期外，还有一个高频分量，行波情形（图 19）反应初期，高频成分比较明显，框架变形引起的运动是主要的，以后，即转变为主要是整体振动了，坚硬垫层的情况也类同（见图 20）。

(8). 由于框架结构的存在，介质各点的变形和运动状态受到很大扰动，向下位移，向下速度和向上加速度增大了，向下加速度减小了。扰动区域的大小就位移来说，从框架外壁往外垂直向相当于框架宽度的 3.5 倍，水平向相当于框架高度的 4 倍；就加速度来说，上述相应比例均约为 1.5 倍；速度扰动介于位移与加速度之间（图 21、22）。

3. 2. 2 动力刚度

松软垫层时，框架底板垂直向应力和位移之间有很好的线性关系。图23是模型N2 II 的底板中跨中点②的压力和位移波形，两者非常一致。表8是边跨中点④和中跨中点⑤在各波峰时刻的压力和对应位移值之比（我们称之为动力刚度或动力压缩模量K）。点④的K值比点⑤高是因为点⑤的位移中包含着比较大的整体挠曲成分。压力波形与位移波形纵坐标成一定比例并不是在所有情形都如此，但我们发现，对于松软垫层，不论是一维波或行波，底板上垂直压力和位移都是在同一时刻（少数点相差不过2ms）出现最大值。对于硬垫层的顶板也有同样的情况，因此，我们也可以根据最大压力和位移值来求刚度。各个模型所得结果示于图24。

这时，同一模型各点所得刚度有一定的离散性，但从中仍可取得某些近似的结果。我们定义两种刚度：刚体平移刚度以及平均刚度。前者是根据框架两端点所得刚度取其平均值，后者是根据整个框架底（顶）板各点刚度的近似平均值，所得结果如表9。

这些结果与后述表10所列按静力推算的层间刚度比较一致，松软垫层情形的刚度值与日本和苏联在动力基础中所建议采用的地基刚度系数（29）[30]值非常接近，但按照我国动力基础设计规范（31）得到的结果比它高四倍。

上述情况——底部压力与位移成比例，之所以出现，我们作如下解释。根据弹性半无限空间理论我们知道，为了分析半无限表面的刚性基础在动力荷载下的沉降，土壤对基础的作用可用弹簧和阻尼器代替（33），在我们的情形，底板以下的介质可以近似看作是刚性半空间（基岩）上一弹性层（垫层），当此弹性层很松软并且厚度很小时，入射波在遇到基岩以后，大部分能量反射回来，空间辐射能量很小，因此，介质的作用用弹簧代替便可以