



关于超导电的几个问题



南京大学物理系低温物理教研室
中国人民解放军武字 251 部队

一九七五年四月

目 录

第一章 I类超导体基本特性

- § 1. 理想导电性(零电阻性)(1)
 - (一) 理想导电性.....(1)
 - (二) 持久电流.....(1)
- § 2. 完全逆磁性(3)
 - (一) 完全逆磁性.....(3)
 - (二) 完全逆磁性是独立的特性.....(4)
 - (三) 穿透深度.....(5)
- § 3. 临界参数(6)
 - (一) 临界温度.....(6)
 - (二) 同位素效应.....(7)
 - (三) 临界磁场.....(7)
 - (四) 磁化曲线.....(8)
- § 4. 超导态的自由能(9)
- § 5. 超导电性的物理图象(11)
 - (一) 正常金属的自由电子模型.....(11)
 - (二) 声子作用.....(12)
 - (三) 库伯对.....(14)
 - (四) BCS图象.....(15)

第二章 I类超导体

- § 6. 界面能(18)
 - (一) 界面能.....(18)

(二) 界面能的正负	(20)
§ 7. I类超导体	(21)
(一) 上、下临界磁场	(21)
(二) 涡旋和涡旋阵列	(22)
(三) 磁化曲线	(24)
(四) 流阻	(25)
§ 8. 硬超导体	(27)
(一) 硬超导体	(27)
(二) 临界电流密度	(27)
(三) 临界态	(28)
(四) 磁化曲线	(29)
§ 9. 临界态的计算	(31)
(一) 基本方程	(31)
(二) 比恩模型	(32)
(三) 基姆模型	(34)

第三章 稳定性问题

§ 10. 问题和对策	(36)
§ 11. 天然稳定材料	(37)
§ 12. 热和磁的扩散	(38)
(一) 扩散方程	(38)
(二) 扩散系数的数量级	(39)
§ 13. 绝热条件下的稳定性	(39)
(一) 稳定判据	(39)
(二) 磁通跳跃场强	(42)
(三) 薄带和细线	(43)
§ 14. 复合导线	(44)
(一) 基体的耦合作用	(44)

(二) 临界长度	(46)
(三) 耦合的消除	(48)
(四) 自场的偶合作用	(49)
§ 15. 动态稳定	(49)
(一) 复合导线	(50)
(二) 扁带	(50)
§ 16. 熔稳定	(53)
(一) 原理	(53)
(二) 条件	(54)
(三) 计算	(54)
§ 17. 冷冻稳定	(58)
(一) 原理	(58)
(二) 条件	(58)
(三) 氦浴散热	(59)
(四) 其他因素	(61)
§ 18. 磁通湮灭	(61)
§ 19. 磁体的退化和锻炼	(62)
(一) 退化现象	(63)
(二) 锻炼效应	(64)

第四章 交流损耗

§ 20. 磁滞损耗	(66)
§ 21. 磁滞损耗的估算	(67)
(一) 没穿透的交变磁场	(67)
(二) 穿透的交变磁场	(68)
(三) 交变传输电流	(71)
(四) 穿透的磁场且有传输电流	(73)
(五) 复合导线	(74)

§ 22. 交流损耗的测量	(75)
第五章 釘扎与临界电流	
§ 23. 釘扎力	(78)
§ 24. 主要实验结论	(81)
§ 25. 釘扎机理	(83)
(一) 凝聚能釘扎	(83)
(二) 鏡象力釘扎	(85)
(三) 弹性能釘扎	(86)
(四) 高 K 釘扎	(87)
(五) 涡旋线阵的性质对釘扎的影响	(87)
§ 26. 釘扎力的测量方法	(88)
(一) 磁化曲线法	(89)
(二) 空心圆柱法	(89)
(三) 霍尔探针法	(89)
(四) 交变磁场法	(89)
(五) 力学法	(90)
§ 27. 增强釘扎的一些方法	(90)
(一) 合金材料	(90)
(二) 化合物材料	(92)
§ 28. 峯效应	(93)
附录一 伦敦方程	(95)
附录二 电磁场的能量密度	(98)
附录三 熵	(100)
附录四 提高 T_c 的問題	(101)
附录五 J_c 的测量	(103)
附录六 方程(9-1)的推导	(106)
附录七 磁的扩散方程	(107)

第一章 I 类超导体基本特性

§ 1. 理想导电性 (零电阻性)

(一) 理想导电性

按照正常金属的电子论, 在常温下, 电阻率 ρ 跟温度 t ($^{\circ}\text{C}$) 之间的关系是,

$$\rho = \rho_0 + \alpha t \quad (1-1)$$

其中 ρ_0 是温度为 0°C 时的电阻率, α 是常数, 叫作电阻率的温度系数; 在低温下, 电阻率 ρ 跟绝对温度 T (单位用 K) 的关系是,

$$\rho = \rho_0 + AT^2 \quad (1-2)$$

其中 ρ_0 是 $T=0\text{K}$ 时的电阻率, 叫做剩余电阻率 (剩余电阻来源于材料内部的各种缺陷和杂质; 晶格振动的强弱依温度而定, 所以晶格振动导致的电阻跟温度有关)。

1911 年人们发现, 在 4.2K 附近水银的电阻率并不遵守公式 (1-2) 而是很快地 (在 0.05K 的范围之内) 下降到测不出来。当时估计电阻率小于 10^{-14} 欧·厘米。不久又把电阻率的上限改动为 10^{-20} 欧·厘米。目前最新的估计是电阻率 $\rho < 10^{-23}$ 欧·厘米。(对比: 电解铜在 4.2K 的电阻率为 10^{-8} 欧·厘米, 最纯的铜的剩余电阻率也有 10^{-9} 欧·厘米)。

现在已经有上千种元素, 化合物和合金, 当温度降到低于某个数值 (叫作临界温度, 具体数值依材料而定), 电阻率就转变为“零”。这种电阻率为零的性质叫作超导电性。

(二) 持久电流

由正常导体组成的回路中的电阻不为零，而电阻意味着电能的损耗(转变为热)。这样，如果没有外电源不断补充能量，正常回路中的电流不可能持久，而是在极短时间(例如微秒)里衰减到零。

超导回路却没有电阻，也就是没有电能的损耗。一旦激励起电流，电流就可以持续地存在下去，无需外电源补充能量。

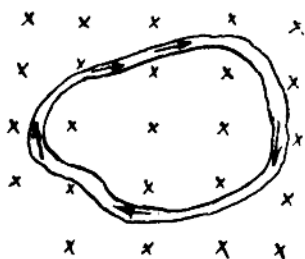


图 1

这样的电流叫作持久电流。

参看图 1。在磁场(图里的记号 \times 表示磁场垂直于纸面而向里)中放置超导回路。先把温度降到临界温度以下，然后撤消磁场。由于电磁感应，回路中激励起箭头所示的电流。只要温度保持低于临界温度，这电流就能持续地存在下去。

有人曾经用这样的方法把电流维持了两年半之久而毫无衰减!

现在用数学来叙述。没有外电源的 RL 回路的电路方程是

$$-L \frac{dI}{dt} = RI \quad (1-3)$$

其解是

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \quad (1-4)$$

其中 $\tau = L/R$ 叫作回路的时间常数。按照(1-4)，每经过一个时间常数，电流就衰减为 $1/e$ (约为 37%)。实际上，有人曾把电流维持了两年半之久而毫无衰减，可见时间常数远大于两年半，于是根据回路的 L 可估计出 R 的上限。前述 $\rho < 10^{-10}$ 欧·厘米就是用这种方法估计出来的。如 R 绝对为零， $\tau = \infty$ ，而式(1-4)成为 $I = I_0$ ，即电流永不衰减。

§ 2. 完全逆磁性

(一) 完全逆磁性

在磁場中，超导体把磁力线排斥到体外，如图 2c 所示。这是超导体的另一基本特性，即完全逆磁性。事实上，把超导体置于磁場中(图 2a)，超导体表面就出现球形的逆磁电流(图 2b 的虚线)，逆磁电流的磁場(图 2b 的实线)在超导体内正好跟外磁場相等而相反。把外磁場跟超导体逆磁电流的磁場叠加在一起，正是图 2c。

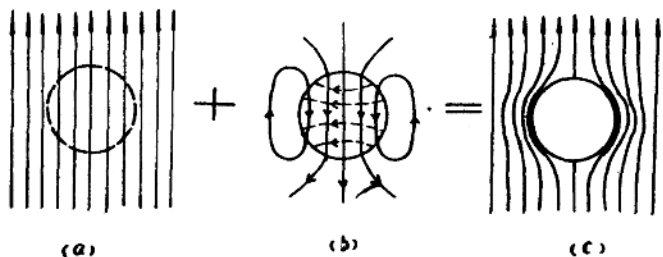


图 2

换句话说，逆磁电流起着屏蔽作用，使磁場不能进入超导体，所以这种逆磁电流叫作屏蔽电流。

超导体的屏蔽电流在磁場中持续地存在下去，因而是一种持久电流。在这个意义上，完全逆磁性比理想导电性更为基本。

完全逆磁性在文献中往往称为迈斯纳 (Meissner) 效应。

用算式来表示，迈斯纳效应就是

$$\vec{B} = 0 \quad (2-1)$$

磁感应强度 \vec{B} ，磁化强度(单位体积里的磁矩) \vec{M} 和磁場强度 \vec{H} 之间的关系是 $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ 。因而式 (2-1) 也可改写成

$$\vec{M} = -\vec{H} \quad (2-2)$$

(二) 完全逆磁性是独立的特性

图 3a 是一块样品，没有外磁场；因温度高于临界温度，所以样品处于正常态 (N)。先把温度降到临界温度以下，样品进入超导态 (S)，如图 3b。然后加上磁场，加磁场过程中，由于电磁感应，样品中将出现图 3c 的虚线所示的电流。按照电磁感应的楞次定律，这电流力图阻止磁通量的改变。而由于理想导电性，这电流永不衰减，并确实做到了使磁通量不变。原先穿过样品的磁通为零 (图 3b)，加上磁场后，穿过样品的磁通量仍然为零——磁力线被排斥到样品外面，如图 3c 所示。这样看来，磁力线的排出似乎只是由于理想导电性。

现在让我们把降温 and 加场的次序调换一下。先加磁场，如图 3d，由于温度高于临界温度，样品处于正常态 (N)，磁力

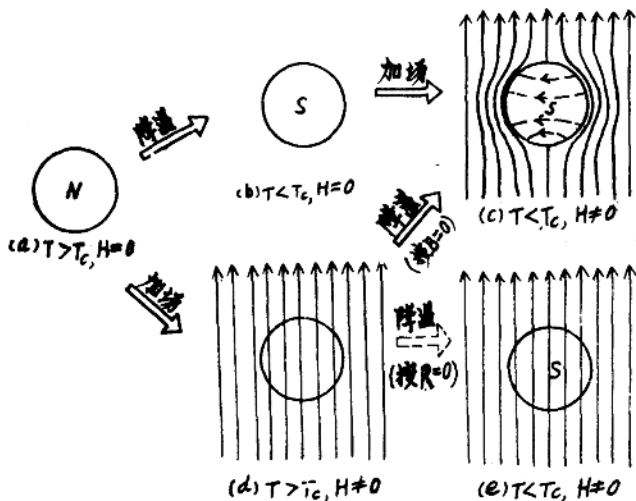


图 3

线可以穿过样品。(加场过程中也有电磁感应现象,但由于电阻不为零,电磁感应电流很快衰减掉,磁力线终于穿过样品)。然后再降温,使样品从正常态进入超导态。按照理想导电性,穿过样品的磁通量在降温前后是一样的,所以降温后样品处于图 3e 所示状态,磁力线并不排出。但是实际观察到降温后并不是达到图 3e 所示状态而是达到图 3c 所示状态,磁力线排出。仅仅用理想导电性不能解释这个结果。

这样,完全逆磁性是超导体的另一个基本特性。

(三) 穿透深度

上面谈到超导样品表面的屏蔽电流使磁场不能进入超导体。可是认真讲起来,“表面”两字不应当理解为几何学的表面(厚度为零)。假如屏蔽电流硬是集中在几何的表面,那么在这几何表面上的屏蔽电流密度是无限大(因为厚度为零,所以垂直于电流方向的横截面为零),而只要进到几何表面以下电流密度即为零。无限大的电流密度是难以想象的,从无限大一跳到零也很难想象。

理论(参看附录一)和实验都证实,屏蔽电流分布在具有一定厚度(虽则这厚度很小)的表面层里。既然屏蔽电流不是集中在几何的表面,当然也就不能在几何表面下把磁场完全屏蔽掉,只能在一定厚度的表面层里把磁场逐步屏蔽掉。具体的式子是

$$B = B_0 e^{-x/\lambda} \quad (2-3)$$

其中 B_0 是表面外的磁场, x 是几何表面下的深度, λ 则是一个常数,叫作穿透深度,具体数值依材料而定,一般在 $10^{-6} \sim 10^{-5}$ 厘米之间。从超导体的几何表面向里深入,每深入一个穿透深度,磁场就减小为 $1/e$ (约 37%)。

由于穿透深度 λ 很小,研究大块样品的整体性质时往往

可以忽略表面层里的磁场穿透而简单地说法力线“全部”被排出。但在研究表面层的问题时(例如 § 6)必须考虑到磁场在表面层里的穿透。

§ 3. 临界参数

(一) 临界温度

每种超导材料各有一个临界温度 T_c ，温度必须低于 T_c 才进入超导态，一旦温度高于 T_c 即转变到正常态。

例如，在元素中，铌 (Nb) 的 $T_c=9.2\text{K}$ ，目前广泛使用的铌-钛 (Nb-Ti) 合金的 $T_c=8\sim 10.2\text{K}$ ，化合物 Nb_3Sn 的 $T_c=18.2\text{K}$ ， V_3Ga 的 $T_c=16.8\text{K}$ 。 T_c 的最高记录是 $\text{Nb}_3\text{Al}_{0.75}\text{Ge}_{0.25}$ 的 $T_c=20.98\text{K}$ 。近来有人宣布 Nb_3Ge 的 T_c 是 22.3K 或 23.2K (过去制做的 Nb_3Ge 实际上是 $\text{Nb}_{3.3}\text{Ge}$ ，其 T_c 只有 17K)。可惜其尺寸只是几毫米 \times 几毫米 \times 几千埃，还不能作为导线使用。

1973年宾夕法尼亚 (Pennsylvania) 大学的一个小组宣称观察到 TTF-TCNQ (二甲基四硫代富瓦烯——四氰基奎诺二甲烷) 在 58K 附近电导率上升，在 70 个样品中有三个样品的电导率上升到 500 倍，但温度更低时电导率又重新下降。他们认为电导率的上升意味着向超导态转变，只是由于同时发生了结构的变化，以致终于没有转变为超导体而是转变为半导体或绝缘体，所以电导率重新下降。他们设想如能阻止结构的变化就能得到 58K 这样高的 T_c 。不过，在文献中也存在相反的看法，认为他们所观察到的根本不是向超导态的转变。

温度意味着微观粒子平均动能的大小。在温度 T ，每个原子的平均动能约为 kT 的数量级，其中 k 是玻尔兹曼 (Boltzmann) 常数，即 1.38×10^{-23} 焦耳/K。例如铅 (Pb) 的

$T_0=7.135\text{K}$ ，在这温度下，原子的平均动能约为 $1.38 \times 10^{-23} \times 7.135$ 焦耳/原子。在微观领域里，能量的单位常常用“电子伏”，记号是 ev ，它指的是一个电子（其带电量为 1.60×10^{-19} 库仑）通过一伏的电位差时的能量改变，因此

$$1\text{ev}=1.60 \times 10^{-19} \text{焦耳}$$

这样，在铅的临界温度，原子平均动能的数量级约为 10^{-4} ev /原子。

(二) 同位素效应

超导元素如果有几种同位素，则各个同位素的 T_0 并不相同，往往是跟原子质量 M 的平方根成反比，

$$T_0 \propto \frac{1}{\sqrt{M}} = M^{-\frac{1}{2}} \quad (3-1)$$

这叫作同位素效应。

同位素效应(3-1)并不是十分严格的规律，有些元素和它相差很远。

(三) 临界磁场

超导现象发现不久，就有人尝试用它来绕制磁体，结果发现每种超导材料各有一个临界磁场 H_0 ，磁场一超过 H_0 ，超导体就转变到正常态。当时已知的超导材料的 H_0 都是比较低的，例如铅(Pb)在 4.2K 的 $H_0=480$ 安/厘米，(1安/厘米 = 高斯 $\times 4\pi/10=1.26$ 高斯)。这样，绕制磁体的早期尝试没有成功。

H_0 是跟温度有关的， $H_0(T)$ 随着温度的升高而下降。当温度升到 T_0 ，临界磁场 H_0 也就降到零。

各种超导材料的 $H_0(T)$ 曲线也各不一样。但如果采用 T_0 作为温度的单位(即采用无量纲的温度 T/T_0)，采用 $T=0$ 的临界磁场 H_0 作磁场的单位(即采用无量纲的磁场 H_0/H_0)，

则所有超导材料的临界磁场曲线差不多可以统一表示为

$$\frac{H_c}{H_0} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \quad (3-2)$$

即图 4 的抛物线。

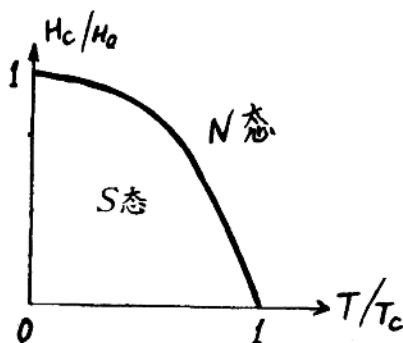


图 4

(四) 磁化曲线

图 5 是 I 类超导体的磁化曲线。在 H_0 以下是超导态，这一段曲线可按式(2-1)或(2-2)描出。在 H_0 以上是正常态，可按 $M=0$ 或 $B = \mu_0 H$ 描出。

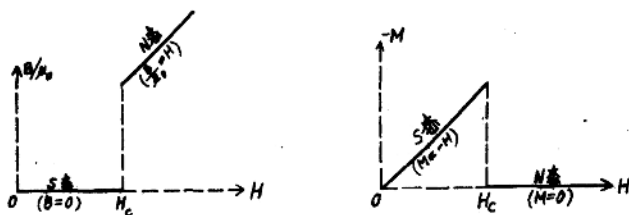


图 5

§ 4. 超导态的自由能

先不考虑磁场。当温度低于 T_c 时，超导材料处于超导态而不是处于正常态，这说明超导态比正常态的能量低。更确切地说。

$$G_s(0) < G_n(0) \quad (T < T_c) \quad (4-1)$$

其中 G_s 和 G_n 分别是材料处于超导态和正常态时的自由能密度，即每单位体积里的自由能，括号里的 0 表示磁场为零。

那么，超导态的自由能密度比正常态低多少呢？

现在加上磁场 \vec{H} 。按照电磁学理论，磁场增加 $d\vec{H}$ 时，材料的磁能密度增加 $-\mu_0 \vec{M} \cdot d\vec{H}$ ，其中 M 是磁化强度即单位体积里的磁矩，而 θ 是 \vec{M} 跟 $d\vec{H}$ 的夹角。（参看附录二）运用矢量代数的记号，这个磁能密度也可写成 $-\mu_0 \vec{M} \cdot d\vec{H}$ 。

材料处于正常态时的磁化强度很小，完全可以忽略，所以正常态的自由能密度跟磁场无关，即

$$G_n(\vec{H}) = G_n(0) \quad (4-2)$$

材料处于超导态时具有完全逆磁性，按式(2-2)， $\vec{M} = -\vec{H}$ 。于是

$$\begin{aligned} G_s(\vec{H}) &= G_s(0) + \int_0^{\vec{H}} -\mu_0 \vec{M} \cdot d\vec{H} = G_s(0) + \mu_0 \int_0^{\vec{H}} \vec{H} \cdot d\vec{H} \\ &= G_s(0) + \mu_0 \int_0^H H dH = G_s(0) + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \end{aligned} \quad (4-3)$$

逐步增大 H 直到 H_c ，此时超导态和正常态互相转变，即自由能密度相等，即

$$G_n(H_c) = G_s(H_c)$$

把式(4-2)和(4-3)代入上式得

$$G_n(0) = G_s(0) + \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2$$

$$\text{即} \quad G_n(0) - G_n(0) = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 \quad (4-4)$$

这样，超导态的自由能密度比正常态低 $\frac{1}{2} \mu_0 H_c^2$ ，通常把这叫作超导态的凝聚能(密度)。

例如铅(Pb)在 $T=0$ 的临界磁场 $H_c=640$ 安/厘米 = 6.4×10^4 安/米，而凝聚能

$$\frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{10^7} (6.4 \times 10^4)^2 = 240 \text{ 焦耳/米}^3$$

如分摊到各个原子，则

$$\frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 = 10^{-7} \text{ ev/原子}$$

有了式(4-4)，按照热力学进行计算(参看附录三)并考虑到图4的曲线的斜率总是小于零，可以知道，超导态的熵(的密度) S_s 低于正常态的熵 S_n ，

$$S_s < S_n \quad (4-5)$$

熵的物理意义是“杂乱程度”。式(4-5)表明，正常态是一种较为杂乱的状态，超导态则不那么杂乱，或者说较为有序。这样，我们就有了一个模型：材料处于正常态，所有电子都作杂乱的运动，材料处于超导态，一部分电子仍然作杂乱运动，这部分电子叫作正常电子；另一部分电子则退出了杂乱运动而处于较为有序的状态，这部分电子叫作超导电子。从杂乱到有序，能量有所降低(前面所说的凝聚能)这表明超导电子是处于某种凝聚状态。在超导体里存在着由正常电子组成的“流体”和由超导电子组成的“流体”，这个模型就叫作“二流体模型”。在电子总数中，超导电子数所占的百分比可以叫作有序度。于 $T=0$ ，有序度为一(所有电子都是超导电子)，温度升高，有序度下降。到 $T=T_0$ ，有序度下降为零

(所有电子都是正常电子)。

那么，这个凝聚状态究竟是怎么一回事呢？

§ 5. 超导电性的物理图象

(一) 正常金属的自由电子模型

为了对比，先介绍正常金属的自由电子模型。按照这个模型，金属原子的原子实(原子除去外层的价电子叫原子实，带正电荷)排列成周期性的阵列，叫作晶格，价电子并不属于哪一个原子而在晶格中到处运动。完善的晶格对价电子的运动没有作用，价电子是自由的。晶格的热振动，缺陷、杂质才对价电子的运动起作用。

价电子在晶格中的运动是杂乱的，它们具有各种各样的动量。价电子究竟占有哪些动量，这受到两条原则的支配。第一，能量应该尽可能低。能量越低的状态越稳定，越易实现。第二，不相容原理，就是说，两个价电子不能占据完全相同的状态(在这里指的就是动量)。这样，在 $T=0$ ，价电子的分布可用图6的实线表示。在某个能量 E_F 以下，所有动量都被价电子占据，在 E_F 以上则所有动量都还空着。这样，价电子的分布既符合不相容原理而能量又尽可能地低。能量 E_F 叫作费米(Fermi)能，它的典型数值为10 eV。再说 $T \neq 0$ 的情况，例如 $T=10\text{K}$ 。温度表示动能，跟10K相应的动能不过千分之一eV，因此电子的分布如图6的点线所示，只是在 E_F 附近千分之一eV的范围内跟 $T=0$ 的情况有些差别。总的说来， $T \neq 0$ 的分布跟 $T=0$ 的分布十分相近。

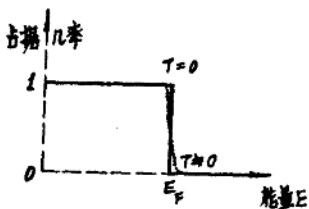


图 6

如果把横坐标从能量 E 改



图 7

为动量，则如图 7。它是正负对称的，平均动量为零。这代表导体中没有传输电流的情况。

至于导体中有传输电流的情况应如图 8a 所示，正负

不对称，平均动量不为零。如果又把纵坐标改为能量则如图 8b，它仍是左右不对称的。价电子的杂乱运动受到晶格的热振动，缺陷、杂质的作用，因而有可能从能量较高的状态跳向能量较低的状态。但是能量最高的电子 a 并不能跳向 b, c, \dots, i ，因为这违背了不相容原理。电子 a 跳向 j 并不违背不相容原理，因而是可能的。电子 a 跳到 j ，价电子的动量分布又成为正负对称，就是说，导体中的传输电流消失了。这就是正常金属不可能有持久电流的道理。

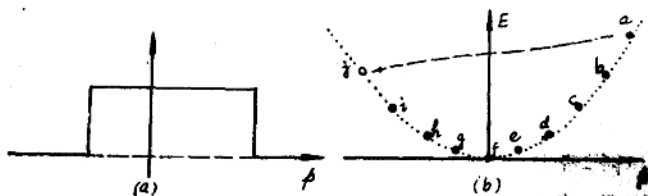


图 8

(二) 声子作用

为探讨超导电性的物理图象我们已掌握了一些线索。

有不少临界性质跟具体的材料关系不大，例如各种超导材料的 $H_c(T)$ 曲线差不多可以统一用式 (3-2) 即图 4 表示。这说明，导致超导电性的作用是各种金属所共有的基本性质。

超导态和正常态之间的转变非常迅速，例如 § 1 提到 Hg