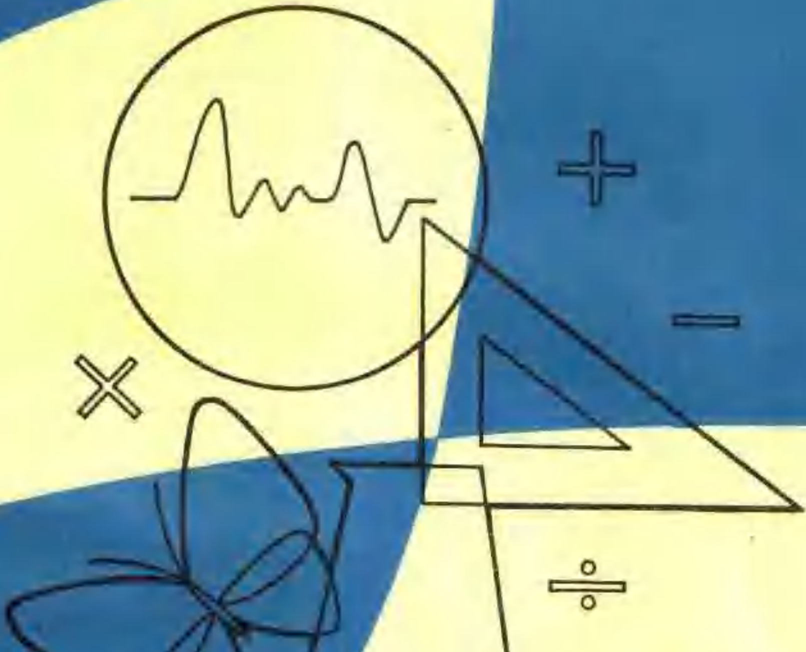
数理化生園地

上海科学技术出版社



3

1983

数理化生园地

1983年
第3辑
(总3辑)

上海科学技术出版社出版
新华书店上海发行所发行
(上海市瑞金二路四五〇号)
上海商务印刷厂印刷

统一书号：13119·1155
定　　价：0.20元

· 学习辅导 ·
(1) 从定义出发，脑中常有图　姚　晶
(6) 理解数学归纳法的实质，提高灵活运用的能力　徐继文
(9) 静电计与电容器　陈立明
(12) 有关电磁感应的三个问题　胡善智
(16) 谈谈如何学好“卤素”　王庆曾
(18) 弱酸能跟强酸盐反应吗？　喻昌栩
(20) 植物体内水分上升的动力　钱乐颐

· 解题方法谈 ·
(22) 解任意三角形几个问题的探讨　赵家镐
(24) 平面几何知识在解析几何解题中的应用　赵农民
(28) 数列的直接求和法　沈培基等
(32) 怎样解匀变速直线运动问题　朱国祥
(35) 气体的干燥与去杂　陈嘉慧
(36) 计算气体反应体积的简易方法　张叠考

· 防止搞错 ·
(40) 数学错例一则　顾忠德
(40) 物理错例一则　瞿贤毅
(41) 化学题答案的检验　赵徐声

‖知识博览‖
(44) 猫和田鼠　潘德松
(46) 漫话胶体　胡学增
(48) 从水葫芦谈起　彭瑞怡

观察与实验
(50) 碎瓷片的作用　解宇宗
(51) 嫁接　王祖耀
(52) 瓶花的养护　张宝忠

· 科学家讲坛 ·
(53) 二十世纪物理学——从电子、光子到 W^+、W^-、Z^0 粒子　卢鹤绂

· 学习方法指导 ·
(58) 学习物理漫谈　陈泰年

· 学一点科技史 ·
(60) 解析几何史话　谢　边

· 科学俱乐部 ·
(62) 考考你　战绩如何等

从定义出发，脑中常有图

——谈谈怎样学好平面三角

姚　晶　（上海市复兴中学，特级教师）

在中学数学中，三角函数是借助于几何图形来定义的（或是一个直角三角形，或是平面直角坐标系）。这样，我们在学习时，就得时常想到“定义”和“图”，把两者密切联系起来。

（一）关于锐角三角函数

通常是用一个直角三角形来定义锐角三角函数的。这就说明，锐角三角函数的定义域是(0°, 90°)。由于直角三角形的斜边大于直角边，此即表明一个锐角的正弦函数、余弦函数的值域均是(0, 1)。从不同角度运用这个直角三角形，就可以从锐角三角函数的定义出发，直接掌握锐角三角函数的很多重要性质：

1．特别角的三角函数值。运用几何方法不难算出图1所示两组直角三角形的边、角值，据此，从锐角三角函数的定义出发，就可以得出30°、45°、60°的各个三角函数值。

还有，对另一些特　　　　　　　　三角变换的方法得出之后，也可画一些　　　　　　　　　2)。

2．同角三角函数　　　　　　　　　形的一个内角

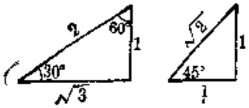


图 1

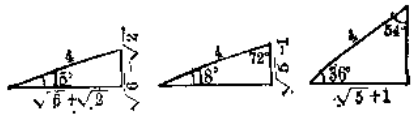
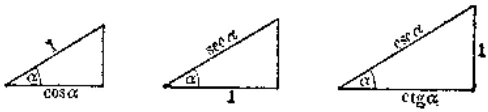


图 2

是锐角α，分别假设α的对边、α的邻边以及斜边是单位长1，可以得出图3所示的三组直角三角形的边、角值。



(i) (ii) (iii)

图 3

运用上面的直角三角形，根据勾股定理就可以得出同角三角函数之间的平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\operatorname{tg}^2\alpha+1=\sec^2\alpha$，$\operatorname{ctg}^2\alpha+1=\csc^2\alpha$。从锐角三角函数的定义出发，就可以得出任意两个同角三角函数的比值与另一个三角函数之间的关系，例如

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}、\ \cos\alpha=\frac{1}{\sec\alpha}、\ \sin\alpha=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sec\alpha}$$

等等。还有，在图3中。由于单位长"1"是不变的，当锐角α变化时，六个三角函数的增减性完全可以从图上一目了然。

3．万能置换公式。万能置换公式的结论以及推导过程，可以完全借助于图4来反映，便于记忆。

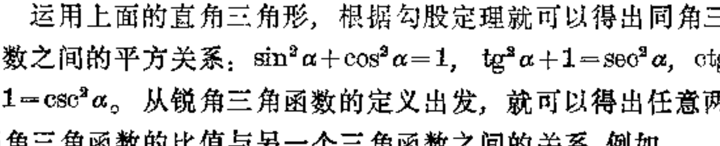
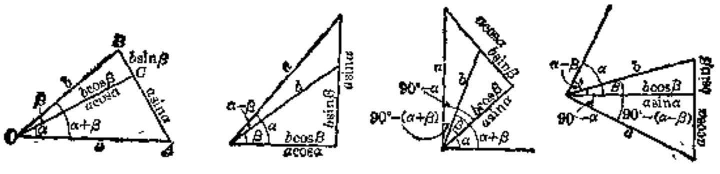


图 4

4．锐角范围内两角和、差的正、余弦公式的证明。设α、β、$\alpha\pm\beta$均为锐角。在图5(i)、(ii)中，作α与β的公共边的垂线，就

分别形成含 α 与 β 的直角三角形。由三角形的面积关系，就可以从图上直接看到 $\alpha\pm\beta$ 的正弦的展开式了。



(i)　　(ii)　　(iii)　　(iv)

图 5

完全同样地，由于 $\cos(\alpha\pm\beta)=\sin[90°-(\alpha\pm\beta)]$，我们可以画出图 5(iii)、(iv)，从图上直接看到 $\alpha\pm\beta$ 的余弦的展开式。

（二） 关于诱导公式

从任意角的三角函数的定义出发，利用平面直角坐标系，不难从图上解决如下问题：

1. 化任意象限角的三角函数为锐角三角函数。对于一个任意象限角，在它的终边上任取一点 (x, y)，从图上可找到以 $|x|$、$|y|$、$r=\sqrt{x^2+y^2}$ 为三边的一个直角三角形，从三角函数的定义出发，利用 x、y 与 $|x|$、$|y|$ 之间的关系，便可以解决问题。

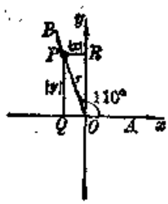


图 6

例如，为求 110° 的各个三角函数值，我们在 110° 的终边上任取一点 $P(x, y)$。这时，$|x|$、$|y|$、r 构成 rt$\triangle PQO$，或 rt$\triangle PRO$，其两个锐角分别为 20° 和 70°。从图上可看出 $x=-|x|$，$y=|y|$，于是，分别从任意角三角函数的定义和锐角三角函数的定义出发，便可以得到：

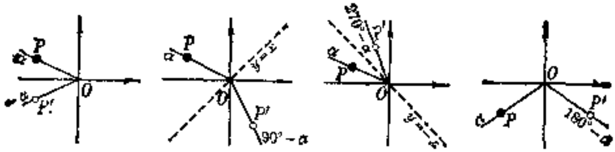
$$\sin 110°=\frac{y}{r}=\frac{|y|}{r}=\sin 70°=\cos 20°,$$

$$\cos 110^\circ = \frac{x}{r} = -\frac{|x|}{r} = -\cos 70^\circ = -\sin 20^\circ,$$

等等。这种方法乍看起来似乎比用公式要繁一些，但练习多了，脑子里自然而然地形成了图形，完全可以代替公式，且不易搞错，还可加深对三角函数的定义的理解。

2．诱导公式。诱导公式又称简化公式，其证明可以分如下两类来考虑：

(i) 我们知道，α 与 $-\alpha$ 的终边关于 x 轴对称。这样，α 的终边上的一点 $P(x, y)$ 和其在 $-\alpha$ 的终边上的对称点 $P'(x', y')$ 之间，有 $x=x'$, $y=-y'$, $r=r'$(参见图 7(i))。从三角函数的定义出发，便有 $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$, $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$, 等等。



(i)　　(ii)　　(iii)　　(iv)

图 7

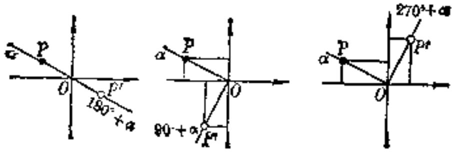
完全同样地，α 与 $90^\circ-\alpha$ 的终边关于直线 $y=x$ 对称，α 与 $270^\circ-\alpha$ 的终边关于直线 $y=-x$ 对称，α 与 $180^\circ-\alpha$ 的终边关于 y 轴对称。这时，相应终边上的对称点 P 与 P' 的坐标之间关系可由图上看到，即分别有 $x=y'$、$y=x'$、$r=r'$; $x=-y'$、$y=-x'$、$r=r'$; $x=-x'$、$y=y'$、$r=r'$。据此，从三角函数的定义出发，可以得出这几组角之间的三角函数的诱导公式，例如

$$\sin(180^\circ-\alpha)=\frac{y'}{r'}=\frac{y}{r}=\sin\alpha,$$

$$\cos(180^\circ-\alpha)=\frac{x'}{r'}=-\frac{x}{r}=-\cos\alpha,$$

等等。

(ii) 从图上可以看出，α 与 $180^\circ+\alpha$ 的终边互为反向延长线



(i) (ii) (iii)

图 8

(图 8(i))。这时，相应终边上的对称点 P 与 P' 的坐标之间有关系 $x=-x'$、$y=-y'$、$r=r'$。据此，从三角函数的定义出发，可以得出 α 和 $180°+\alpha$ 的各个三角函数之间的诱导公式。至于 α 和 $90°+\alpha$、α 和 $270°+\alpha$ 的终边之间，分别有旋转 $\pm 90°$ 之间的关系，从图中可以看出分别有 $x=y'$、$y=-x'$、$r=r'$；$x=-y'$、$y=x'$、$r=r'$（图 8(ii)、(iii)）。完全同样地，可得出这两组角的三角函数之间的诱导公式。

"战绩如何"答案

队　名	比赛场次	胜	负	平	进球数	失球数	各场比分
红队	2	2	0	0	5	1	红对蓝 2:0
蓝队	2	0	1	1	2	4	蓝对白 2:2
白队	2	0	1	1	3	5	红对白 3:1

分析：(1) 因红队胜 2 场，故蓝、白两队各负 1 场；因蓝队平 1 场，故白队也平 1 场(蓝队与白队平局)。(2) 因三队的进球总数必与失球总数相等，故红队的进球数为 5。(3) 因蓝、白队共进 5 球，且两队踢平，而红队只失 1 球，故这球为白队踢进，而蓝、白队比分为 2:2。(4) 因白队共失 5 球，失给蓝队 2 球，则失给红队 3 球，故红队与白队比分为 3:1。(5) 因蓝队共失 4 球，失给白队 2 球，则失给红队也 2 球，而红队只失给白队 1 球，未失给蓝队，故红队与蓝队比分为 2:0。

理解数学归纳法的实质　提高灵活运用的能力

徐德文（复旦大学附属中学）

两个步骤缺一不可

数学归纳法的根据是关于自然数的下述公理：

对于任一个由一些自然数所组成的集合 A，如果 A 中含有 1，并且，A 中如含有自然数 k 时也一定含有 k 的后继数 $k+1$，则集合 A 必含有所有的自然数。

在一个与自然数 n 有关的命题中，如把能够使命题成立的所有的 n 值所构成的集合看作 A，那么，根据上述公理就得到了数学归纳法证题的两个步骤，即：

1．证明当 $n=1$ 时命题为真；

2．假设当 $n=k$（k 是自然数）时命题为真，去证明 $n=k+1$ 时命题也真。

这两个步骤是缺一不可的。数学归纳法实质上是一种递推证法，第一个步骤是递推的基础，第二个步骤是递推的依据。没有第二个步骤，就不能将命题的真实性由 n 的某一值过渡到 n 的另一值，这样，不论你检验了多少个 n 的可取值，命题都为真，也不能说明对 n 的其它值，命题也真。反之，没有第一个步骤就没有递推的起点，纵然有了第二个步骤，也无法进行递推。只有将两个步骤结合起来，才能形成一个无限递推的过程。

顺带说一句，数学归纳法虽以"归纳法"命名，但是整个递推的过程都是以演绎法为手段的。推理的形式是一连串的三段论式。即：

因为如果 n 等于某一自然数 k 时命题为真，则 n 等于 k 的后继数时命题也真，（大前提）

又因为 $n=1$ 时命题为真，（小前提）

所以 n 等于 1 的后继数 2 时命题为真。（结　论）

再以这个结论作为小前提，又可推得 $n=3$ 时命题为真。依此下去，就可知 n 取任何自然数时命题为真。我们知道，用三段论式推理，依赖于大小前提的真实性，否则是得不出正确的结论的。由此也可以使我们认识到：用数学归纳法证题时，两个步骤缺一不可。

有些同学在学习数学归纳法时，对第二个步骤中的归纳假设（即假定 $n=k$ 时命题成立）有点疑惑，曾提出这样的问题："为什么能这样假设？""既然能假设 $n=k$ 时命题为真，岂不是也能假设 $n=k+1$ 时命题为真？这样，又何必通过 $n=k$ 去推导 $n=k+1$ 呢？"这说明这些同学对数学归纳法的精神实质还理解得不透。对于第二个步骤，我们的着眼点并不在于 n 等于哪一个自然数时命题为真，而在于"如果 n 等于某一自然数 k 时命题为真，是否能据此推出 n 等于 k 的后继数时，命题也真。"因此，在论证第二个步骤时，我们并不考虑 n 取哪个值时命题会成立的问题，那是第一个步骤的任务。正因为有了第一个步骤，第二个步骤中的归纳假设才有了着落（可以落实到第一个步骤中已经验证过的数值中去），否则归纳假设就成为无本之木，就可能流于荒谬。例如，对于不等式 $n>n+1$，如果我们假设 $n=k$ 时不等式成立，完全可以由此不费力地推出 $n=k+1$ 时不等式也成立。但是，由于没有第一个步骤（不可能有），这种归纳假设就没有实际根据，因此虽然第二个步骤已经完成，但也不能由此得出对于任意的自然数 n，不等式 $n>n+1$ 都成立的结论。

难在第二步

用数学归纳法证题时，第一个步骤是对 n 的初始值进行验

证，过程比较具体，往往不难。难，都是难在第二步上。虽然数学归纳法的总的要求都是从 $n=k$ 命题成立推到 $n=k+1$ 时命题成立(简称由 k 到 $k+1$ 的过渡)。但在各个题目中，这一步的具体实现却是千变万化的。为了做好这一步，就要抓住所证命题的特征，明确命题在 $n=k$ 与 $n=k+1$ 时的各自形式，深入对照、分析，找出它们之间的联系，从而发现推导的路子。对此，下面通过例题加以说明。

[例 1]　求证：对于任意的自然数 n，

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^n-1}>\frac{n}{2}。$$

证明　在本例中，k 到 $k+1$ 的过渡体现为：

假设：

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^k-1}>\frac{k}{2}, \tag{1}$$

求证：

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^{k+1}-1}>\frac{k+1}{2}。 \tag{2}$$

应先分析一下这两个式子左边的关系。(2)式左边比(1)式左边多了以下几项的和：

$$\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}+\cdots+\frac{1}{2^{k+1}-1}。$$

因为 $2^{k+1}-1=2\cdot 2^k-1=2^k+(2^k-1)$，所以这个和式共有 2^k 项。为了要从(1)式推出(2)式，可在(1)式两边同加这个和式，得：

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^{k+1}-1}>\frac{k}{2}+\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^k+1}+\cdots\frac{1}{2^{k+1}-1}。 \tag{3}$$

再比较(2)、(3)两式的右边，可知要证明(2)式成立，只需证明：

$$\underbrace{\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^k+1}+\cdots+\frac{1}{2^{k+1}-1}}_{\text{共 } 2^k \text{ 项}}\geqslant\frac{1}{2}。$$

由于此式左边各项均大于 $\frac{1}{2^{k+1}}$，从而

$$\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^k+1}+\cdots+\frac{1}{2^{k+1}-1}>\frac{2^k}{2^{k+1}}=\frac{1}{2}。$$

至此，只需将此结果代入(3)式右边，就可得出(2)式，完成了证题的第二个步骤。

练　习　题

1．求证：对于任意的自然数 n，$a^{n+2}+(a+1)^{2n+1}$ 能被 a^2+a+1 整除。

2．求证：对于任意的自然数 n，恒有

$$(n+1)(n+2)\cdot\cdots\cdot 2n=2^n\cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2n-1)。$$

3．平面上有 $n(\geqslant 2)$ 条直线，其中没有两条平行，也没有三条或三条以上直线共点，试证这 n 条直线互相分割成 n^2 条线段或射线。

4．n 取哪些自然数时，不等式 $2^n>n^2$ 能成立？证明你的结论。

5．求证：任何大于 7 的整数，总可以写成若干个 3 与 5 的和。

（下辑待续）

静电计与电容器

陈立明　（温州市第二中学，特级教师）

高中物理课程中，在学习电容器时有一项演示实验：用静电计来测量带电的平行板电容器两极板间的电势差，并在不改变两极板所带电量的情况下，只改变两极板间的距离，实验表明距离越大则静电计指示的电势差越大。由于在 $Q=CU$ 中，当 Q 一定时 C 和 U 成反比，从而得出平行板电容器的电容随两极板距离的增大而减小的结论。

为了进一步理解这个演示实验，下面继续进行一些讨论。

大家知道，静电计指针部分和金属外壳是用绝缘塞子隔开来的，可见静电计本身也是一只电容器。加在静电计的指针和金属外壳间的电势差越大，它带的电量越多，指针张开的角度也就越大，所以静电计是测量电势差的一种仪器。把未带电的静电计跟已带电的平行板电容器并联，在连接的瞬间，显然会有一些电荷从平行板电容器的极板上转移到静电计的指针上去，直到静电平衡，即电容器两极板间的电势差跟静电计指针和金属外壳间的电势差相等时为止。当增大极板间的距离时，必有外力克服静电力作功，在这一作功过程中机械能转变为静电势能，因而电势差增大，同时有瞬时电流对静电计进行充电，所以静电计读数也随着增大了。由于静电计的电容很小，在一般实验的误差范围内是可以略去不计的，因此，利用静电计测量极板间的电势差时，被静电计带走的电荷是忽略不计的，可以认为平行板电容器带的电量维持不变。

但是，当静电计的电容较大，或者它跟被测电容器的电容相比较，相差不是很大时，静电计的电容就不能忽视了。

如将一个电容 $C_1=10^{-9}$F 的电容器接在 150 V 直流电源上充电，然后立即切断电源，将它跟静电计并联，这时静电计的读数是 135 V。若并联一个电容量未知的电容器 C_x，则静电计的读数降为 54 V。求静电计的电容和未知电容 C_x。

应用电容器并联知识，不难了解，充电到 $U_1=150$ V 的电容器 C_1，与静电计并联后，电势差降为 135 V，这说明 C_1 极板上有一部分电荷跑到静电计上去了。有多少电荷跑到电计上去呢？因为 C_1 原来带的电量 $q_1=C_1U_1=10^{-9}\times150$ 库仑，跟静电计并联后电量变为 $q_1'=C_1U_1'=10^{-9}\times135$ 库仑，所以传给静电计的电量 $q=q_1-q_1'=15\times10^{-9}$ 库仑。由此求得静电计的电容

$$C=\frac{q}{U_1'}=\frac{15\times10^{-9}}{135}=\frac{1}{9}\times10^{-9}(\mathrm{F}),$$

它是已知电容 C_1 的 $\frac{1}{9}$。

并联 C_x 后，它们的总电量仍是 $q_1=150\times10^{-9}$ 库仑，此时电势差下降为 54V，电容 C_1 带的电量变为 $q_1''=54\times10^{-9}$ 库仑，静电计带的电量变为 $q'=54\times\frac{1}{9}\times10^{-9}=6\times10^{-9}$(库仑)，它们传给电容器 C_x 的电量

$$q_x=q_1-q_1''-q'=(150-54-6)\times10^{-9}=90\times10^{-9}(\text{库仑})。$$

$$C_x=\frac{q_x}{U}=\frac{90\times10^{-9}}{54}=1.67\times10^{-9}(\text{F})。$$

如果不计静电计本身电容，求得的 C_x 值将是多少？相对误差有多大？请同学们自己分析计算一下。

最后再研究一个问题：

将两只完全相同的静电计串联在高压直流电源上，每个静电计的读数都是 1kV，电源两极的电势差是多少？

根据电容器串联时电压分配的规律，电源两极间的电势差显然是等于两只静电计的读数之和，即 2kV。如果两个静电计的读数不相等，则表示它们的电容不一样，读数大的电容小，读数小的电容大。由此不难推想到，如果给静电计串联一个或两个小电容的电容器，那不是可以把静电计的量程扩大吗？譬如说，静电计的量程为 1kV，串联一个电容跟它相等的电容器 C_1 后，它的量程就扩大到 2kV。若再串联一个电容器 C_2，欲使它的量程扩大到 9kV，电容 C_2 应是多少？同学们不难求出此时 C_2 应等于静电计电容(或 C_1)的 $\frac{1}{7}$。

仔细分析上面的一些问题，有助于我们加深理解有关电容器的并联和串联方面的知识；同时，明确了静电计实际上是一只电容器后，对利用静电计来测量电势和电势差的实验，可以获得更加清晰和深刻的印象。

有关电磁感应的三个问题

胡善智 （上海市卢湾区教育学院顾问）

（一）产生感生电流的条件

一个矩形线圈在匀强磁场中作平动（图 1），在这个线圈中有没有感生电流？有人说有感生电流，因为线圈的边在运动中切割了磁力线，同时电路又是闭合的；也有人说在这个线圈中没有感生电流，因为穿过线圈的磁通量在运动中保持不变。哪一个说法对？为什么？

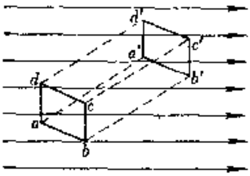


图 1

整个线圈在匀强磁场中平动时，穿过线圈的磁通量在运动中保持不变，可见平动时穿过闭合电路线圈的磁场没有发生变化，就不会有感生电流，所以后者的说法是对的．粗看起来，前者的说法似乎也有道理，但如果我们把感生电动势的方向、大小、产生条件以及电源的串联和反接等知识综合起来，全面地考虑和分析，就可以得出正确结果：因为线圈是矩形，所以 $ab=dc$，$bc=ad$．现在用 $\mathscr{E}_{\perp}$ 及 $\mathscr{E}_{/\!/}$ 表示导线、磁场、运动方向三者相垂直时各边的感生电动势．因 $\mathscr{E}_{/\!/}$ 分量为 0，不予考虑；$\mathscr{E}_{\perp}$ 分量分别用 $\mathscr{E}_{ab}$、$\mathscr{E}_{dc}$ 及 $\mathscr{E}_{ad}$、$\mathscr{E}_{bc}$ 表示，则 $\mathscr{E}_{ab}=\mathscr{E}_{dc}$．同理，$\mathscr{E}_{ad}=\mathscr{E}_{bc}$．则矩形线圈各边感生电动势相当于电源的串联和反接，可借助于图 2来理解．可见 $\mathscr{E}_{总}=\mathscr{E}_{ab}+\mathscr{E}_{bc}+\mathscr{E}_{cd}+\mathscr{E}_{da}=\mathscr{E}_{ab}+\mathscr{E}_{bc}+(-\mathscr{E}_{dc})+(-\mathscr{E}_{ad})=0$。

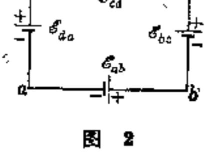


图 2

上例表明，对部分导体来讲分别是有$\mathscr{E}_{感}$，这导体也确实在磁场里做切割磁力线的运动，但对闭合电路讲是全部导体在磁场里运动，没有引起磁通量的变化，没有产生感生电流.

（二）对楞次定律的理解和应用

楞次定律是判断感生电流方向的普适规律，它的内容是：感生电流的方向，总是要使感生电流的磁场阻碍引起感生电流的磁通量的变化. 应用楞次定律，首先要明确原来磁场的方向及穿过闭合电路的磁通量是增加还是减少，然后根据楞次定律确定感生电流的磁场方向，最后利用安培定则来确定感生电流的方向.

我们结合下述问题来讨论：一个水平放置的螺线管AB，它和一个电池组及一个电键K串联；C和D是两个用绝缘线悬挂起来的金属环，C环是闭合的，D环是不闭合的，它们的平面都和螺线管AB的轴线垂直（图3），试说明断开电路的瞬时，C、D金属环里的电流方向以及它们的运动情况.

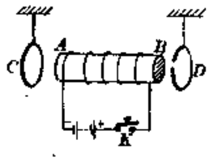


图 3

这里，可以把螺线管AB看做是原线圈，C环和D环看做是一个闭合的和一个不闭合的副线圈. 当原线圈里的电流强度发生变化时，它周围的磁场也要发生变化，穿过各副线圈的磁通量也都要发生变化. 螺线管通电后，按照安培定则，它的A端相当于磁棒的N极，B端相当于S极，金属环C在螺线管的A端附近，磁力线从右向左穿过它；金属环D在螺线管的B端附近，磁力线也是从右向左穿过它.

在拉开电键（即断开电路）的那一瞬时，C环因为从右向左穿过它的磁通量减少而产生感生电流，它的方向可以确定为顺时针方向（从右向左看）. 此时，C环的N极在环面的左侧，S极在环面的右侧，因受螺线管N极的吸引作用而向右侧作靠拢螺线管的运动. D环因不是闭合电路，虽有从右向左穿过它的磁通量减少，

却未产生感生电流，因此也不存在感生电流的磁场，当然螺线管两极对它就没有作用，所以仍保持原来的静止状态。

（三）对法拉第电磁感应定律的理解和应用

应用法拉第电磁感应定律的数学表达式$\mathscr{E}=n\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$时，应注意：

(1) 在变化均匀的情况下，磁通量变化率$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$等于单位时间里增加或减少的磁通量，切切不要把磁通量变化率误解为磁通量的变化量。

(2) 磁通量变化率$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$，有时是线圈处于匀强磁场中，由于面积的变化而引起的，$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=B\frac{\Delta S}{\Delta t}$；有时则是由于磁场强弱的变化而引起的，即$\frac{\Delta\phi}{\Delta t}=S\frac{\Delta B}{\Delta t}$。如果虽有磁通量通过，但没有变化，或磁通量变化互相抵消，都不会产生感生电动势。

(3) 使用$\mathscr{E}=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$求出来的通常是平均感生电动势。如果要求即时感生电动势，必须用公式$\mathscr{E}=Blv\sin\theta$来求，式中$v$是指切割的即时速度。

(4) 如果切割速度不与导线本身垂直，那么在计算时，l应取有效切割长度。

这里结合下述问题来讨论：金属杆ab可以在竖直放置的很长金属框上无摩擦地上下滑动，它们处在匀强磁场B内(图 4、图 5)，设ab电阻为R，框的其它边电阻可以忽略不计，(1)ab由静止开始自由落下时，说明两图的情况各有什么不同？并加以分析。(2)从能的转换和守恒观点看，应如何分析？

图 4 中，ab开始时做自由落体运动，因它未形成电路，没有产生感生电流，也没有电流在磁场中受到磁场力的作用，所以ab始

终受重力在做自由落体运动.

可是，图 5 却不同了. ab 金属杆在运动中所受的重力是不变的，但 ab 在运动过程中所受到的磁场力在改变. 下落时，随着 v

图 4

图 5

的下落速度增加，$\mathscr{E}$ 也随着增大(根据 $\mathscr{E}=Blv$)，而电阻 R 不变，则通过 ab 的电流 $I=\dfrac{\mathscr{E}}{R}$ 也随着变大，因此，磁场对电流的作用力 $F_{磁}=BIl$ 也随着不断增大. 因为 $F_{合}=F_{重}-F_{磁}$，这里 $F_{磁}$ 是变量，$F_{合}$ 也是变量，所以金属杆在下落中不可能做匀加速运动，而这个加速度虽然是逐渐地减小，而速度却不断地增大，最后 $a=0$，即 $F_{重}=F_{磁}$，这时 ab 金属杆在 mn 以上作加速运动，在 mn 以下作匀速运动.

图 4 中，势能的损失等于动能的增加，ab 运动中没有获得电能.

图 5 中，ab 金属杆在到达 mn 之前，势能的损失等于动能的增加和所获得的电能之和；ab 金属杆到达 mn 之后，势能没有转变为动能，但动能并不等于零，仅是动能没有增加，这时势能全部转变成电能.