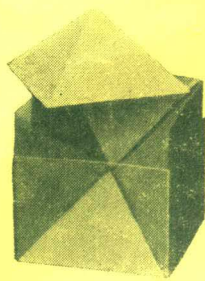
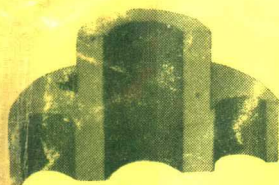


自制纸版数学教具

上海人民出版社



自制纸版数学教具

王德成 王德成 王德成



自制纸版数学教具

上海市嘉陵中学数学教研组

上海人民出版社

内 容 提 要

运用教具进行教学,有利于学生对教材的理解与接受。用纸版制作教具,取材方便、成本低,可以发动同学人人动手,自己制作。

本书介绍以纸版为原料制作数学教具的方法和一些实例。包括“三视图”、“识图”、“展开图”以及其他一些教材内容的教具。可供中小学教师和中学生参考。

自制纸版数学教具

上海市嘉陵中学数学教研组

上海人民出版社出版

(上海绍兴路5号)

新华书店上海发行所发行 上海新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 2.125 字数 55,000

1973年7月第1版 1973年7月第1次印刷

印数 1—20,000

统一书号: 7171·100 定价: 0.15元

目 录

一 制作材料和方法	1
(一) 制作材料	1
1. 纸版(1) 2. 胶水(2) 3. 木砂纸(2)	
4. 油漆(2)	
(二) 制作方法	2
1. 设计(3) 2. 落料(14) 3. 拼制(14)	
4. 上漆(17)	
二 制作实例	19
(一) 三视图教具	19
1. 燕尾槽(19) 2. 轴承座(20) 3. 拉	
耳(21) 4. “三视图积木”模型(22)	
(二) 机械零件和剖视模型	25
1. 十字接头(25) 2. 半圆头铆钉(25)	
3. 钢球碗(26) 4. 制动臂(27)	
5. 轴(28) 6. 齿轮(31) 7. 定位	
套(36) 8. 联轴器(37)	
(三) 展开图模型	38
1. 圆锥(38) 2. 锥形轴套(40) 3. 扭	
弯方管(43) 4. 斜截圆柱(44) 5. 二	
节圆形直角弯管(49) 6. 三节圆形直角	
弯管(50) 7. 多节矩形直角弯管(51)	
8. 三通管(52) 9. 天方地圆(55)	

(四) 其他教具58

1. 棱锥体积公式教具(58)
2. 平方公式教具(60)
3. 立方公式教具(60)

现行中小学数学教材中,编有“三视图”、“识图”、“展开图”等内容。对这部分教材以及其他一些内容运用教具进行教学,有利于学生理解与接受。遵循伟大领袖毛主席关于“实践的观点是辩证唯物论的认识论之第一的和基本的观点”的教导,我校革命师生在教改的大好形势下,自己动手,因陋就简,以纸版为原料,结合教材内容,制作教具。教师边干边教,学生边干边学,调动了教师教学、学生学习的积极性。教育质量有所提高。

用纸版制作教具(模型),取材方便,成本低,不受设备限制,可以人人动手。凡用木料或金属材料能做的模型,用纸版基本上都能制作。缺点是耐压性差,球体无法制作。本书是根据我们制作教具中的一些粗浅认识写成的。限于水平,错误缺点一定很多,欢迎读者批评指正。

一 制作材料和方法

(一) 制作材料

在制作教具之前,我们要准备一些必要的工具,如剪刀、刻刀、绘图工具等。制作材料有如下几种:

1. 纸 版

(1) 马粪纸 马粪纸又称黄版纸或草版纸。这种纸各地都有生产,规格不一(通常为 $660 \times 787 \sim 860 \times 1320\text{mm}$),纸质的紧度也不一样。

纸版的规格大小,对制作教具无关紧要。纸质的紧度不一,则对制作纸质教具影响很大。一般教具可用 $\#10$ (重 530克/米^2)纸版;如制作圆锥、圆台的曲面,以 $\#8$ (重 420克/米^2)为宜;如制作体型较大的教具,以采用 $\#12$ (重 640克/米^2)为佳。

(2) 白卡纸 白卡纸是白色纸版,表面光洁,可用来制作小型机

械零件模型和圆锥、圆台的曲面等。用它制作弯管，弯曲时不易折裂。制成后涂上油漆，十分美观。

(3) 牛皮卡纸 牛皮卡纸颜色略黄，表面光洁度仅次于白卡纸，用途与白卡纸相同。由于它的纸质柔韧，因此更适宜用于有曲面的教具制作。

(4) 彩色卡纸 彩色卡纸是一种有各种颜色的薄卡纸，表面也比较光洁，纸质比白卡纸和牛皮卡纸薄，比较柔软，适宜制作各种有曲面的教具。由于纸质较薄，因此，不宜制作体型较大的教具。但它本身具有彩色，制成教具后可以不必再上漆，也颇美观，既节约油漆，又节省制作时间。

除上述几种常见的纸版外，还有箱版纸、包装版纸、灰色版纸等，也可用来制作纸质教具。

2. 胶水 纸版教具一般由展开面围制而成(空心)，接合处是象电焊焊接那样粘合的，不用留余量，所以采用的胶水要求粘性特别强。纸版较软，拼制粘合定形要求迅速，避免走动，因此要求胶水必须快干。既定形，接合处容易受到外力的扭动而脱裂，所以选用的胶水还须具有柔软的性能。要具有粘性强、快干、柔软这样三个条件，可采用橡胶胶水(即补车胎、套鞋用的胶水)。这种胶水到处有售，价格也比较便宜，是自制纸质教具理想的粘合剂。

3. 木砂纸 木砂纸俗称木砂皮，砂粒有粗有细，一般可采用 #1 和 #1½ 两种。#1 的砂粒细，适用于 #8 马粪纸、白卡纸、牛皮卡纸和彩色卡纸等较薄的纸版；#1½ 的砂粒较粗，适用于 #10、#12 等厚纸版。

4. 油漆 各色磁漆或铝粉漆(俗称银粉漆)，亦可用广告颜料。

(二) 制作方法

设计、加工机械零件，需要知道组成这个零件的每个部分的形状、大小、内外结构和技术要求等等，因此必须借助于图纸。在机械制造上，通常用的是“三视图”，有时亦辅以“立体图”。制作教具主要是参照课本上的立体图进行的，有时也需要根据三视图或课本内容自

行设计。因此也必须具备看懂三视图以及一些必要的投影等知识。

制作纸质教具一般有设计、落料、拼制、上漆等步骤。现分别介绍如下：

1. 设计 研究三视图模型、机械零件模型的形状、大小，基本上是研究“立体形式”的；而在纸版平面上画展开图，则基本上是研究“平面形式”的。但体的表面不外乎是平面或曲面。因此纸质教具的制作关键是怎样把体转化为面的问题。也就是说，用展开面来代表物体的表面而围成一个物体。设计就是通过计算、作图，画出各个展开面。下面我们先介绍一个例子。

例如要制作一个正六棱锥。设正六棱锥的底（正六边形）的边长为 120 mm，侧棱长为 250 mm。我们先画出正六棱锥的立体图如图 1-1。它的展开图可以有两种不同的设计。

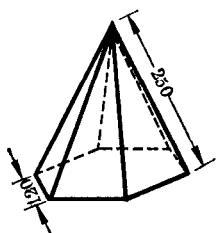


图 1-1

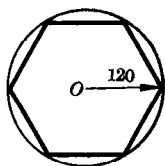


图 1-2

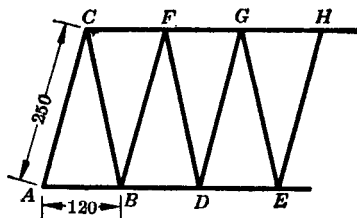


图 1-3

第一种方法。正六棱锥的六个侧面是六个等腰三角形，底是正六边形。我们可以将这七个面分别设计，然后拼制而成。具体作图

如下:

(1) 以 120mm 为半径作圆。以半径长在圆周上顺次截取六点, 连接相邻两点, 即得底面正六边形(图 1-2)。

(2) 作一个底为 120mm, 腰为 250mm 的等腰三角形 ABC (图 1-3)。

(3) 作与 $\triangle ABC$ 全等的五个三角形。这六个全等的等腰三角形就是正六棱锥的六个侧面。

第二种方法。可以将正六棱锥的各面连成一块。作图如下:

(1) 以 250mm 为半径作圆弧 $\widehat{AG}$ (图 1-4)。

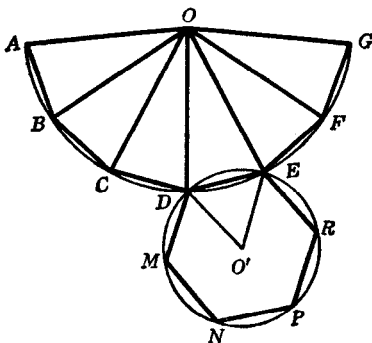


图 1-4

(2) 以 120mm 长在圆弧上截取 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG}$, 作对应的六条弦及半径, 即得六个侧面。

(3) 以 DE (或其他任何一边) 为一边, 作等边三角形 $DO'E$ 。

(4) 以 O' 为圆心, $O'D$ 为半径作圆 O' 。

(5) 自 D 起, 以 $O'D$ 长顺次在圆周上截取六点 (包括 D 、 E), 相邻两点连线即得底面正六边形。

拼制时, 只要在各面连接线上用刀刻划一下翻折即成。

上面的设计, 哪一种好? 请读者看了后面“合理安排展开面”之后, 自己进行比较。下面谈谈设计中的几个问题。

(1) 线段的度量 中小学数学课本上讲解“三视图”、“识图”、“展开图”等内容时，一般都附有实物的立体图。但这些立体图往往不标注尺寸。如果我们要配制教具进行教学，必须按图设计展开图，那末先决条件是量出立体图中的各有关线段的尺寸。度量各有关线段，先要区分这个图是根据“正等轴测投影”^{*}画的，还是采用“斜二轴测投影”^{**}画的。再根据它们的轴向，量取长度。有的尺寸还需要通过计算才能得到。得到了有关尺寸，视课堂教学需要，按比例放大或缩小设计展开面，画在纸版上。如果同一种教具需要制作很多只，可以用较厚的纸版或塑料硬片先制成样板，再在纸版上复制图形，免得重复计算、制图。

^{*} 正等轴测投影画法 正等轴测投影简称正等测。画法是：先定互为垂直的三棱的投影方向线，即相交于 O 的 X 、 Y 、 Z 三轴。轴间角都为 120° ，如图(1)，或为 60° ，如图(2)。在画物体的长、宽、高时都取实长。图(3)是一个正立方体的正等轴测投影的画法。

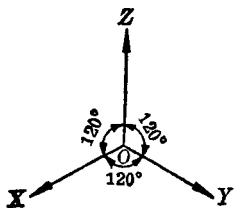


图 (1)

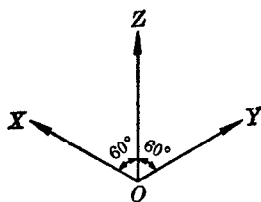


图 (2)

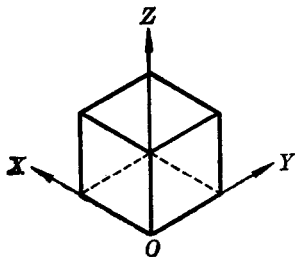


图 (3)

课本中的立体图一般画得比较小,度量时不容易量得很准确,我们可以取它们的近似值。近似值既经确定,按比例在纸版上放样(作图)时,应该视作正确数据,也是设计作图的唯一依据。图 1-5 是一个正四棱锥 $V-ABCD$ 。它的底是正方形,边长 AB 可以按 X 轴的轴向直接量得它的实长;按 Z 轴的轴向,可以量得高 VO 的实长;

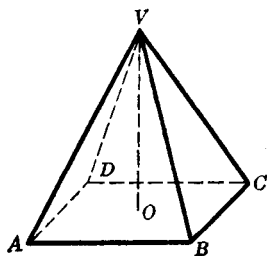


图 1-5

再通过计算,可得侧棱 VA 的实长(图中 VA 或 VB 是侧棱的投影,不是实长,不能直接量取)。有了以上这些数据,就可以按需要定出比例,画出这个正四棱锥的展开图。

(2) 合理安排展开面 设计教具,安排展开面非常重要。展开面安排不当,会影响教具的质量,甚至由于误差太大而不能拼制。为节

约胶水,并使教具坚固,设计展开面时要使粘合口不能太多;但为了拼制时不致产生误差,又要使纸版翻折尽可能减少。两者必须兼顾。同时,还要考虑节约纸版,制作时操作方便等。制作机械零件模型还应研究怎样更符合原件的要求。

例如图 1-6 是一个扁六棱柱(六角螺丝的顶部),它的展开面设计方法很多。第一种方法,可以把它的上、下底和六个侧面分散开

**** 斜二轴测投影画法** 先定分别表示长、宽和高三度的三个轴 OX 、 OY 和 OZ ,如图(4)。 X 轴水平, Z 轴直立,互相垂直。 Y 轴与水平轴成 45° 。在 X 和 Z 轴方向定长和高的尺度时,都取实长。在 Y 轴方向定宽度时取实长的二分之一。图(5)是一个正立方体的斜二轴测投影画法。

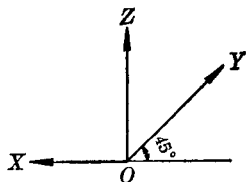


图 (4)

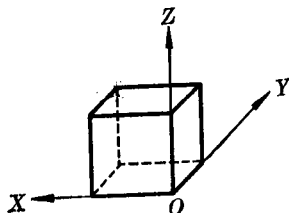


图 (5)

料。第二种方法,把六个侧面连成一条,两旁加上二个底面(图 1-7)。第三种方法,可以把一个底面和六个侧面相连为主体,再加上另一个底面(图 1-8)。这三种展开面的安排方法,那一种最好呢?第一种,因为八个面分散落料,每块面都可以处理得很准确,所以制成的成品质量也很高。



图 1-6

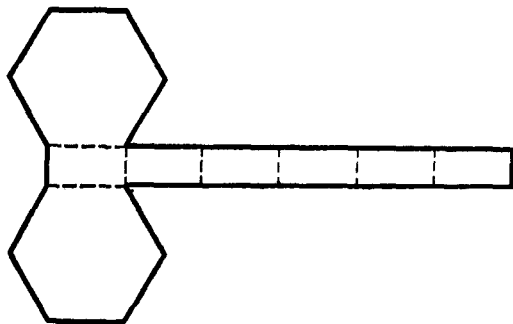


图 1-7

但是,十八条棱都需要涂胶粘合,粘合操作的时间较长,而且用胶量较多。第二种,由于十八条棱中有七条棱相连,用胶省,粘合方便,定形容易。可是,它有一个很大的缺点,就是

六个相连的侧面需要连续翻折。纸版经过连续翻折,侧面会逐个伸延(参看收缩量和余量的处理),侧面的边缘往往与二个底面的边缘不能吻合,致使成品歪斜。第三种,在十八条棱当中有七条相连,用胶节约,粘合、定形也都比较容易;六个侧面都连在一个底面的周围,由翻折引起的误差不会太大;而且展开面比较集中,开料时不会造成浪费。

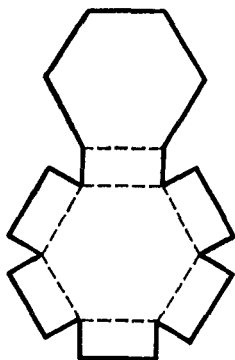


图 1-8

又如图 1-9 是一个正六棱台, 它的展

开面也有很多安排方法。现在举出二种方法加以比较。

第一种,把六个侧面连成环状,在适当的位置把上、下底与侧面相连在一起(图 1-10)。这样,正六棱台的十八条棱中,有七条棱可以

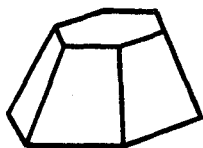


图 1-9

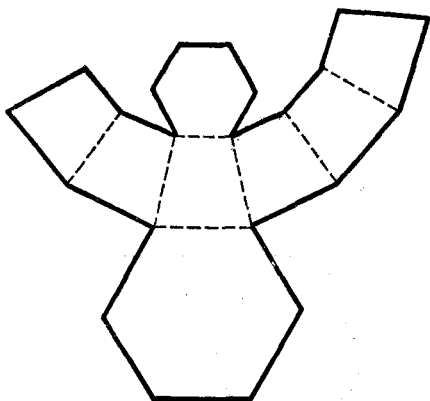


图 1-10

不必涂胶。但是由于六个侧面必须经过连续翻折,会产生误差。第二种,三个侧面与上底面相连,另三个侧面与下底面相连,分成两块(图 1-11)。这样安排,虽然相连的棱比第一种安排少了一条,但是,它的侧面不再经过连续翻折,可以减少伸延。并且分成两块落料,容

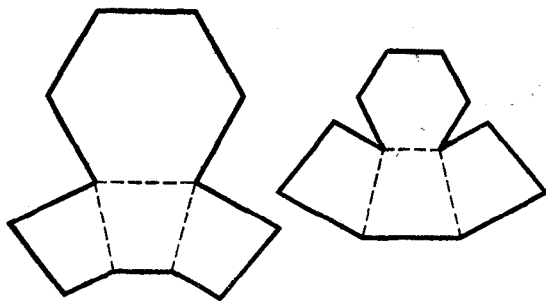


图 1-11

易操作,排料也灵活,比较理想。

如图 1-12 是一个手柄。它可以看作由两个部件组合而成:上部是一个中间方孔的圆柱,下部是一个底座。这里我们只讨论它的侧面展开面如何安排。第一种,按两个组成的部件来设计它的展开面如图 1-13。上面的矩形是圆柱的侧面展开图,下面的矩形是底座的侧面展开图。这样安排,拼制成的成品,两个部件的衔接处会出现一条多余

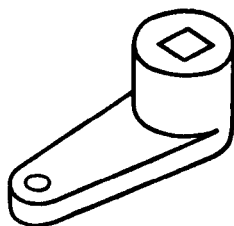


图 1-12

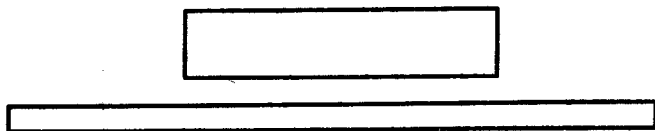
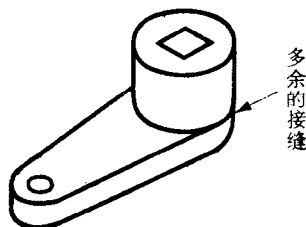


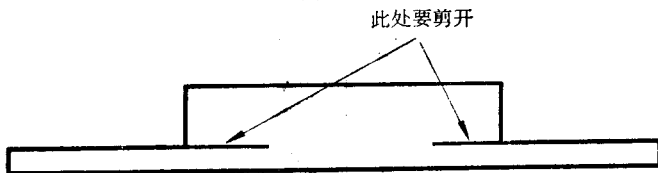
图 1-13

的接缝(图 1-14),与原件略有出入。第二种,把两个侧面连在一起开料(图 1-15),使两个柱面合成为一个柱面,这样就可以弥补上述缺点。



多余的接缝

图 1-14



此处要剪开

图 1-15

(3) 半圆台等的设计 圆柱、圆锥和圆台都是属于旋转体，它们的底面与侧面的交线都是曲线(圆)，因此全面展开图不可能连成一块。但是如果通过轴截面的剖切，就可以把底面和侧面的展开图连成一块。因为轴截面是通过底面圆心的，它与底面的交线必定是底面的直径(直线)，而轴截面与柱面或锥面的交线都是母线，也是直线。所以半圆柱、半圆锥和半圆台的全面展开图都能通过轴截面而连成一块。

图 1-16 是一个半圆台，可以把它看作是一个圆台被轴截面剖切得来的(图 1-17)。因此它的展开面也是圆台展开面(图 1-18)的



图 1-16

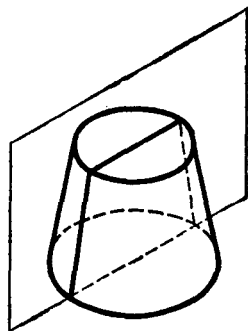


图 1-17

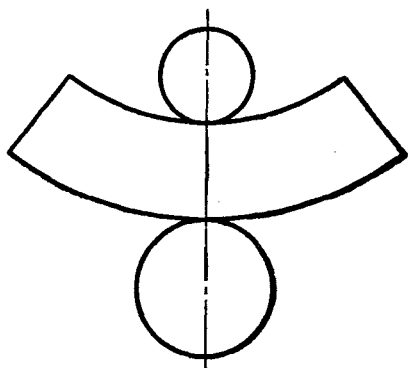


图 1-18

一半,加上轴截面(图 1-19)。圆台的侧面展开图是一个扇环,上、下底是二个圆(图 1-18),由于扇环的两弧只能与上、下底的二个圆相切,因此,不可能交成直线而连成一块。半圆台的侧面展开图是一个

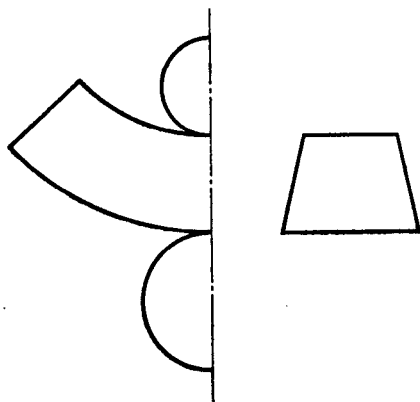


图 1-19

扇环和一个等腰梯形,上、下底是二个半圆(图 1-19)。这两个上、下底和侧面都与轴截面交成直线,所以半圆台的全面展开情况与圆台的全面展开的情况就不同,可以连成一块(图 1-20)。

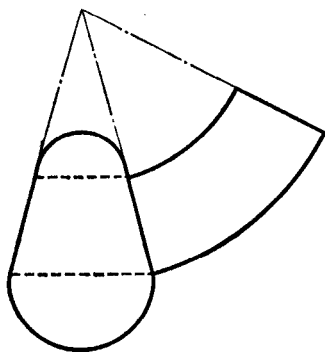


图 1-20