哈尔濱工业大学講义

機械原理

上 册

机械原理教研室編譯

1956

機械原理

1955

編譯者：機械原理教研室
出版者：哈爾濱工業大學
印刷者：哈爾濱工業大學印刷廠

第五次印刷 1500 册　成本費 3 角 6 分
1956年12月

前　　言

本講義是根據蘇聯專家頗·尼·扎米亞金（П. Н. Замятин）的講稿及聽課筆記編譯而成的。

講義的基本內容與課堂講授的內容相似，但有些章節或段落是作爲補充資料，不在課堂上講授，而提供同學們課後閱讀。屬於這類章節的有：

1. 滾銑過程的概念；
2. 關於不等移矩傳動中 $\xi_1+\xi_2>\lambda$ 的證明；
3. 行星機構的效率。

另外還有一些章節是在習題課上講授的，屬於這一類的有：

1. 第三章第七節的例題；
2. 第三章第八節；
3. 第四章第三、四、七節。

講義是按照教學計劃規定的 132 小時的教學時數編寫的，教學時數不同，應有所增減。

哈爾濱工業大學機械原理教研室

1955 年 6 月

目　　录

第一章　機構中的摩擦

第二章　齒　　輪

第一章 機構中的摩擦

§1. 概　　論

兩互相接觸的物體相對運動時，接觸面間必然產生阻碍運動的力，稱爲摩擦力，這種現象稱爲摩擦。摩擦現象按相對運動的形式可分爲兩種，即滑動摩擦與滾動摩擦。其中又常將滑動摩擦分成幾個類型。

1. 乾摩擦—滑動表面直接接觸，表面間沒有潤滑劑及其他化學生成物。

2. 潤滑摩擦—表面間有潤滑油層，而不直接接觸。

此外還可分爲

3. 半乾摩擦：滑動表面間有極薄的油跡，部份表面直接接觸，這種摩擦接近於乾摩擦。

4. 半潤滑摩擦：滑動表面間有油膜個別凸出的滑動表面直接接觸，近於潤滑摩擦。

實際工程中常見的是半乾摩擦和半潤滑摩擦，有時半潤滑摩擦可能轉變爲半乾摩擦。由於在實際工作中常需估計最壞的情況，我們在這裡只研究乾摩擦。

由實驗證明，乾摩擦具有下述定律（半乾摩擦與此相近）：

1. 在一定的速度範圍內和載荷範圍內，摩擦係數可視爲常數，即摩擦力和正壓力正成比

$$F = \mu N \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

其中：F——摩擦力；

μ——摩擦係數；

N——正壓力。

2. 摩擦係數與滑動表面的材料、表面狀態及潤滑情況有關。

3. 靜摩擦係數常大於動摩擦係數。

4. 對大多數材料來講，摩擦係數隨相對速度的增加而減少，並逐漸趨於某常數值。

5. 在大多數情況下，壓力强度愈大，摩擦係數也愈大。

6. 滑動表面接觸的時間愈久，摩擦係數愈大。

在實際計算中，由於很難準確定出機器將有的工作情況，往往不考慮速度、壓力强度及接觸時間等因素對摩擦係數的影響，認為摩擦係數僅與材料及表面狀態有關，而取其平均值。至於摩擦力則按上述公式近似地計算出來。

根據牛頓第三定律可知甲乙兩接觸面間必須有大小相等，方向相反的兩個摩擦力；其方向和物體運動有關：即甲對乙的摩擦力恒和乙對甲的相對運動方向相反。

§ 2. 平面上的摩擦

在平面上放有重量為 Q 的零件（圖I—1a）。同時引起一平面對零件的反作用力 N；並且 N＝Q；若加一水平方向外力 P 使零件沿平面運動時，必產生一摩擦力 F，其大小應為 $F=\mu N$，並且和運動方向相反，若用平行四邊形法把 N，F 相加，得到一總反作用力 R，它與平面法線成一夾角 φ，φ角大小可由下式求出。

$$\mathrm{tg}\varphi=\frac{F}{N},\quad F=N\,\mathrm{tg}\varphi，同時\ F=\mu N，所以\ \mu=\mathrm{tg}\varphi.$$

φ角稱與摩擦角，其大小和 μ 有關。

由上述可得出下列結論：

1. 總反作用力 R 和法線成一夾角 φ；

2. 摩擦角 φ之大小按公式 $\mathrm{tg}\varphi=\mu$ 來決定；

3. 摩擦角之方向按下述方法決定：即作用在零件上的總反作用力 R 與該零件對平面的相對運動方向成鈍角。

如果 P 力不是水平方向，而是向下傾斜並與平面法線成一夾角 α（見圖 I—1b）；當 $\alpha<\varphi$ 時，無論 P 力增加到任何值，均不能使零件運動，因為其水平分力小於它所引起的摩擦力。這種現象稱自鎖現象。

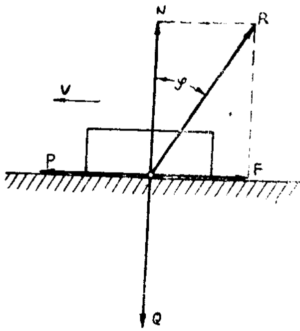

圖 I—1*a*

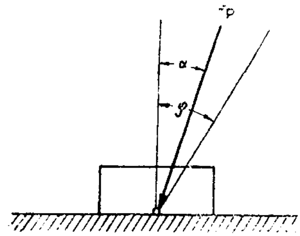

圖 I—1 b

§ 3. 斜面上的摩擦

在傾角爲 δ 的斜面上放有重量爲 Q 的零件（圖 I—2）則平面對零件必有一反作用力 N。若加以水平力 P 將零件沿斜面向上推舉，此時必產生摩擦力 $F=\mu N$。F，N 相加得總反作用力 R， 它和斜面的法線成夾角 φ，並和運動方向成鈍角。 當零件向上作等速移動時，R，Q，P 三力一定要組成一個封閉三角形而互相平衡。

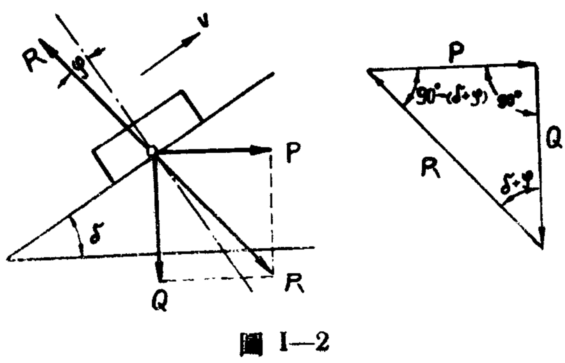

圖 I—2

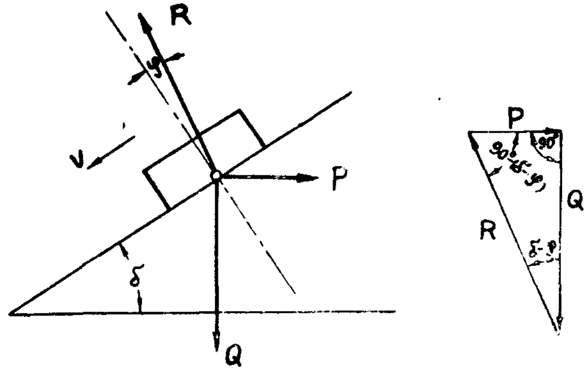

圖 I—3

由三角形中根據正弦定律，可求出 P 力:

$$\frac{Q}{\operatorname{Sin}[90^\circ-(\delta+\varphi)]}=\frac{P}{\operatorname{Sin}(\delta+\varphi)} \qquad P=Q\frac{\operatorname{Sin}(\delta+\varphi)}{\cos(\delta+\varphi)}=Q\ \operatorname{tg}(\delta+\varphi)$$

即由於機構中摩擦力的影響，必須加水平外力 $P=Q\ \operatorname{tg}(\delta+\varphi)$ 才能使重量爲 Q 的零件沿斜面向上做等速運動。

若機構間沒有摩擦即 $\varphi=0$ 時，只需要較少的力 $P=Q\ \operatorname{tg}\delta$ 即可。

現在研究另外一種情況（見圖 I—3)，即由於零件本身重量（或外力）Q 的作用，使零件沿斜面向下運動，此時，因爲運動方向改變了，所以摩擦力 F 也改爲相反的方向，總反作用力與斜面法線仍成夾角 φ，但 φ 角也改變了方向。

因爲 Q 力在斜面方向的分力不一定等於摩擦力 F，因此若使零件向下作等速運動，必須加阻力 P 來平衡。下降時，Q 力將克服有效阻力 P 而作功。由 P，Q，R 三力所組成的三角形中，可按正弦定律得

$$\frac{P}{\operatorname{Cos}(\delta-\varphi)}=\frac{Q}{\operatorname{Sin}(\delta-\varphi)}, \quad P=Q\ \operatorname{tg}(\delta-\varphi)。$$

應當注意此時 P 力已經不是促使零件運動的運動力，而是阻力載荷，而 Q 力也不是載荷（阻力），而是使物體運動的運動力了。

由前述兩式相比較，只是 φ 角的符號改變了，這是因爲摩擦力改變了方向。在零件向下運動的情況下:

當 $\delta=\varphi$ 時，則 $P=0$. 由力三角形中可見 Q，R 夾角 $\delta-\varphi=0$，即 R，Q 兩力相重合，故 $P=0$ 。

此時 Q，R 兩力處於平衡狀態，因此在等速運動情況下 Q 力已經不能克服任何有效阻力 P 。

依同理 $\delta<\varphi$ 時 $P<0$; 因三形中 $\delta-\varphi<0$，P 力已改變爲相反方向。此時如果希望零件向下作等速運動，除加 Q 外，必須另外加一 P 力促使其運動。如果不加 P 力，則不論 Q 力的大小如何，零件都不可能向下滑動，這種現象稱爲自鎖現象。不等式 $\delta\leqslant\varphi$ 稱爲斜面的自鎖條件。

§ 4. 效率的確定

得到的功與耗費的功之比稱爲效率（見圖 I—4)。

設零件沿斜面由位置 I 上昇到位置 II。則耗費的功爲運動力 P 與其位移 S_P 的乘積，而得到的功爲載荷 Q 與其位移 S_Q 的乘積。即零件上昇時的效率爲

$$\eta_{上}=\frac{Q\,S_Q}{P\,S_P}.$$

S_Q—Q 力的位移，　S_P—P 力的位移。

假如沒有摩擦，則得到的功等於耗費的功，即效率爲 1，

$$\eta=\frac{Q\,S_Q}{P_o\,S_P}=1.$$

上式中 P_o 爲沒有摩擦時，推動 Q 所需的運動力。

由上式得

$$\frac{S_Q}{S_P}=\frac{P_o}{Q}$$

即在不計摩擦的情況下，位移與力成反比。將上代入效率的公式中：

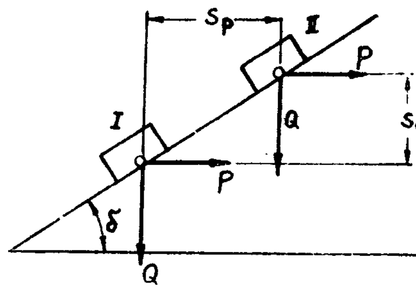

圖 I—4

$$\eta_{上} = \frac{Q\,S_Q}{P\,S_P} = \frac{Q}{P} \cdot \frac{P_o}{Q} = \frac{P}{P} \text{。}$$

上式表明，效率等於不計摩擦時的運動力與有摩擦時的運動力的比值（設 Q 爲是值)。

同理，如令 Q_o 爲不計摩擦時的載荷，可得

$$\eta_{上} = \frac{Q}{Q_o}$$

即效率等於有摩擦時的載荷與沒有摩擦時的載荷的比值（設 P 爲定值)。

當零件下降時，因運動力爲 Q，載荷爲 P，故得到的功爲 $P\,S_P$，而耗費的功爲 $Q\,S_Q$。即零件下降時的效率爲

$$\eta_{下} = \frac{P\,S_P}{Q\,S_Q} = \frac{Q_o}{Q} = \frac{P}{P_o}$$

即效率仍舊是不計摩擦時的運動力與考慮摩擦後的運動力的比值，或者是有摩擦時的載荷與沒有摩擦時的載荷的比值。

現在來計算斜面的斜率。

1． 上昇時，因

$$P = Q\,\mathrm{tg}(\delta + \varphi)$$

令 $\varphi = 0$，得

$$P_o = Q\,\mathrm{tg}\delta$$

故

$$\eta_{上} = \frac{\mathrm{tg}\delta}{\mathrm{tg}(\delta + \varphi)} \text{。}$$

2． 下降時

$$P = Q\,\mathrm{tg}(\delta - \varphi), \quad P_o = Q\,\mathrm{tg}\delta$$

故

$$\eta_{下} = \frac{\mathrm{tg}(\delta - \varphi)}{\mathrm{tg}\,\delta} \text{。}$$

機構的自鎖條件，也可以根據效率來求。『當機構的效率小於或等於零時，則機構自鎖』。

現在來說明這個道理。因得到的功等於耗費的功與損失（於摩擦）的功之差，即效率爲

$$\eta = \frac{\text{耗費的功}-\text{損失的功}}{\text{耗費的功}} = 1 - \frac{\text{損失的功}}{\text{耗費的功}} 。$$

如果 $\eta < 0$，則損失的功 > 耗費的功。根據能量不滅定律，損失的功是不可能大於耗費的功的。這就是說，此時，機構在運動力的作用下將不可能運動，即發生自鎖。

令 $$\eta_{下} = \frac{\mathrm{tg}(\delta-\varphi)}{\mathrm{tg}\,\delta} < 0$$

則得機構的自鎖條件

$$\delta < \varphi$$

§ 5. 楔形滑塊的摩擦

現在我們來研究楔形滑塊在滑動時的摩擦力。

假設在滑塊上有垂直方向的負荷 Q（見圖 I—5），於是一定引起楔形導軌對滑塊的反作用力 2 N，由平衡方程式可求出 $N = \frac{Q}{2\,\mathrm{Cos}\beta}$

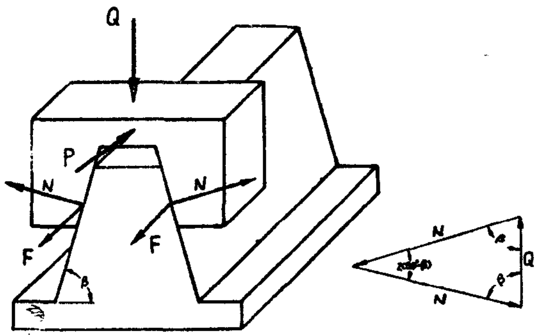

圖 I—5

今在滑塊上加一水平方向外力 P，使滑塊沿導軌方向滑動。同時，滑塊與導軌之間必產生摩擦力 F，與運動方向相反

$$F = 2\mu N$$

欲使滑塊作等速運動時 P 力必須等於 F，於是

$$P = F = 2\mu N = 2\mu\frac{Q}{2\cos\beta}$$

$$P = \frac{\mu Q}{\cos\beta}$$

通常 $\frac{\eta}{\cos\beta}$ 用 η_{Δ} 表示，稱爲誘導摩擦係數。

因爲 Cosβ 恒小於 1，所以 μ_{Δ} 恒大於 μ 因此

楔形滑塊及導軌間的摩擦力大於平面摩擦力。

§ 6. 軸 頸 的 摩 擦

軸在軸承內的部份稱爲軸頸（圖 I—6)。當軸旋轉時， 軸頸與軸承之間必然產生阻止相對運動的摩擦力。摩擦力對廻轉中心產生的力矩稱爲摩擦力矩。

摩擦力矩是研究軸與軸承的效率以及軸與軸承間發熱量的基礎。

在乾摩擦軸中影響摩擦力矩的因素有：

（1） 載荷的大小及與軸承間壓力的分佈情況；

（2） 軸與軸承間的摩擦係數。

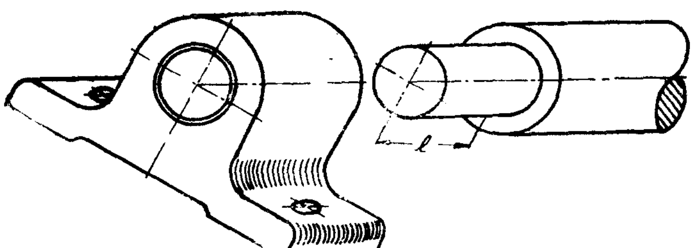

圖 I—6

因此，爲了計算軸頸的摩擦力矩，必須對壓力分佈情况作一定的假設。當然，這些假設又必須接近於實際情况。

I 新軸頸

假設新軸頸與軸承都是直徑相等沒有間隙的理想圓柱面，因此，兩表面任何點的接觸情况，有如軸頸放在液體中整個接觸面的法向压力均勻一致。如圖 I—7 所示，軸承襯受力的半個圓柱面上 $p=$常數。

如取微分面上，軸頸受自軸承的作用力

$$dN = p\,l\,r\,d\alpha$$

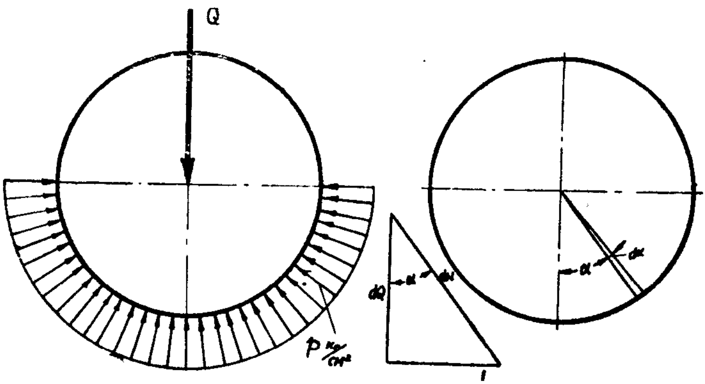

圖 I—7

垂直分力 $$dQ = dN.\ \text{Cos}\,\alpha$$

因之垂直分力的總和 $$Q = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} dN\,\text{Cos}\,\alpha$$

$$= 2\,p\,l\,r\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Cos}\,\alpha\ d\alpha$$

$$= 2\,p\,l\,r\ .$$

所以，單位面積上的壓力 $$P = \frac{Q}{2\,l\,r}$$

至此，壓力分佈情况已經確定。可以着手研究摩擦力矩。

在此微分面上的摩擦力

$$dF = \mu \cdot d \cdot N = p\,l\,r\,d\alpha\,\mu = \frac{Q\,\mu\,d\alpha}{2}$$

由此摩擦力所產生的摩擦力矩

$$d\,M_T = dF \cdot r$$

所以

$$M_T = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} dF \cdot r = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Q\,\mu \cdot d\alpha \cdot r}{2} = \mu\,r\,Q\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha = \frac{\pi}{2}\mu r Q$$

II 跑合軸頸（舊軸）

新軸工作或空轉一段時期後，由於相對滑動產生磨損，兩表面上的凹凸起伏已逐漸消除，因而摩擦減小。這種軸稱爲跑合軸。

軸頸與軸承襯兩者在工作過程中的磨損情況是不相同的。因爲實際應用中軸頸材料的硬度遠比軸承襯要硬。自然，磨 損 就 遠 比軸承襯要

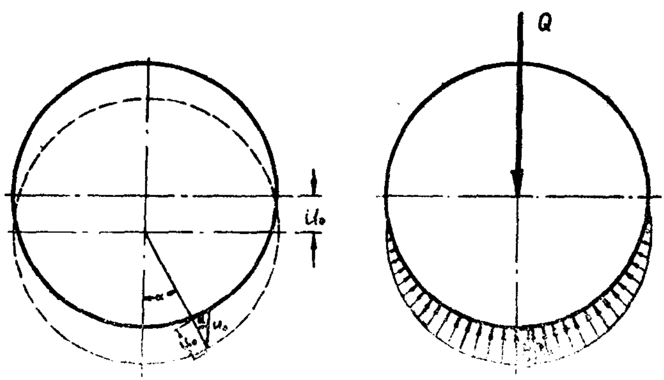

圖 I—8

小，因此我們可以假設軸頸在旋轉時不發生磨損僅軸承襯不斷磨損。由於這樣，軸頸將因軸承襯的磨損沿着載荷的方向下降 U_0 的距離。也就是說，軸承襯上各點沿着載荷方向的磨損都是 U_0 。

因此，如圖 I—8 —所示，由於 U_0 爲極小之量，軸承襯上任意點的徑向磨損，可以看作是與 U_0 成爲餘弦關係，即

$$U = U_0 \operatorname{Cos} \alpha$$

實驗證明，磨損和壓力强度成正比，還與表面間的相對速度、軸頸和軸承襯的材料等其他因素有關。而軸承襯上各點的其他因素完全相同，因此，可以說軸頸上各點的徑向磨損與該點的壓力强度成正比。

$$U = C P,\quad U_0 = C P_0;\quad P_0\text{——A點的壓力强度。}$$

由此
$$\frac{P}{P_0} = \frac{U}{U_0} = \operatorname{Cos} \alpha$$

$$P = P_0 \operatorname{Cos} \alpha$$

由上式可知，壓力强度是按照餘弦定律變化。壓力强度的分佈圖有如鐮刀曲線形狀（圖 I—8），$\alpha = 0$ 點壓力强度最大爲 P_0。

至此，除壓力强度 p 的假設有所不同外，摩擦力矩的推導步驟，與新軸頸完全相同。

$$dN = p\, l\, r\, d\alpha$$

$$\begin{aligned} dQ &= dN \cdot \operatorname{Cos} \alpha \\ &= p\, l\, r \operatorname{Cos} \alpha \cdot d\alpha \\ &= p_0\, l\, r \cdot \operatorname{Cos}^2 \alpha \cdot d\alpha \end{aligned}$$

垂直分力總和
$$Q = 2 p_0\, l\, r \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Cos}^2 \alpha \cdot d\alpha$$

由於
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Cos}^2 \alpha \cdot d\alpha = \left(\frac{1}{4} \operatorname{Sin} 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

代入得
$$Q = p_0\, l\, n \frac{\pi}{2}$$

所以
$$p_0 = \frac{2}{\pi} \frac{Q}{l\, r}$$