目　　录

第一章　原子的基本状况

子被静止的原子核“散射”时，运动方向发生偏

与“瞄准距离”b有如下关系：

$$\cot\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{Mv^2}{2Ze^2}b$$

α子的质量；v是α粒子离核很远时的速

Ze是核电荷，b是瞄准距离。

α子散射的卢瑟福公式：

$$d=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

粒子散射到θ与$\theta+d\theta$之间那么一个立体角$d\Omega$内每个

散射截面，又称微分截面。

粒子所能达到的离原子核的最小距离公式：

由 $$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{Mv^2}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$$

1.1 α粒子离原子核的最小距离。

习　题

1.1 若卢瑟福散射用的α粒子是放射性物质镭′放射的，其动能为7.68×10^{6}电子伏特。散射物质是原子序$Z=79$的金箔。试问散射角$\theta=150°$所对应的瞄准距离b多大

解：根据卢瑟福散射公式：

$$ctg\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{Mv^2}{2Ze^2}b=4\pi\varepsilon_0\frac{K_\alpha}{Ze^2}b$$

得到：

$$b=\frac{Ze^2ctg\frac{\theta}{2}}{4\pi\varepsilon_0K_\alpha}=$$

$$=\frac{79\times(1.60\times10^{-19})^2ctg\frac{150}{2}}{(4\pi\times8.85\times10^{-12})\times(7.68\times10^6\times1.60\times10^{-19})}$$

$$=3.97\times10^{-15}\text{米}$$

式中$K_\alpha=\frac{1}{2}Mv^2$是α粒子的功能。

1.2 已知散射角为θ的α粒子与散射核的最短距离为

$$r_m=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2Ze^2}{Mv^2}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$$

试问上题α粒子与散射的金原子核之间的最短距离r_m多大？

解：将1.1题中各量代入r_m的表达式，得：

$$r_{min}=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2Ze^2}{Mv^2}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$$

$$=9\times10^{9}\times\frac{4\times79\times(1.60\times10^{-19})^{2}}{7.68\times10^{6}\times1.60\times10^{-19}}\times\left(1+\frac{1}{\sin75^{\circ}}\right)$$

$$=3.02\times10^{-14}\text{ 米}$$

$3.97\times10^{-15}\times \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\times\left(1+\frac{1}{\sin75^{\circ}}\right)$

$=3.97\times10^{-15}\times\left(3.74+\frac{1}{3.86}\right)$

1.3 若用动能为1兆电子伏特的质子射向金箔。问质子与金箔原子核可能达到的最小距离多大？又问如果用同样能量的氘核（氘核带一个$+e$电荷而质量是质子的两倍，是氢的一种同位素的原子核）代替质子，其与金箔原子核的最小距离多大？

解：当入射粒子与靶核对心碰撞时，散射角为180°。当入射粒子的动能全部转化为两粒子间的势能时，两粒子间的作用距离最小。

根据上面的分析可得：

$$\frac{1}{2}Mv^{2}=K_{p}=\frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r_{min}}$$

故有：

$$r_{min}=\frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}K_{p}}=$$

$$=9\times10^{9}\times\frac{79\times(1.60\times10^{-19})^{2}}{10^{6}\times1.60\times10^{-19}}=1.14\times10^{-13}\text{ 米}$$

由上式看出：r_{min}与入射粒子的质量无关，所以当用相同能量和相同电量的氘核代替质子时，其与靶核作用的最小距离仍为1.14×10^{-13}米。

1.4　钋放射的一种α粒子的速度为1.597×10^{7}米/秒，正面垂直入射于厚度为10^{-7}米、密度为1.932×10^{4}公斤/米^{3}的金箔。试求所有散射在$\theta>90^{\circ}$的α粒子占全部入射粒子数的百分比。已知金的原子量为197。

解：散射角在$\theta\sim\theta+d\theta$之间的α粒子数dn与入射到箔上的总粒子数n的比是：

$$\frac{dn}{n}=Ntd\sigma$$

其中单位体积中的金原子数：

$$N=\rho/m_{Au}=\rho N_{0}/A_{Au}$$

而散射角大于90°的粒子数为：

$$dn'=\int dn=nNt\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}d\sigma$$

所以有：

$$\frac{dn'}{n}=Nt\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}d\sigma$$

$\because d\sigma=2\pi b\,db$

$$=\frac{\rho N_{0}}{A_{Au}}\cdot t\cdot\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}}\right)^{2}\pi\left(\frac{2Ze^{2}}{Mv^{2}}\right)^{2}$$

$$\int_{90^{\circ}}^{180^{\circ}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^{3}\frac{\theta}{2}}d\theta$$

等式右边的积分

$$I=\int_{90^{\circ}}^{180^{\circ}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^{3}\frac{\theta}{2}}d\theta=2\int_{90^{\circ}}^{180^{\circ}}\frac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^{3}\frac{\theta}{2}}=$$

$$= 2\left(-\frac{1}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)\Bigg|_{90^\circ}^{180^\circ} = 1$$

故
$$\frac{dn'}{n} = \frac{\rho N_0}{A_{Au}}\cdot t\cdot\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\pi\left(\frac{2Ze^2}{Mv^2}\right)^2$$

10^{25}

$$= \frac{1.932\times10^4\times6.022\times10^{23}}{197}\times10^{-7}\times(9.0\times10^9)^2\pi$$

$$\times\left\{\frac{2\times\overset{79}{\cancel{97}}\times(1.60\times10^{-19})^2}{(4\times1.66\times10^{-27})\times(1.597\times10^7)^2}\right\}^2$$

$$\approx 8.5\times10^{-6} = 8.5\times10^{-4}\%$$

即速度为1.597×10^7米/秒的α粒子在金箔上散射，散射角大于90°以上的粒子数大约是$8.5\times10^{-4}\%$。

1.5　α粒子散射实验的数据在散射角很小（$\theta\leq15^\circ$）时与理论值差得较远，是什么原因？

答：α粒子散射的理论值是在“一次散射”的假定下得出的。而α粒子通过金属箔，经过好多原子核的附近，实际上经过多次散射。至于实际观察到较小的θ角，那是多次小角散射合成的结果。既然都是小角散射，哪一个也不能忽略，一次散射的理论就不适用。所以，α粒子散射的实验数据在散射角很小时与理论值差得较远。

1.6　已知α粒子质量比电子质量大7300倍。试利用中性粒子碰撞来证明：α粒子散射“受电子的影响是微不足道的”。

证明：设碰撞前、后α粒子与电子的速度分别为：$\vec{v}$，$\vec{v}'$，0，$\vec{v}_e'$。根据动量守恒定律，得：

$$M\vec{v}_\alpha = M\vec{v}_\alpha' + m\vec{v}_e'$$

即 $$M(\vec{v}_\alpha - \vec{v}_\alpha') = m\vec{v}_e'$$

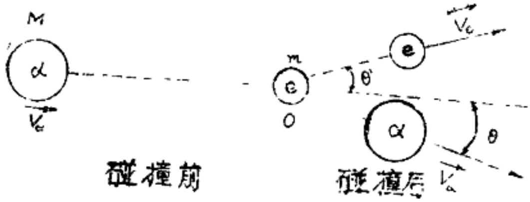

图 1-1

由此得：

$$\vec{v}_\alpha - \vec{v}_\alpha' = \frac{m}{M}\vec{v}_e' = \frac{1}{7300}\vec{v}_e' \qquad (1)$$

又根据能量守恒定律，得：

$$\frac{1}{2}Mv_\alpha^2 = \frac{1}{2}Mv_\alpha'^2 + \frac{1}{2}mv_e'^2$$

$$v_\alpha^2 = v_\alpha'^2 + \frac{m}{M}v_e'^2 \qquad (2)$$

将（1）式代入（2）式，得：

$$v_\alpha^2 = v_\alpha'^2 + 7300(\vec{v}_\alpha - \vec{v}_\alpha')^2$$

$$= v_\alpha'^2 + 7300v_\alpha^2 + 7300v_\alpha'^2 - 2\times 7300 v_\alpha v_\alpha' \cos\theta$$

整理，得：

$$v_\alpha^2(7300-1) + v_\alpha'^2(7300+1) - 2\times 7300 v_\alpha v_\alpha' \cos\theta = 0$$

∵ $7300 \gg 1$，

∴ 上式可写为：

$$7300\ (\vec{v}_a-\vec{v}_a{}')^2=0$$

$$\therefore\quad \vec{v}_a-\vec{v}_a{}'=0$$

即α粒子散射“受电子的影响是微不足道的”。

1.7 能量为3.5兆电子伏特的细α粒子束射到单位面积上质量为1.05×10^{-2}公斤/米^{2}的银箔上(见图1—2)，α粒子与银箔表面成60°角。在离α入射线成$\theta=20°$的方向上，离银箔散射区距离L＝0.12米处放一窗口面积为6.0×10^{-5}米^{2}的计数器。测得散射进此窗口的α粒子是全部入射α粒子的百万分之29。若已知银的原子量为107.9。试求银的核电荷数Z。

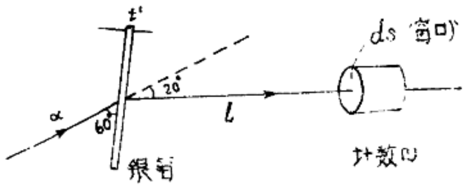

图1—

解：设靶厚度为t'。非垂直入射时引起α粒子在靶物质中通过的距离不再是靶物质的厚度t'，而是$t=t'/\sin60°$，如图1—3所示。

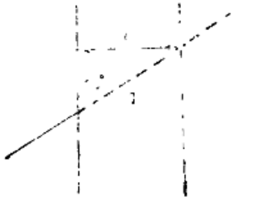

图1—3

因为散射到θ和$\theta+d\theta$之间$d\Omega$立体角内的粒子数dn与总入射粒子数n的比为：

$$\frac{dn}{n}=\frac{d\Sigma}{A}=Ntd\sigma \quad (1)$$

而$d\sigma$为：

$$d\sigma = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2\frac{d\Omega}{sin^4\frac{\theta}{2}} \quad (2)$$

把（2）式代入（1）式，得：

$$\frac{dn}{n} = Nt\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2\frac{d\Omega}{sin^4\frac{\theta}{2}} \quad (3)$$

式中立体角元$d\Omega = ds/L^2$，$t = t'/sin60° = 2t'/\sqrt{3}$，$\theta = 20°$，N为原子密度。$Nt'$为单位面上的原子数，$Nt' = \eta/m_{Ag} = \eta(A_{Ag}/N_0)^{-1}$，其中$\eta$是单位面积上的质量；$m_{Ag}$是银原子的质量；$A_{Ag}$是银原子的原子量；$N_0$是阿佛加德罗常数。

将各量代入（3）式，得：

$$\frac{dn}{n} = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\eta N_0}{A_{Ag}}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2\frac{d\Omega}{sin^4\frac{\theta}{2}}$$

由此，得：

$$Z = \left[\frac{dn}{n}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{A_{Ag}(Mv^2)^2 sin^4\frac{\theta}{2}}{\eta N_0(1/4\pi\varepsilon_0)^2 e^4 d\Omega}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{Mv^2\cdot sin^2\frac{\theta}{2}\cdot L}{(1/4\pi\varepsilon_0)\cdot e^2}\left[\frac{\sqrt{3}A_{Ag}\cdot\frac{dn}{n}}{2N_0\eta ds}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{(2\times3.5\times10^6\times1.6\times10^{-19})sin^2 10°\times0.12}{9\times10^9\times(1.6\times10^{-19})^2}$$

$$\times\left[\frac{\sqrt{3}\times107.9\times29\times10^{6}}{2\times6.02\times10^{23}\times1.05\times10^{-2}\times6.0\times10^{-5}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$=47$。

1.8 设想铅（Z＝82）原子的正电荷不是集中在很小的核上，而是均匀分布在半径约为10^{-10}米的球形原子内，如果有能量为10^6电子伏特的α粒子射向这样一个“原子”，试通过计算论证这样的α粒子不可能被具有上述设想结构的原子产生散射角大于90°的散射。这个结论与卢瑟福实验结果差得很远，这就说明原子的汤姆逊模型是不能成立的（原子中电子的影响可以忽略）。

解：设α粒子和铅原子对心碰撞，则α粒子到达原子边界而不进入原子内部时的能量由下式决定：

$$\frac{1}{2}Mv^2=2Ze^2/4\pi\varepsilon_0 R$$

$$=2\times82\times(1.60\times10^{-19})^2\times9\times10^9/10^{-10}$$

$$=3.78\times10^{-16}\text{焦耳}\approx2.36\times10^3\text{电子伏特}$$

由此可见，具有10^6电子伏特能量的α粒子能够很容易的穿过铅原子球。α粒子在到达原子表面和原子内部时，所受原子中正电荷的排斥力不同，它们分别为：$F=2Ze^2/4\pi\varepsilon_0R^2$和$F=2Ze^2r/4\pi\varepsilon_0R^3$。可见，在原子表面处α粒子所受的斥力最大，越靠近原子的中心α粒子所受的斥力越小，而且瞄准距离越小，使α粒子发生散射的垂直于入射方向的分力越小（见图1—4）。我们考虑使粒子散射最强的情形。设α粒子擦原子表面而过。此时受力为$F=\dfrac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0R^2}$。可以认为，α粒子只在原子大小的范围内受到原子中正电荷的作用，即作用距离为原子

的直径D。并且在作用范围D之内，力的方向始终与入射方向垂直，大小不变。这是一种受力最大的情形。

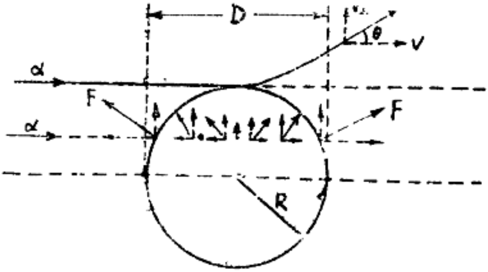

图 1 —4

根据上述分析，力的作用时间为$t=D/v$，α 粒子的动能为$\frac{1}{2}Mv^2=K$，因此， $v=\sqrt{2K/M}$ ，所以，

$$t=D/v=D\sqrt{M/2K}\text{。}$$

根据动量定理：

$$\int_0^t Fdt=P_\perp-P_\perp^0=Mv_\perp-0$$

而

$$\int_0^t Fdt=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0R^2}\int_0^t dt=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0R^2}\cdot t$$

所以有：

$$\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0R^2}\cdot t=Mv_\perp$$

在b较小时，有可能在α粒子进入球之前就已改变了一个大角，∴此解法完全不妥。

由此可得：

$$v_{\perp} = 2Ze^2 t/4\pi\varepsilon_0 R^2 M$$

α粒子所受的平行于入射方向的合力近似为0，入射方向上速度不变。据此，有：

$$tg\theta = \frac{v_{\perp}}{v} = \frac{2Ze^2 t}{4\pi\varepsilon_0 R^2 M v} = \frac{2Ze^2 D}{4\pi\varepsilon_0 R^2 M v^2}$$

$$= \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 RK} = 9\times 10^9 \times$$

$$\times \frac{2\times 82\times(1.6\times 10^{-19})^2}{10^{-10}\times(10^6\times 1.6\times 10^{-19})} = 2.4\times 10^{-3}$$

这时θ很小，因此$tg\theta \approx \theta = 2.4\times 10^{-3}$弧度，大约是8.2′。

这就是说，按题中假设，能量为1兆电子伏特的α粒子被铅（Pb）原子散射，不可能产生散射角$\theta>90°$的散射。但是在卢瑟福的原子有核模型的情况下，当α粒子无限靠近原子核时，会受到原子核的无限大的排斥力，所以可以产生$\theta>90°$的散射，甚至会产生$\theta\approx 180°$的散射，这与实验相符合。因此，原子的汤姆逊模型是不成立的。

1.9　能量为5.4兆电子伏特的α粒子通过薄的金箔后，自初始方向偏60°角。试计算瞄准距离，并把它与靶核的有效半径作一比较。此有效半径是根据瞄准距离等于零的条件得到的。

解：由题设条件得知：散射角θ＝60°，α粒子的动能

$\frac{1}{2}Mv^2 = 5.4\times 10^6$电子伏特，靶核为金（A$u$）Z＝79，根据偏

转角θ与瞄准距b的关系式

$$ctg\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{Mv^2}{2Ze^2}b$$

得瞄准距为

$$b=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{Mv^2}ctg\frac{\theta}{2}$$

$$=9\times10^9\times\frac{79\times(1.60\times10^{-19})^2}{5.4\times10^6\times1.60\times10^{-19}}ctg30^\circ$$

$$=3.6\times10^{-14}\text{米}$$

靶核的有效半径为：

$$r_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{Mv^2}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$$

式中$\theta=\pi$，所以有：

$$r_{in}=9\times10^9\times\frac{79\times(1.60\times10^{-19})^2}{5.4\times10^6\times1.60\times10^{-19}}\times2$$

$$=4.2\times10^{-14}\text{米}$$

$$\frac{b}{r_{in}}=\frac{3.6\times10^{-14}}{4.2\times10^{-14}}=\frac{6}{7}\qquad b<r_i$$

1.10 动能为E的质子在薄的钍靶上散射，直到 E＝4.3 $\times10^6$ 电子伏特时仍然符合卢瑟福公式。试由此估核力的作用半径。

解：根据题意知，质子的动能E＝4.3×10^6 电子伏特时仍可用卢瑟福公式。若估计钍靶核力的作用半径，只须求得质子

与钍核之间的最短距离r_{min}即可。散射角可视为$\theta=\pi$。

$$r_{min}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{Mv^2}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{2E}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\pi}{2}}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{E}$$

$$=9\times10^9\times\frac{90\times(1.60\times10^{-19})^2}{4.3\times10^6\times1.60\times10^{-19}}$$

$$=3.0\times10^{-14}\text{米}$$

最大之b否?

1.11 假设$Nt\pi b^2\approx0.1$，若能量为$E=5.0\times10^6$电子伏特的α粒子在铀箔上散射时，从角度$\theta\approx4°$开始都可以满足卢瑟福散射公式。试估计铀箔的质量厚度。（题中N——单位体积的靶核数目；t——铀箔的厚度；πb^2——一个靶核的有效面积）。

(b已定)与(E已定→α已定)⇒θ已定∴何来f?

解：根据卢瑟福散射公式得：

$$b=(4\pi\varepsilon_0)^{-1}2Ze^2(Mv^2)^{-1}ctg\frac{\theta}{2},$$

由此，

$$Nt\pi b^2=Nt\pi\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2Ze^2}{Mv^2}\right)^2ctg^2\frac{\theta}{2}\approx0.1$$

其中

$N=N_0(\mu/\rho)^{-1}=N_0\rho/\mu$；μ是铀的摩尔原子质量；ρ是铀的质量密度；$N_0$是阿伏加德罗常数。

将以上各量代入上式得：

$$\frac{\rho t N_0 \pi (Ze^2)^2}{\mu E^2} \cdot \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \cdot ctg^2\frac{\theta}{2} = 0.1$$

由此得：

$$\rho t \approx \frac{0.1 \times \mu E^2 (4\pi\varepsilon_0)^2}{N_0 \pi (Ze^2)^2} \quad tg^2\frac{\theta}{2}$$

此即质量厚度公式。将已知数值代入，得：

$$\rho t \approx \frac{0.1 \times 238 \times (5\times 10^6 \times 1.6\times 10^{-19})^2 \times (1/9\times 10^9)^2}{6.02\times 10^{23} \pi [92\times (1.9\times 10^{-19})^2]^2} tg^2 2^\circ$$

≈ 2.2毫克/〔厘米〕^{2}。

1.12 强度为5×10^3粒子/秒，能量为3×10^6电子伏特的狭窄的α粒子流垂直地射到厚度为1微米的金箔上，试问经过10分钟在59°和61°之间的角度间隔内将记录多少个被散射的α粒子？

解：根据卢瑟福公式，散射角在θ至$\theta+d\theta$之间$d\Omega$立体角内的α粒子数目为

$$dn = nNt\,d\sigma$$

把$d\sigma$的表示式代入上式，得：

$$dn = nNt \cdot 2\pi \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2 \frac{\sin\theta\, d\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$= 2\pi Nnt \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{(Ze^2)^2}{E^2} \cdot \frac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}$$

其中$N = N_0\rho/A$，A是1摩尔原子质量。

散射角在59°～61°之间的粒子数n'

$$n' = \int_{59^\circ}^{61^\circ} dn = 2\pi \frac{N_0\rho}{A} n t \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{(Ze^2)^2}{E^2} \times$$

?

$$\times \int_{59^\circ}^{61^\circ} \frac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}} = 4\pi \frac{N_0\rho}{A} n t \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \times$$

该为2π

$$\times \frac{(Ze^2)^2}{E^2} \left(-\frac{1}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)\Bigg|_{59^\circ}^{61^\circ}$$

其中　$N_0 = 6.02 \times 10^{23}$，$A = \cancel{197}$ 0.197，$\rho = 19.3 \times 10^3$ 公斤/米^3，$t = 10^{-6}$米，$n = 5 \times 10^3$粒子数/秒，时间$\tau = 600$秒，$Z = 76$，$E = 3 \times 10^6$电子伏特$= 3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$焦耳。将以上各已知数代入$n'$的表示式中，得：

$$n' \approx \cancel{194} \quad 97 \quad 97.$$

即被散射的α粒子是~~194~~个。

第二章　原子的能级和辐射

内容提要

一、玻尔假设：$h\nu = E_2 - E_1$

$$P_n = n\frac{h}{2\pi} = mvr$$

式中E_2和E_1是电子处于主量子数为n_2和n_1的状态中的能量。它们之间的跃迁伴随着辐射或吸收一个频率为ν的光量子。

二、氢原子与类氢离子的光谱项与能级的对应关系：

$$E = -\frac{hcR}{n^2}Z^2 = -hcT$$

式中T——光谱项，R——里德伯常数，Z——核电荷数，$n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$

三、类氢离子的光谱公式：

$$\tilde{\nu} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

式中$\tilde{\nu}$——波数，Z——类氢离子的核电荷数。n_1、n_2是主量子数。

$$R_A = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m}{M}}$$，　$R_\infty = 10973731$ 米$^{-1}$

$$R_\infty = \frac{2\pi^2 m e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 h^3 c}$$