

优选法及其应用

合肥地区推广优选法办公室 编
合肥市革委会科技局

1972.7

优选法及其应用

毛主席语录

路线是个纲，纲举目张。

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

备战、备荒、为人民。

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。

研究任何过程，如果是存在着两个以上矛盾的复杂过程的话，就要用全力找出它的主要矛盾，捉住了这个主要矛盾，一切问题就迎刃而解了。

我们必须打破常规，尽量采用先进技术。

团结起来，争取更大的胜利。

目 录

前言.....	(1)
第一部分 基本内容.....	(3)
§ 1.1 什么是优选方法?	(3)
§ 1.2 调查研究	(4)
§ 1.3 揭露矛盾, 分析矛盾, 抓住主要矛盾。	(4)
§ 1.4 单因素	(5)
§ 1.5 双因素	(7)
§ 1.6 多因素	(8)
第二部分 具体问题具体分析.....	(10)
§ 2.1 分数法	(10)
§ 2.2 平分法	(11)
§ 2.3 抛物线法	(12)
§ 2.4 平行线法	(12)
§ 2.5 等高线法	(13)
§ 2.6 陡度法	(14)
§ 2.7 瞎子爬山法	(15)
§ 2.8 一次可以做几个试验的情况	(15)
§ 2.9 几个问题的解释	(23)
第三部分 应用实例.....	(28)
用“优选法”进行液晶配方.....中国科学院化学研究所	(28)
在实践中学习“优选法”.....上海炼油厂	(29)
一场使废品复活的战斗.....北京电子管厂	(31)
多快好省的试验法.....上海东方红制药厂	(33)
用“优选法”摸索最佳酸洗液.....一机部热工仪表研究所	(35)
运用“优选法”解决不锈钢管的酸洗液配比问题.....桃浦化工厂	(36)
应用“优选法”初步实现管式热交换器化学除垢.....安徽印染厂	(37)
用“优选法”选择最好萃取液的配方.....杭州炼油厂磺酸铜会战小组	(39)
向优选法要水泥.....北京水泥制品厂	(41)
“优选法”在感光胶配比上的应用.....三机部松陵机械厂	(43)
用“优选法”调整镁合金氧化液配方.....三机部峨嵋机械厂	(45)
用“优选法”选择聚氨酯合成橡胶的配方比例.....上海胶带厂	(47)

用“优选法”选择无氰镀锌溶液配方·····	宁波工业电镀厂 (50)
“优选法”在酶糖工艺上的应用·····	杭州味精厂 (52)
“优选方法”在玉米淀粉液化上初见成效·····	杭州味精厂 (54)
用“优选法”进行水解麸皮试验,可以节约麸皮用量·····	杭州味精厂 (56)
使用“优选法”进行共溶油水解时间试验小结·····	浙江省化工研究所 (58)
用“优选法”节省可熔性聚砒亚胺模塑粉成粉原料的试验·····	上海革新塑料厂 (59)
用“优选法”配制“有机膜”·····	三机部华北光学仪器厂 (60)
“优选方法”在合成氨生产初见成效·····	余姚化肥厂 (61)
在毛主席光辉哲学思想照耀下,以“优选法”指导新型	
合成洗涤剂中试获得成功·····	杭州炼油厂 (62)
应用“优选法”提高球磨工效两倍多·····	安徽印染厂 (64)
应用“优选法”选择硅可控元件化学保护工艺·····	广州体育用品部 广东工学院“优选法”推广小组 (66)
“优选法”攻下了用国产磷生产磷肥的质量关·····	广州硫酸厂 (67)
* 1 锅炉重油枪喷油孔经过优选产汽量达到32吨/小时·····	广州氮肥厂 (67)
用“优选法”改革4——硝基间甲酚生产工艺·····	宁波农药厂 宁波市化工实验所 (68)
用“优选法”选配电镀去油去锈一步法和无氰镀锌钝化溶液·····	杭州市东风电镀厂 (70)
应用“优选法”,节约染化料·····	广州丝织印染厂 (74)
“优选法”在热处理中的应用·····	沈阳东方红拖拉机制造厂 (76)
用“优选法”确定整流片烧结温度·····	曙光电机厂 (77)
用“优选法”调配发兰槽液·····	三机部峨嵋机械厂 (78)
“优选法”在调试单晶炉温度分布场中的应用·····	宁波751厂 (79)
“优选法”在线性旋转变压器调试中的应用·····	中国科学院电工研究所 (81)
“优选法”在同位素测厚方面的应用·····	一机部热工仪表研究所 (82)
用“优选法”调试光电跟踪线切割机床·····	三机部曙光电机厂 (84)
用“优选法”调试变压器,喜获成果·····	浙江奉化县医用电子仪器厂 (86)
滚齿加工中“优选法”的应用·····	景德镇印刷机械厂 (88)

前 言

在生产斗争和科学实验中，人们经常会遇到这样的问题：怎样选取工业产品合适的配方、配比和工艺条件，使其质量最好；在保证质量的前提下，如何增加产量、节约原材料、降低成本、缩短生产周期；如何迅速调试仪器，使之性能最好；如何合理地安排科学实验等等，总之，如何迅速找到进行生产和科学实验的最优方案。

也许有人说：可以做大量试验嘛！把各种可能情况都试验一下，还找不到最优方案吗？但大量试验要花费大量人力、时间、器材和资金，而且有时还不一定可能。例如过磷酸钙的生产中，影响产品质量的因素经分析有以下七个方面：酸的浓度；酸的温度；加酸量；化成时间；搅拌速度；搅拌时间和碳粉粒度等，如果七个因素，我们都选定试验范围，并将每个因素的试验范围均分为十等分作试验，这样就要作 10^7 ，即一千万次试验，才能找到最好的生产条件。算你有能耐，一年做一千次试验，也要一万年才能做完。**“多少事，从来急；天地转，光阴迫。一万年太久，只争朝夕。”**

所谓优选法，就是利用数学上的一些方法和原理，指导我们在生产斗争和科学实验中，以较少的试验次数，找到解决生产和科学实验最优方案的一种科学方法。

它的特点是：简单易懂，见效快，应用方便。深受广大工农兵群众的欢迎。在实践中，工人同志反映说：“优选法，一讲就懂，一学就会，一见就爱，一用就灵”，称它是一个“四要”（向生产要质量、要数量、要时间、要劳力）和“四不要”（不要增加投资、厂房、设备、劳动力）的多快好省的好方法。

优选法应用的范围极其广泛，在燃化、橡胶、医药、电子、食品、纺织、冶金、机电、建材和仪器仪表等工业，以及其他一些部门都获得应用，并不断取得可喜的成效。例如，北京电子管厂、应用优选法做试验，迅速找到细钼丝的合适退火温度，在短短二、三个月中，使一百万米左右被资产阶级专家判处死刑的“废”钼丝得到复活，从而解决了生产中面临的关键问题，保证了该厂四十九种电子管的生产，并为国家生产了一百万只合格的电子管，节约了10万元的资金。又如杭州味精厂采用酶酸法新工艺制葡萄糖，由于液化和水解两道工艺未能突破，严重影响产量。这次用优选法，只做了五次试验，就得出液化最适宜的温度为 88°C ，打破了过去所谓温度不得低于 90°C 的老框框，由于温度适宜，使液化彻底，过滤容易，残渣减少，每年可节约粮食十七万余斤。中国科学院化学研究所试制“液晶”（液态晶体，是一种对温度变化特别敏感的新材料）由于配方的材料有十几种，可变因素很多，进行多次试验也未达到要求，应用优选法后，很快就得到了几个很好的配方，灵敏度高达 0.1°C ，大大加快了科研工作的进展；又如北京化工厂进口一台日本色谱仪，由于日本资本家的捣鬼使在一次搬动后，仪器就失灵了，调了几个月也不能用，这次用优选法仅用了一天时间，就找到了灵敏度和稳定性比以往都好

的好点，使这台色谱仪又重新投入了使用。

随着全国各地应用优选法的群众运动深入广泛地开展，取得的成果越来越多，到目前为止，据不完全统计，应用优选法有显著成效的项目，北京地区已有 300 多项，天津有 500 多项，广州有 200 多项，甘肃有 506 项，此外，上海、杭州、福州、江西等地推广优选法工作也取得很大成效。现在，各地应用优选法的领域不断扩大，掌握和应用优选法的工人阶级的骨干队伍正在日益成长壮大。

毛主席教导我们“**路线是个纲，纲举目张。**”在轰轰烈烈的“批修整风”运动的推动下，一个工农业生产的新高潮正在兴起，群众性的增产节约运动正在开展，技术革新和科学实验活动蓬勃发展，在这一派大好形势下，学习和应用优选法的群众运动必将得到更大的发展，取得更多的成果。

为了适应生产和科学实验的需要，适应广大工农兵学习和应用优选法的需要，我们特编选部分资料以供参考。限于水平，在选编中错误一定不少，希读者给予批评指正。我们坚信，在毛主席革命路线指引下，广大工农兵群众和革命科技人员用毛主席的光辉哲学思想为武器，一定能很快掌握“优选法”，并在实际应用中取得更大成绩，“优选法”本身也将在广大革命群众的实践中不断发展。

团结起来，争取更大的胜利。

第一部分 基本内容

§ 1.1 什么是优选方法？

毛主席教导我们：“**鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。**”在生产斗争和科学实验中，经常遇到这样的问题：怎样选取合适的配方，合适的工艺条件和操作过程提高产品质量，增加产量？在保证质量的前提下，怎样使生产周期缩短，成本降低？对于已有的仪器仪表应怎样调试，使其性能达到要求？等等。

比方说：炼某种合金钢，要添加某种化学元素来加强其强度。根据实践经验这种元素太少了不好，太多了也不行，假定已经知道（例如从工人师傅的实践经验或从理论上算出）在1000克到2000克之间，要求确定最好的加入量是一千几百几十克？

也许有人说，可以从1001克，1002克，……，做下去，做它一千次后总可以发现最佳点，这种试验方法叫做“均分法”，这种方法，虽然可以把试验作得很细，但既浪费精力，时间，又浪费原材料，而且有时还达不到目的。所以工人师傅称它为“笨办法”。譬如说：在炼钢中除了要加某一种元素外，还有一个温度的因素。若它也有一个选择的可能——例如在1000°C到2000°C之间，若用“均分法”则要找最好的含量和适宜的温度，便有

$$1000 \times 1000 = 1000000 = 10^6$$

即有一百万个可能性。

如果上述问题中再考虑加上一个时间的因素，假如它有一百个选择的可能，那么就有

$$1000 \times 1000 \times 100 = 100000000 = 10^8$$

即一万万个可能性。

即使一个人一天做30次，一年能做一万次实验，要做完上述试验就需要一万年。**“多少事，从来急；天地转，光阴迫。一万年太久，只争朝夕。”**因此，这种方法，显然不符合多快好省的精神，而实际工作者则往往根据自己的实践经验和参考有关资料，再想一些“窍门”使实验次数尽可能减少，以便尽快地找出最优方案，但是往往带有盲目性，有时试验次数少，有时试验次数多，有时长时间找不到结果。“优选方法”就是人们从实践中总结和提炼出来的一种科学方法，指导我们尽量减少试验次数，达到迅速选择工业生产和科学实验的最优方案的目的。

可以证明：对于一个因素（单因素）的问题，用我们介绍的优选方法做十五次试验的效果，就相当于用“均分法”做一千六百次。对于二个因素（双因素），如果说每个因素都有1000个选择可能，用优选方法只要做一百三十次试验的效果，就相当于用“均

分法”做一百万次（当然我们假定上述问题都是单峰的情况）。

近两年来，在北京、上海、杭州、广州等地区的实践表明，优选方法在选择最佳配方、配比、操作条件和调试仪器等方面都有广泛的应用，深受群众欢迎，其中以化工、电子、仪器仪表行业发展较快，橡胶、纺织、机械等部门也取得了不少成果，我们合肥地区工厂企业在应用优选法中也取得了初步成绩。总之用了优选法可以大量节省试验次数，使生产向多快好省方向发展。

§ 1.2 调查研究

毛主席教导我们：“一切结论产生于调查情况的末尾，而不是在它的先头。只有蠢人，才是他一个人，或者邀集一堆人，不作调查，而只是冥思苦索地‘想办法’，‘打主意’。须知这是一定不能想出什么好办法，打出什么好主意的”。

在安排试验前，先必须调查下面几件事：

1. 调查生产过程的各种因素。如在配制酸洗液时，影响酸洗效果的因素有：酸洗液的配方（硝酸、氢氟酸和水），酸洗温度、酸洗时间，是否搅拌和搅拌速度等，又如，在无氰镀锌中，影响电镀质量的因素有电镀中氯化铵、氯化锌、氨三乙酸、聚乙二醇、硫脲和海鸥洗净剂的用量，电镀温度，电流密度、PH 值等等。

2. 调查生产过程诸因素中那些因素可以控制，那些因素不能控制。由于生产设备或自然条件（如气候）的限制，往往有些因素控制不了。如纺织厂的生产与气候变化关系很大，没有恒温设备，室温、湿度由于无法控制，就不作为一个因素来优选。

3. 调查生产过程诸因素之间的相互关系。如用硝酸、氢氟酸和水配制酸洗液 500 毫升时，两种酸的用量定了，水的用量也就定了，所以水不是独立因素，而是“因变量”，同样，如用棕色染料和兰色染料配成黑色染料，棕兰配比实际上也只有一个因素是独立的，因为棕色染料用量固定，兰色染料变化，棕兰的配比也就变了。在应用优选法时，要首先弄清楚到底哪些是独立的变数，哪些是因变数。

4. 调查生产过程中诸因素的数据。例如生产有机玻璃，升温时间低于多少分钟得率低，升温时间高于多少分钟得率也低，这些数据，为我们选择试验范围提供了条件。

主要是调查这四件事。

调查研究必须依靠群众，发动群众，唯有实际参加生产的同志，最了解情况，最能提供第一手材料，为开展科学实验提供条件。

§ 1.3 揭露矛盾，分析矛盾，抓住主要矛盾。

毛主席教导我们：“研究任何过程，如果是存在着两个以上矛盾的复杂过程的话，就要用全力找出它的主要矛盾。抓住了这个主要矛盾，一切问题就迎刃而解了。”

仍以酸洗液为例：酸液配方中硝酸、氢氟酸、水的用量、酸洗温度、酸洗时间、是

否搅拌、搅拌速度等都对酸洗效果有一定影响，但仔细一分析，酸液配比中水不是独立因素可不必考虑。其次酸液配好就用温度变化不大，可以暂不考虑。而酸液时间，那不是因素，而是指标，若酸洗时间不是很长，也就关系不大了。至于搅拌的问题先可不必考虑，这样，问题就归结为两个因素的优选：硝酸用多少？氢氟酸用多少？主要矛盾抓住了，一做试验，很快就得到显著成效。

优选法固然比均分法更适于处理多因素的问题。但必须指出，随着因素的增多，实验次数也随之迅速地增加了。为了加快速度，节约人力、物力、时间，抓住主要矛盾便成为关键的问题了。例如某针织厂生产汗衣，汗衣“爆针洞”率高，次品率大。汗衣生产流程长，影响因素有一百多个。该厂工人师傅坐下来学习伟大领袖毛主席的光辉哲学著作《实践论》和《矛盾论》，揭露和分析汗衣“爆针洞”的原因出在布的煮炼工序，而煮炼工序问题出在助剂，而助剂问题又出在砵酸钠用量多了。主要矛盾抓住了，一试验，“爆针洞”由原来的27.3%下降到1.1%，几天的时间解决了长期来无法解决的老大难问题。

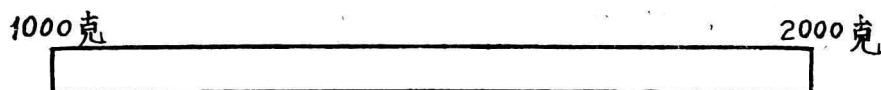
还需要指出两点：一是当我们抓主要矛盾，进行优选实验时，并不是忽视其它因素，而是要把它们控制住，根据经验控制在适当水平，如果出现在相同实验条件下，结果差异很大，那往往是有些因素没有被控制，或者没有被认识。其次，由于人们认识的局限性，在一时不能确切分辨主要矛盾，或一时没有抓对，而做了一些实验，切勿因为用“优选法”而放弃原有试验结果，即使离要求较远的数据，也应保留，以供分析，或者在原试验基础上，添加因素继续试验。

§ 1.4 单因素

我们仍从前面所提到的炼钢中加入某一元素的含量为例，说明优选方法的基本方法。

为了迅速找出最优方案，我们介绍以下的“折迭纸条法”（简称“折纸法”，或称“0.618法”）

首先，请大家牢记一个数——0.618，暂时不管它是怎么来的，先用起来再说，好象计算园面积时用到的数3.1416一样。并用一条有刻度的纸条来表达实验范围1000克——2000克，如图1所示



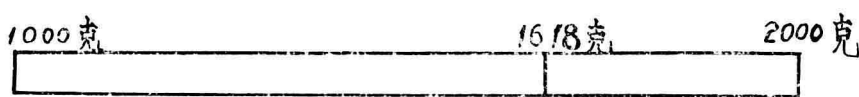
<图1>

试验怎样做呢？

在纸条长度的0.618倍处划上一条红线，就在这条红线所指的重量做第一次试验，即在

$$1000 + (2000 - 1000) \times 0.618 = 1618 \text{ (克)}$$

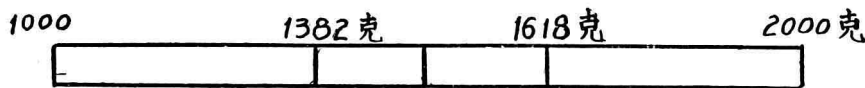
处做第一次试验，如图 2 所示



<图 2>

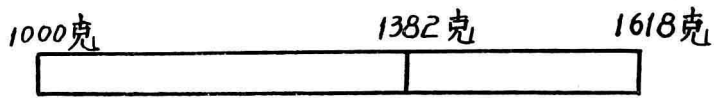
然后把纸条依中对折，在红线所对称的地方，再划一条红线——这条红线在1382克处，如图 3 所示。由于对称性，它可以从下述公式算出：

新试验点 = (小) + (大) - (中)
= 1000 + 2000 - 1618
= 1382 (克)



<图 3>

在1382克处做一次试验。毛主席教导我们：“差异就是矛盾。”“有比较才能鉴别。有鉴别，有斗争，才能发展。”将两次实验结果进行比较，看那次较好。如果1382克的试验结果较好，我们在1618克处，把纸条的右边一段剪去，如图 4 所示（如果1618克的试验结果较好，则在1382克处，把纸条的左边一段剪去），剪去的意思就是说，最好的含量一定不在剪去的那一段内，所以不必考虑它。



<图 4>

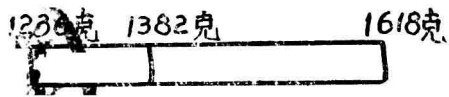
再把留下来的纸条依中对折，又可划出红线1236克，如图 5 所示，它也是由前面的公式得到的，即：

(小) + (大) - (中) = 1000 + 1618 - 1382
= 1236 (克)



<图 5>

在1236克处做试验，再和1382克的试验结果比较，看那一次较好，如果仍然是1382克较好，则剪去1236克左边一段，如图 6 所示（如 1236 克较好，则剪去 1382 克右边一段）。



<图 6>

再依中对折，找出下一点1472克处，如图7所示。



<图7>

试验后再比较，再剪去一段，如此循环往复……（不难知道，每次留下的纸条是上次长度的0.618，即留下的纸条长 = $0.618 \times$ 上次纸条的长）。这样一直做下去，纸条愈剪愈短，也就是一次比一次的更接近所需要的加入量，直到所能达到的精度。

毛主席教导我们：“一个正确的认识，往往需要经过由物质到精神，由精神到物质，即由实践到认识，由认识到实践这样多次的反复，才能够完成。”上述方法就是按照毛主席这个光辉哲学思想采用“折迭纸条法”，从实践到认识，再由认识到实践，循环往复的进行，从而一次比一次的接近所要求的最优点。

在结束本节之前，特别强调一下，单因素的“折纸法”是优选方法的基本方法，后面的多因素问题，都要用到它，故必须很好地掌握。

上述方法的要点可归纳如下：

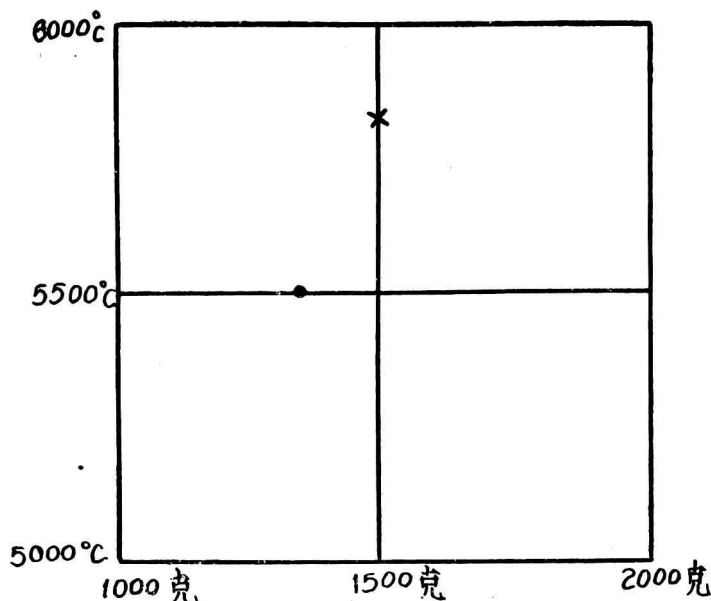
- 1) 首先根据经验或资料确定试验范围。
- 2) 第一次试验在何处做？——在全长的0.618倍处做。
- 3) 第二，三、……次试验在何处做？——按公式 $((小) + (大) - (中))$ ，算出处做，然后比较，剪去一段，再按上公式循环往复地进行。

§ 1.5 双因素

毛主席教导我们：“就人类认识运动的秩序说来，总是由认识个别的和特殊的事物，逐步地扩大到认识一般的事物。”实际问题中常常遇到有两个因素对质量指标均有影响，例如上节炼钢问题，如一个是某元素的含量范围为1000克到2000克，另一个是熔炼温度为5000度到6000度。问温度五千几百度，某元素含量一千几百几十克为最优？

优选方法的处理如图8所示(叫“折纸块法”)。

把纸块竖着对折一下，在对折线上使用前节



<图8>

单因素的办法。即先固定含量为1500克，找到最适合（此含量所对应）的温度，假定我们找到在“×”处，再把纸块横着对折一下，在对折线上也使用前节单因素的办法，即固定温度为5500℃，找出最适合（此温度所对应）的含量，假定我们找到在“●”处，比较“×”与“●”处的试验结果，如果“×”比“●”好，则剪掉纸块的下半张（如果“●”比“×”好，则剪掉纸块的右半张）。在余下的半张纸块上继续上述方法进行试验，直到找到所要求的最优点。

附记。令 X 代表第一个因素的范围， y 代表第二个因素的范围；根据经验和有关资料，假定

$$0 \leq X \leq a, \quad 0 \leq y \leq b$$

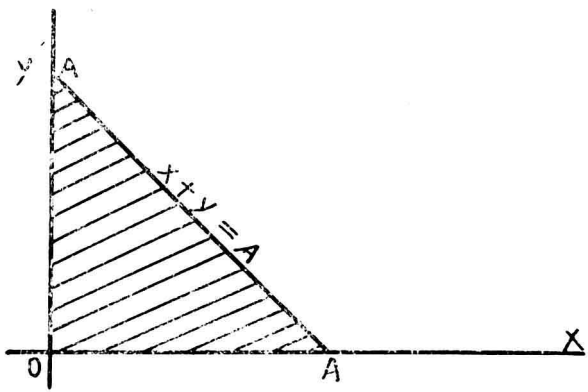
此时就可仿照上述双因素的优选法进行试验。如果没有经验和有关资料，只有如下条件：

$$X + y \leq A, \quad 0 \leq X, \quad 0 \leq y;$$

我们如何处理？在这种情况下，上述的双因素方法仍可应用，但应注意在三角形之外的点不在考虑之列（见图9）。

另一方法是改换变数：

$Z = X + y$, $X = Tz$ 也就是我们令 Z ($0 \leq Z \leq A$)，代表加入的总数量，而令 T ($0 \leq T \leq 1$) 代表第一个因素占总数量的成分并作为自变量，于是问题仍然归结为长方形



<图 9>

$$0 \leq Z \leq A, \quad 0 \leq T \leq 1$$

中求最优方案的问题。

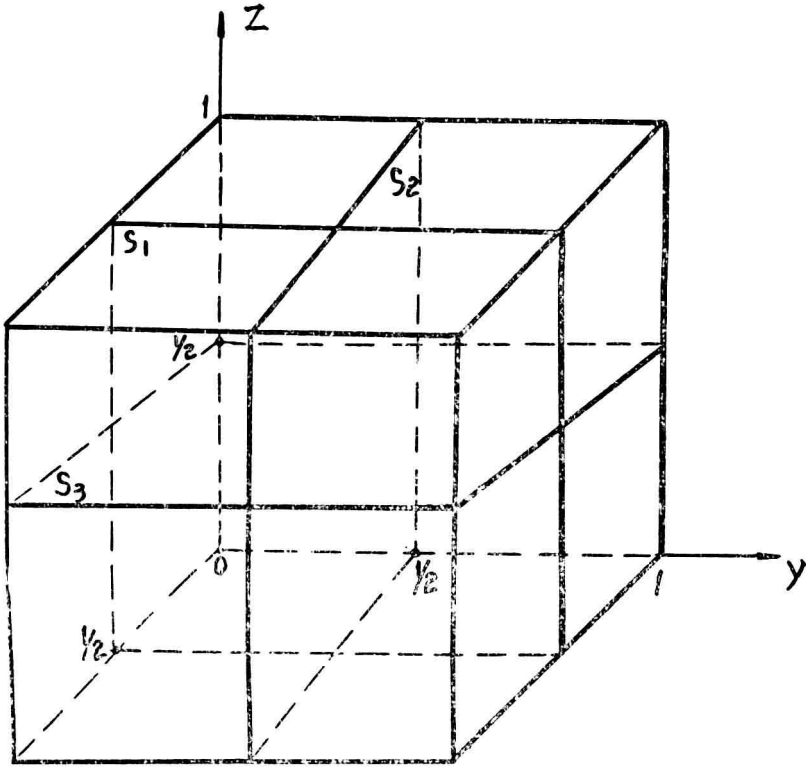
§ 1.6 多因素

（初看时，此节可略去，在有些实践经验，充分掌握了单因素和双因素的方法之后，再试看试用这一节）。

也许有人说，“折纸块法”由于纸只有长和宽，只能处理两个因素的问题，两个以上因素怎么办？学过数学的可以用“降维法”三个字来概括，只要理介了怎样降维，就可以迎刃而解了。以上双因素问题的处理方法就是把“二维”降为“一维”的方法。

我们以上的根据是对折长方形，现在抽象成为“对折”长方体，也就是把长方体中切为两半，大家知道共有三种切法，在这三个平分平面上，找最优点，都是两个因素

(固定了一个因素)的优选问题。这样在三个平分面上各找到了一个最优点。在这三点处,比较哪个点最好,把包有这一点的 $1/4$ 长方体留下(图10),再继续施行此法。



< 图 10 >

举例说:如果在立方体

$$0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq Z \leq 1$$

中找最优点就可用下面的“平分平面法”:

在三个平面

$$S_1: X = 1/2, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq Z \leq 1$$

$$S_2: 0 \leq X \leq 1, \quad y = 1/2, \quad 0 \leq Z \leq 1$$

$$S_3: 0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad z = 1/2$$

上,各用双因素法找到最优点:

$$(1/2, y_1, z_1), \quad (X_2, 1/2, Z_2), \quad (X_3, y_3, 1/2)$$

看这三个点中哪个最好,如果 $(1/2, y_1, z_1)$ 最好,而且

$$0 \leq y_1 \leq 1/2, \quad 0 \leq Z_1 \leq 1/2$$

则在长方体

$$0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1/2, \quad 0 \leq Z \leq 1/2$$

中继续找下去。如果 $0 \leq y_1 \leq 1/2$, $1/2 \leq Z \leq 1$, 则在长方体
 $0 \leq X \leq 1$, $0 \leq y \leq 1/2$, $1/2 \leq Z \leq 1$

中找下去。总之，留下的体积是原来体积的四分之一。

在实际操作过程中，在定出两个平面上的最优点后，可以经比较，先去掉一半，然后再处理另一平面。

由上面的讨论知道，对于三个因素的问题，其处理方法的原则和双因素情况一样，也就是先固定两个因素，对一个因素行使单因素的“折纸条法”；或者固定一个因素行使双因素的“折迭纸块法”。当然因素越多，问题越复杂，试验的次数就会相应增加了。

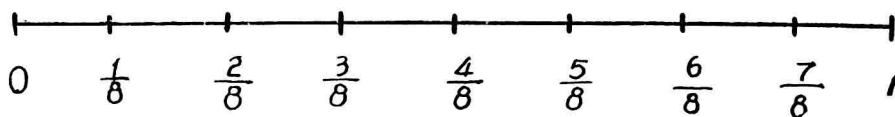
第二部分 具体问题具体分析

列宁教导我们：“马克思主义的最本质的东西，马克思主义活的灵魂，就在于具体地分析具体的情况。”第一部份讲的是“一般性”的最基本的方法，对具体问题还应做具体分析。在学习和应用“优选法”的过程中，具有丰富实践经验的工人，结合各种具体情况创造了不少具体方法，现介绍一些从群众中来，并经过实践证实的好方法。以供用时参考。但必须指出，一般性方法是可以处理这些问题的，只是没有这些方法“合手”而已。

§ 2.1 分数法

在许多场合，由于种种原因，只允许试验做一定次数（如试验费用较大，费时较多等等）或者对优选结果的精密度预先给定要求（实际上，过份精密的优选结果在具体工艺过程中往往也是难以实现的）这时，如何选取试验点？安排试验最好？

举一个例子。试验只允许做四次、该怎么办？如果试验只做四次，可把试验范围分为 8 等分，（见图11）我们用 $5/8$ 代替 0.618 ，实质上它是分母为 8 的最接近 0.618 的分数。这样，用对折法恰恰四次试验便可找到最好点，其精密度相当于“均分法”的 7 次试验。



< 图 11 >

同样，可以得到分区间为 13 等分，从 $8/13$ 出发，用对折法五次试验便找到最好点，分区间为 21 等分，从 $13/21$ 出发，六次试验便找到最好点，……。问题在于分数

$5/8, 8/13, 13/21, \dots$ 是怎样得来的? 实质上它们都是 $W = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ 的最佳渐近分数。因此, 这个方法也可称为“最佳渐近分数法”(简称“分数法”)。怎样找这些分数, 这儿不谈了。(有兴趣的同志可参见《从祖冲之圆周率谈起》科普出版社)但它们都是很有规律的, 实质上它们是数列

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$ (1) 中相邻两个数的商, 即 $5/8, 8/13, 13/21, 21/34, 34/55, 55/89, 89/144, \dots$ (2)

而数列 (1) 除 $F_0 = F_1 = 1$ 外, 以后每个数都是它前面两个数的和, 即 $1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 5 = 8, 5 + 8 = 13, \dots$, 也可以写出序列 $\{F_n\}$ 的一般项, 即有

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right] \dots (3)$$

(参见华罗庚:《从杨辉三角谈起》, 也可用归纳法直接证明)

还可以证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n+1}} = W = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

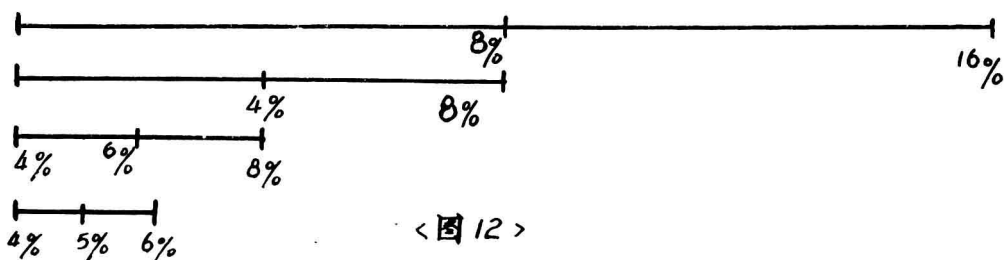
而在一切分母不超过 F_{n+1} 的分数中, $\frac{F_n}{F_{n+1}}$ 是最接近

$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ 的, 因此, 根据渐近性质, 可以看出“分数法”和“0.618法”差别不大, 只在很特殊的情况下, 才能少做一次实验。

§ 2.2 平分法

在实践中遇到这样的问题。某一产品需用某种贵重金属, 假如我们知道, 用16%的贵重金属生产出来的产品已经合乎质量要求。我们要问, 可否少些, 更些? 使产品同样合乎质量要求, 这样来降低成本。对于这种问题我们可以用“平分法”, 而不用“0.618法”。作法如下:

我们在平分点8%处做试验。如果8%仍然合格, 我们就甩掉右边一半(不合格甩掉左边一半)。然后再在余下部分的中点4%做试验, 如果不合格, 就甩掉左边一半。再在4%到8%的中点6%处做实验, 如果合格, 再在4%与6%之间的5%处做试验, 仍然合格(见图12)为了避免次品注意留有余地, 工厂里按6%的贵重金属进行生产。



在这种特殊情况下，用 $1/2$ 比 0.618 好。（当然为了避免出不合格的产品，最后的用量可以适当地偏高一些）

§ 2.3 抛物线法

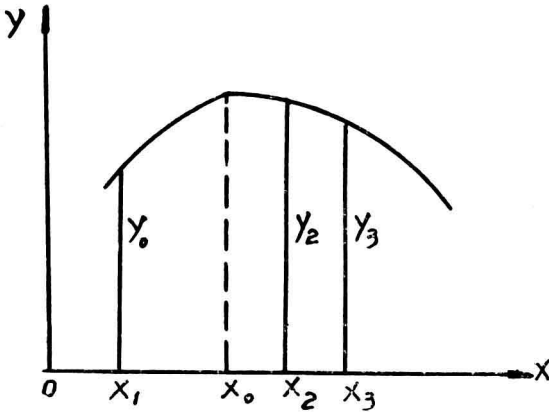
不论是“ 0.618 法”，“分数法”，还是“平分法”，都只是比较一下试验结果的差异，而没有充分利用试验结果的数据。如果利用已经获得的数据，有可能得到更好的方法。例如，在试得三个数据后，过这三点作一抛物线，以这个抛物线的顶点做下次试验的根据。确切地说，在三点 X_1, X_2, X_3 各试得数据 y_1, y_2, y_3 ，我们用插值公式

$$y = y_1 \frac{(X - X_2)(X - X_3)}{(X_1 - X_2)(X_1 - X_3)} + y_2 \frac{(X - X_1)(X - X_3)}{(X_2 - X_1)(X_2 - X_3)} + y_3 \frac{(X - X_1)(X - X_2)}{(X_3 - X_1)(X_3 - X_2)}$$

这个函数在

$$X_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{y_1(X_2^2 - X_3^2) + y_2(X_3^2 - X_1^2) + y_3(X_1^2 - X_2^2)}{y_1(X_2 - X_3) + y_2(X_3 - X_1) + y_3(X_1 - X_2)}$$

处达到最大值。因此，我们下一次选点就取 $X = X_0$ 。（但最好是当 y_2 比 y_1 和 y_3 大时，这样做比较合适）。同时当 $X_0 = X_2$ 时，我们的方法还要稍加修改，例如取 $X_0 = 1/2(X_1 + X_2)$ ，见图13



<图 13>

§ 2.4 平行线法

在实际工作中常遇到两个因素的问题，而且其中一个因素不易调变，另一个因素易于调变，如一个是温度，一个是时间，其中炉温难调，时间易守。此时，若用上述方法