



师范学校课本

算 术

SUANSHU

第一分册

人民教育出版社

师范学校课本

算 术

第一分册

北京市书刊出版业营业许可証出字第2号

人民教育出版社編輯出版(北京景山东街)

統一書号: K 7012·684—1 字数: 69 千

北京出版社重印(北京东单麻线胡同3号)

北京市书刊出版业营业许可証出字第095号

新华书店发行

北京新华印刷厂印刷

开本: 787×1092 公厘 1/32 印张: 3 1/4

1956 年第一版

1959 年 6 月第一版第一次印刷

北京: 00,001—1,200 册

定价 0.20 元

第一章 整数	1
I 自然数的概念	1
II 进位制	7
III 加法	22
IV 减法	33
V 乘法	51
VI 除法	66
VII 运算顺序和应用题	93

第一章 整数

I 自然数的概念

1. 算术研究的对象 算术是研究数的起源和发展、数的性质以及关于数的运算的一种科学。因此算术的基本任务在于研究数的概念,研究数与数之间的关系、运算的定律和性质以及运算的法则,以解决生产上、生活上的实际问题。

2. 自然数的概念和起源 要说明自然数的概念,我们先来说明集合的概念。

集合就是具有某种特征的单独物件组成的整体。我们可以把一只手的手指作为一个集合,可以把一个教室里的课桌作为一个集合,也可以把一个学校所有的学生作为一个集合。组成集合的物件的个体,叫做这个集合的元素;例如每个手指,每张课桌,每个学生,就分别是上面所举的集合的元素。一本书也可以作为一个集合,它的元素就是这本书;一个皮球也可以作为一个集合,它的元素就是这个皮球。

如果一个集合里的每一个元素,都可以在另一个集合里找到一个唯一的元素和它相配;并且反过来,第二个集合里的每一个元素,也都可以在第一个集合里找到一个唯一的元素和它相配,我们就说这两个集合里的元素可以一一对应。这样的两个集合叫做等价集合。例如:右手手指的集合和左手手指的集合就是等价集合。如果教室里正好每个学生一张课

桌,不多也不少,那末这些学生的集合和这些课桌的集合也是等价集合。同样,一本书和一个皮球,分别作为一个集合,这两个集合也是等价集合。这里要注意,判定两个集合是不是等价集合,不一定要知道每一个集合里元素的多少,只要我们有条件确定这两个集合里的元素能够一一对应就可以了。

这是很明显的,如果第一个集合和第二个集合是等价的,第二个集合和第三个集合是等价的,那末第一个集合和第三个集合也是等价的。

这个性质就使得初期的人类有可能采用一些从经验所得来的具体的集合,作为某一类等价集合的代表。因为无论哪一类等价集合的特性,都可以用属于这类的任何一个集合表示出来,所以可以在一类等价集合里任意选取一个集合(例如手指的集合或者石块的集合)作为标准集合。把所要研究的集合和这个标准集合用一一对应的方法加以比较。

标准集合的选择完全是从实际应用着想;只要是大家都知道的,容易得到的,不会发生变化的(增多或者减少),并且便于观察的,这种集合都可以选来作标准集合。

拿一个人的耳朵或者手指,都可以用来作为标准集合。和“耳朵”这个集合等价的这一类的集合,都可以用“耳朵”作为它们的标记。这一类的等价集合,现在我们是自然数“2”作为标记的。这样,“耳朵”实际上就起了自然数“2”的作用。

利用物件的名称作为自然数的名称,在文化发展的最初阶段就已经出现了。后来随着时间的进展,这些名称才逐渐

喪失了它們的原始意義，而只用來作為這個或者那個自然數的名稱。

從上面所說的可以知道，每一個自然數就是一類等價集合的標記。

3. 自然數列和它的性質 隨着文化的發展，人類常常遇到元素的個數越來越多的一些集合。為了用一一對應的方法來研究這些集合的實際需要，終於做成了一個新的集合，這就是自然數列。

自然數列是由依次排列着的自然數組成的集合：

$1, 2, 3, \dots$

這個數列最前面的一個自然數是“1”，在“1”後面的一個自然數是“2”，在“2”後面的一個自然數是“3”。在這個數列里，每一個自然數的後面都有一個自然數，因此我們說自然數列是一個無窮集合。

自然數列里的自然數，都是按照一定的順序排列着的。根據這個順序，我們可以說出，在最前面的是哪一個自然數，在某一個自然數後面的是哪一個自然數，在某一個自然數（不是1）前面的是哪一個自然數，因此我們又說自然數列是一個有序集合。

從上面所說的可以知道，自然數列里的每一個自然數都可以由它在數列里所占的位置來決定。我們說兩個自然數相等，就是說它們是自然數列里的同一個數。我們說某一個自然數大於（或者小於）另一個自然數，就是說在自然數列里，第

一个自然数是在第二个自然数的后面(或者前面)。

4. 計数的过程, 計数的公理 我們設想: 把教室里的一張課桌和自然数列里的自然数“1”相对应, 把它叫做第一張; 把另一張課桌和自然数“2”相对应, 把它叫做第二張; 再把另一張課桌和自然数“3”相对应, 把它叫做第三張; 繼續这样, 使得每一張課桌依次都和已經对应过的自然数的后面的一个自然数相对应。这种过程就是計数的过程。假定計数教室里的課桌所用到的最后一个自然数是“48”, 那末教室里的課桌和“1”到“48”这些自然数就成了——对应; 也就是說, 教室里的課桌所成的集合和“1”到“48”这些自然数所成的集合是等价集合。

如果我們把另一个集合里的元素, 例如教室里的学生, 也象上面一样和自然数建立——对应, 并且假定所用到的最后一个自然数也是“48”, 那末教室里的学生所成的集合和“1”到“48”这些自然数所成的集合也是等价集合, 因此, 它們和教室里的課桌所成的集合就都是等价集合。

因为自然数列里的自然数是按照一定的順序排列着的, 所以我們可以把所用到的最后的一个自然数“48”作为这些等价集合的标记。

由这样的計数, 我們就知道教室里課桌的数目是 48, 教室里学生的数目也是 48。因此, 計数的过程就是把所要研究的集合的元素和自然数列里的自然数, 从“1”开始, 建立起——对应的关系。这些自然数所成的集合就起着标准集合的作用。

很明显,計数的結果和計数的順序没有关系. 这就是計数的公理.

5. 零 从上面所說的可以看出,自然数是回答这样的問題的:“已知的集合里有多少个元素?”很明显,依照集合的意义,一个集合里至少得有一个元素.

如果教室里一个学生也沒有,或者书架上一本书也沒有,我們还是把它作为学生的集合或者书的集合看,这就成了一个元素也沒有的集合,这种集合叫做空集合. 如果要問:“这种集合里有多少个元素?”我們就回答說是“零”(0).

因此,零是空集合的标记,应当把它也作为一个数.

很明显,我們不能从自然数列里得到零,所以它不是自然数. 如果需要把它和自然数列里的数放在一起,我們就把它放在1的前面,写成 $0, 1, 2, 3, \dots$, 这就成了扩大的自然数列.

自然数和零都是整数.

习 題 一

1. 指出下列集合里的元素:

- (1)图书馆里的书本的集合;
- (2)一个地区的学校的集合;
- (3)校园里的树的集合;
- (4)学校里各班的集合;
- (5)箱里的苹果的集合.

2. 举出几个集合的例子,并且指出每一个集合里的元素各是什么.

3. 下列集合是不是等价集合?

- (1) 剧院里对号座位的集合和准备出售的剧票的集合;
 - (2) 一个地区的农业生产合作社的集合和这些合作社里的农户的集合;
 - (3) 农场里鸡的集合和这些鸡的头的集合;
 - (4) 一匹马的腿的集合和一头牛的腿的集合;
 - (5) 一个六边形的边的集合和它的对角线的集合.
4. 举出几个等价集合和不等价集合的例子.
 5. 一类等价集合里, 如果有一个集合是一只鸟的翅膀的集合, 那末我们用哪一个自然数作为这一类等价集合的标记? 教初級小学一年級的学生認識自然数“4”的概念的时候, 可以举出哪些具体的集合的例子?
 6. 指出下列集合里, 哪些是无穷集合:
 - (1) 一本課本里的字的集合;
 - (2) 直綫上的点的集合;
 - (3) 一定质量的水里的分子的集合;
 - (4) 麦仓里麦粒的集合;
 - (5) 平面內以定点为圆心的圆的集合;
 - (6) 大于 10000 的自然数的集合.
 7. 举出几个无穷集合的例子.
 8. 举出几个有序集合的例子.
 9. 为什么說計数的过程就是把所要研究的集合的元素和自然数列里的自然数建立起一一对应的关系? 为什么可以用所数到的最后一个自然数作为計数的結果?
 10. 一排小学生, 从排头到排尾报数, 和从排尾到排头报数, 結果是不是一样? 这說明了什么公理?
 11. 指出下列集合里哪些是空集合, 哪些是只含有一个元素的集合:
 - (1) 地球卫星的集合;
 - (2) 过不在一条直綫上的三点的圆的集合;
 - (3) 两边的和小于第三边的三角形的集合;

- (4)小学一年级所招收的五岁儿童的集合；
(5)一个钝角三角形里钝角的集合。
12. 举出几个小学生所能理解的空集合和只含有一个元素的集合的例子。

II 进位制

6. 十进位制讀数的原則 对于每一个自然数,如果都用一个独立的名称来讀出它,那是非常不方便的。因此,大多数的民族,在文化发展的最初阶段,由于实际生活的需要,都已经感到有必要創造一种讀数制度,当然,这种制度也是不断地发展,才达到完善的阶段。

我們現在都按照下面的原則来讀出自然数。

自然数列里最初的十个数,各有一个独立的名称,就是:

一,二,三,四,五,六,七,八,九,十。

十个一叫做“十”,十个十叫做“百”,十个百叫做“千”,十个千叫做“万”。“一”是自然数的基本单位。“十”、“百”、“千”、“万”是依次較高的单位。

万以上的数,同样是把十个单位組成一个和它相鄰的較高的单位。这些单位依次是“十万”、“百万”、“千万”、“亿”、“十亿”、“百亿”、“千亿”,等等。

如果一个数含有二个千、三个百、九个十和五个一,就讀做二千三百九十五。如果一个数含有四个千和八个十,但是沒有中間的单位“百”,就讀做四千零八十。如果一个数含有

三个千和七个百，就讀做三千七百。

反过来，六千七百一十九所表示的数，含有六个千、七个百、一个十和九个一；三千五百零四所表示的数，含有三个千、五个百和四个一。

万以上的数的讀法，我們在后面再讲。

因为这种讀数制度里每十个某一单位就組成和它相邻的较高的一个单位，所以这种制度叫做十进位制。

我国在上古时期，就已经用十进位制来讀数。亿以上的单位名称，还有兆、京、陔，等等。这些名称，历来有下面三种不同的用法：1. 以十万为亿、十亿为兆，等等；2. 以万万为亿、万万为兆，等等；3. 以万万为亿、亿亿为兆，等等。

7. 十进位制記数的原則 我們現在都按照下面的原則来記出自然数。

用来記数的符号叫做数字。自然数列里最初的九个数用下面的数字来表示：

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

这九个数字叫做有效数字。此外，还用数字“0”来表示沒有单位。利用这十个数字，再根据下面所說的記数的位值原則，我們就可以記出一切自然数来。

記数的位值原則就是：一个数字占一个位置，叫做数位。同一个数字随着它在所記的数里的位置的不同，所表示的数也不同。这就是說，我們是用数字和数位結合起来記数的。

在所記的数里，从右到左第一位是个位，第二位是十位，

第三位是百位，第四位是千位，等等。一个数字，例如3，如果記在个位上，就表示三个一；如果記在十位上，就表示三个十；如果記在百位上，就表示三个百，如果記在千位上，就表示三个千。

例如，3333 表示三个千、三个百、三个十和三个一，就是三千三百三十三；2395 表示二千三百九十五；4080 表示四千零八十。反过来，六千七百一十九記做6719，三千五百零四記做3504，二千三百記做2300。

8. 数位的分級. 十进位制的讀数和記数的法則 我国的讀数的法則，是四位分級的。

个位、十位、百位、千位組成第一級，叫做个級；

万位、十万位、百万位、千万位組成第二級，叫做万級；

亿位、十亿位、百亿位、千亿位組成第三級，叫做亿級。

每級里的四个数位，分別叫做这一級的第一位、第二位、第三位和第四位，也就是这一級的个位、十位、百位和千位。例如，第三級的第二位(十位)是十亿位；又如，千万位就是第二級的第四位(千位)。

根据四位分級的原則，讀数的法則如下：

(1) 四位以內的数，可以順着位次，从最高位讀起。例如465 讀做四百六十五，7108 讀做七千一百零八。

(2) 四位以上的数，可以先从右到左，每四位分級，然后从最高級起，按照(1)的方法，順着数位讀出各級里的数和相应的級名。例如，134 8735 讀做一百三十四万八千七百三十

五, 25 4036 9280 讀做二十五亿四千零三十六万九千二百八十。

記數的法則是: 从最高級起, 从左到右順次記出各級各位上的数字。如果某一位沒有单位, 就記一个“0”。例如, 一千三百五十四万零八百七十六記做 1354 0876; 九百二十八亿零六千三百記做 928 0000 6300。

有些国家, 沒有万这个位名, 他們第一、第二、第三位的单位分別是一、十和百; 第四、第五、第六位的单位分別 是千、十千和百千; 等等。他們把數位每三位作一級, 个位、十位、百位組成第一級; 千位、十千位、百千位組成第二級; 等等。

要讀出一个用逗号从右到左每三位分开的数, 只要注意到第一个逗号左边的一位是千位, 第二个逗号左边的一位是百万位, 第三个逗号左边的一位是十亿位就可以了。例如, 745, 006 的最高數位是十万位(比百万位低一位), 这个数就是七十四万五千零六; 又如 68, 302, 910, 000 的最高位是百亿位(比十亿位高一位), 这个数就是六百八十三亿零二百九十一万。

9. 記數的发展史, 羅馬記數法 根据位值原則的記數方法, 首先出現于印度。大約在第八世紀傳入了阿拉伯, 以后又由阿拉伯傳入欧洲。后来, 就把这种記數方法所用的数字 1、2、3、……、0 叫做阿拉伯数字。

最初的阿拉伯数字的形状和現在的很不相象, 經過以后各个阶段的发展变化, 才成为今天通用的形状(图 1):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
东阿拉伯	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	.
				٤	٥					٥
10 世紀	1	2	3	٤	٥	٦	٧	٨	٩	0
西阿拉伯	1	2	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	
12 世紀	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	0
13 世紀	١	2	3	4	٥	٦	٧	٨	٩	0
14 世紀	1	7	3	٤	٥	٦	٧	٨	٩	0
1508 年	١	2	3	4	٥	٦	٧	٨	٩	0
1550 年	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

图 1

我国现在除了阿拉伯数字以外，习用的数字有三种：

(1) 一、二、三、四、五、六、七、八、九。

(2) 壹、貳、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖。

(3) 1、11、111、X、8、1、11、111、文。

其中(1)的演变由下表可以看出一个大概：

殷甲骨文 一 二 三 三 五 八、九、十 11 九

周秦金文 一 二 三 三 三、五 11 十 11 九

许慎说文 一 二 三 四 五 六 七 八 九

至于(2)本来不是数目字，只是因为笔画较多不容易更改

而借用的。

(3)現在只有工商界還使用，原來有縱橫兩種寫法：

縱： I II III IIII T TI TTT IIII

橫： — = ≡ ≡ ≡ 1 1 1 1

寫較大的數就縱橫相隔着用，如六七二八，寫成 1 II = III。

這種數字是十二世紀才出現的，最初的形式是：

I II III X O 1 1 1 1

雖然第八世紀初期，印度數字已經傳入我國，但是並沒有採用。採用阿拉伯數字也是從十九世紀初期才開始的。

我們現在有時也用羅馬數字來記數。例如，我們常常用羅馬數字來表示鐘面上的鐘點、書上的節次和紙幣上的號碼等等。

羅馬人在他們文化發展的初期，是用手指來作為計數標準的。他們伸出一個、二個、三個、四個手指，分別表示 1、2、3、4 個物件；伸出一隻手，表示 5 個物件；伸出兩隻手，表示 10 個物件。需要記下一個數的時候，他們就在一塊木板上或者一張羊皮上，分別畫上 I、II、III 等來表示一個、二個、三個手指，起初畫五條成“”形的綫，後來改成兩條成 V 形的綫來表示一隻手，畫 VV 的形狀來表示兩隻手，後來又把 VV 的形狀改成 X 的形狀，表示一隻手向上，一隻手向下。此外，他們還有 C（拉丁文 centum（百）的第一個字母）表示百；用 M（拉

丁文 mille (千) 的第一个字母) 表示千; 用字母 C 的一半 L 表示五十; 用字母 D 表示五百。

这样, 他们一共用了下面的七个符号来记数, 这些就是罗马数字:

I(1); V(5); X(10); L(50); C(100); D(500); M(1000).

他们把数字并列起来表示数: 相同的数字连写或者表示较大的数的数字写在较小的左边, 所表示的数就等于这些数合并在一起所得的数; 把表示较小的数的数字写在较大的左边, 如 I 写在 V 和 X 的左边、X 写在 L 和 C 的左边、C 写在 D 和 M 的左边, 所表示的数就等于从大数里去掉小数后所得的数。在表示千的个数的数字上画一横线, 或者在这数字的右下角写一个字母 M, 就表示由若干个千组成的数。例如:

I=1, II=2, III=3, IV=4, V=5, VI=6, VII=7, VIII=8, IX=9;

X=10, XX=20, XXX=30, XL=40, L=50, LX=60, LXX=70, LXXX=80, XC=90;

C=100, CC=200, CCC=300, CD=400, D=500, DC=600, DCC=700, DCCC=800, CM=900;

XI=11, XIX=19, XXVI=26, XLV=45, XCIV=94, CCXXXVII=237, CDLXXXII=482, DL=550, DCCLXIII=763, CMLXXVIII=978;

MDCCCXLVIII=1848, XXV_M=25000;

XIV_MDCXXIX=14629.

由此可見，羅馬記數法和我們前面所說的記數法不一樣，他們沒有用位值原則。就是說，同樣的一個數字，不論記在哪一個位置，始終表示相同的意義。例如，數字 I 始終表示一，數字 X 始終表示十。在羅馬數字里，沒有表示零的數字。

10. 進位制的概念和其他進位制 我們用來讀數和記數的十進位制，是用每十個任何的單位，組成一個和它相鄰的較高的單位。十進位制流傳很廣，這是由於人類在文化發展初期，常常利用兩隻手的手指來計數的原故。

如果不用十個，而用其他的一定個數的任何位上的單位，組成一個相鄰的較高的單位，就得到另一種進位制。這個一定的個數叫做這種進位制的底數。進位制的底數可以是 1 以外的任何自然數。各種進位制隨着底數的不同，而有不同的名稱。例如用“十”做底數的進位制叫做十進位制；用“二”做底數的叫做二進位制；用“五”做底數的叫做五進位制；用“十二”做底數的叫做十二進位制。

除了十進位制，人類曾經用過的還有：二進位制、五進位制、七進位制、十二進位制、十六進位制、二十進位制和六十進位制，等等。

二進位制對於理論研究很有價值，在現在所使用的數字電子計算機里，就用二進位制來表示數。但是在日常應用方面，二進位制很不方便；因為即使一個很小的數，也要用很多個數字記出來，例如 70 就要記成 1000110。