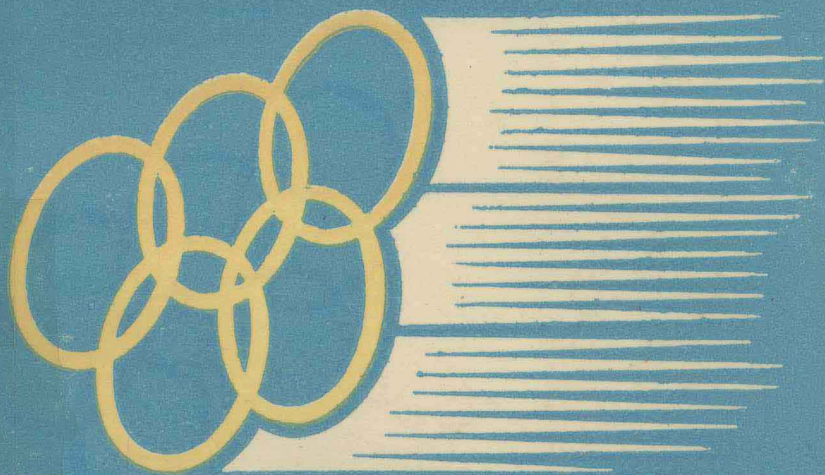


奥林匹克中小学系列教材



迎春杯 数学竞赛指导讲座

第一册



主 编 钟善基 副主编 罗小伟 陶晓永

北京师范大学出版社

奥林匹克中小

迎春杯数学竞赛指导讲座

第一册

主 编 钟善基

副主编 罗小伟 陶晓永

北京师范大学出版社

内 容 简 介

本系列教材包括:《迎春杯数学竞赛指导讲座》(共四册)和《迎春杯数学竞赛试题汇编》。

本书是根据广大中、小学师生和家长的要求,在总结了历届迎春杯数学竞赛及多年中小学数学奥林匹克活动的基础上,由《中小学数学教学》报编辑部和迎春杯数学竞赛命题组组织编写的。

《指导讲座》分四册,每册配有测试题和综合测试题,每讲都配有一定数量的习题,书末附有习题和测试题的答案或提示。本书内容丰富,重点突出,通俗易懂,深入浅出,有助于学生深入理解和巩固基础知识,拓宽知识视野,激发学习兴趣,发展学生的智力,提高学生分析问题和解决问题的能力。

《指导讲座》可作为小学生及初一学生数学课外活动教材或参考书,也可供学生家长辅导参考之用。尤其对于小学、初一学生的迎春杯数学竞赛更具有针对性和权威性,是参赛者的必读教材。

前 言

我国自 1955 年举办高中学生的数学竞赛以来,至今已 38 年了。中间虽然中断过一个时期,但自 1978 年恢复了这项活动以后,可谓更加蓬勃地发展起来,不仅中国数学会继续举办高中学生的数学竞赛,而且各地的数学分会和数学教学研究会还先后举办了初中学生的数学竞赛和小学生(高年级)的数学竞赛。自 1985 年开始,还选派高中学生参加了历届的国际数学奥林匹克的竞赛(即 IMO—International Mathematical Olympics),并取得了优异的成绩。近年来,在国内还举行了中学生的物理、化学等学科的竞赛活动,有的也参加了国际的竞赛活动,并且也取得了好成绩。

举办高中学生数学竞赛的目的,和举办初中、小学学生数学竞赛的目的,是不会相同的:举办高中学生数学竞赛的目的,首先在于发现学习数学的素质较高的学生,经过一定的培养,成为发展我国数学研究的后备力量。其次则在于通过数学竞赛,促使更多的学生喜爱数学、学好数学,以适应社会发展对基础教育阶段的数学教育的需要。当然,举办数学竞赛的目的,也在于促进学校提高数学教学的质量。举办初中、小学生

数学竞赛的目的,则首先在于促使更多的学生喜爱数学、学好数学;与此相应的则在于促进初中、小学数学教学质量提高。当然,发现学习数学的素质高的学生,也应考虑予以适当的培养,但这不是主要的目的。回顾十几年来全国各地举办的各级数学竞赛,不仅参加竞赛的学生取得了好成绩,而且参加竞赛的学生也在逐年增加。不仅越来越多的受到学生的重视和欢迎,而且也得到老师们和学生家长的赞扬和支持。之所以取得这样好的成效,其原因主要就在于举办数学竞赛的上述的目的是正确的;举办数学竞赛的工作是符合上述的目的的。

根据上述的目的,对高中学生数学竞赛内容(竞赛题)的选择,虽然基础在于他们在课内之所学,但不论在深度上还是在难度上,都是超出较多的。对初中、小学生数学竞赛内容的选择,虽然在深度、难度上要略高于课内之所学,但应与课内所学结合得更密切些,而且对课内所学的掌握也适当地进行竞赛。

这样,不论是准备参加哪一级数学竞赛的学生,在参加竞赛前,都将作一定的准备。或自己搜集有关的资料进行准备;或求教于老师,请老师作准备辅导。这样地准备,虽然确能取得一定的成效,但总以没有一本教材性的书籍,即没有一本为学生准备参加数学竞赛用的,既讲授一些必要的数学知识,又对参加竞赛的准备进行指导的书籍,感到遗憾。

北京师范大学出版社有鉴于此,为了帮助各竞赛学科的参加者作好竞赛前的准备,于1992年秋决定出版《奥林匹克中小学系列教材》,邀请各学科的水平高,并在辅导学生方面有丰富经验的教师,分头编写各学科的《奥林匹克中小学系列教材》。

由《中小学数学教学》报编辑部和北京教育局教研部数学教研室于1985年开始,先后陆续地举办了每年一度的《迎春杯小学数学竞赛》和《迎春杯初中一年级数学竞赛》。于1991年,在举办过7届竞赛经验的基础上,还编订了《小学数学竞赛大纲(试行草案)》,并且连同历年来对学生进行参加竞赛辅导使用过的材料一起编辑成册,出版了《小学迎春杯数学竞赛指导讲座》。1992年秋,更计划在这部《指导讲座》的基础上,予以充实和修改,以便成为更好的一部供小学高年级学生用来准备参加数学竞赛适用的书籍。时逢其会,北京师范大学出版社乃与《指导讲座》的编者商定,将这项充实、修改计划纳入《奥林匹克中小学系列教材》的出版计划,这样,便由北京师范大学出版社作为《奥林匹克中小学系列教材》的一部份出版了。

新版迎春杯数学竞赛《指导讲座》和《试题汇编》运用于小学和初一年级。是以在北京市举办小学数学竞赛的经验为主而编写的,不敢说也适合兄弟省、区、市的实际情况。因此希望广大的读者,老师们、同学们多提宝贵的意见和建议。

《奥林匹克中小学系列教材——初中数学》虽然是在近年来各地举办竞赛的经验基础上,特别是在举办《华罗庚金杯数学竞赛》经验的基础上编写的,但经验不多,难免挂一漏万。因此也希望广大的读者,老师们、同学们多提宝贵的意见和建议。

《奥林匹克中小学系列教材——高中数学》是在较长时期的举办高中学生数学竞赛经验的基础上编写的。但编写成教材性的书籍还没有经验,这次还是创举。因此也希望广大的读者,老师们、同学们多提宝贵的意见和建议。

我们的水平有限,经验不多,编写出的这三部教材中,错误、不妥处在所难免,深切盼望广大读者指出错误、不妥之处,以便我们及时修正,使得教材日臻完善。

《奥林匹克中小学系列教材》——
《小学数学》、《初中数学》、《高中数学》

编者谨识

1993年5月16日

目 录

第一讲	速算与巧算 (一) (冯刚)	1
第二讲	细观察、巧解题 (张春条)	8
第三讲	趣味算式 (一) (梁楚材)	15
第四讲	趣味算式 (二) (梁楚材)	24
第五讲	奇数与偶数 (赵晓峰)	35
第六讲	几何图形的计数趣谈 (王进明)	41
第七讲	应用问题 (一) (黄文选)	54
第八讲	一笔画问题 (蒋文蔚)	67
测试题 (一)		
第九讲	等差数列求和 (张春条)	81
第十讲	幻方与数阵 (梁楚材)	90
第十一讲	乘方的初步知识 (冯刚)	103
第十二讲	整除问题 (一) (罗小伟)	115
第十三讲	关于个位数字与 完全平方数 (罗小伟)	129
第十四讲	谈谈平均数 (郭为民)	139
第十五讲	应用问题 (二) (黄文选)	145
测试题 (二)		158
综合测试题		160
答案与提示		163

第一讲 速算与巧算(一)

我们已经学过四则运算的定律和性质等基础知识。这一讲主要介绍基本定律和性质在加减法中的灵活运用，以便提高计算的技能技巧。

一、运用加法运算定律巧算加法

1. 直接利用补数巧算加法

如果两个数的和正好可以凑成整十、整百、整千，那么我们就可以说这两个数**互为补数**，其中的一个加数叫做另一个加数的**补数**。

如： $28+52=80$ ， $49+51=100$ ， $936+64=1000$ 。

其中，28 和 52 互为补数；49 和 51 互为补数；936 和 64 互为补数。

在加法计算中，如果能观察出两个加数互为补数，那么根据加法交换律、结合律，可以把这两个数先相加，凑成整十、整百、整千，……再与其它加数相加，这样计算起来比较简便。

例 1 巧算下面各题：

(1) $42+39+58$ ； (2) $274+135+326+265$ 。

解：(1) 原式 $= (42+58) + 39$
 $= 100 + 39 = 139$

$$(2) \text{ 原式} = (274 + 326) + (135 + 265)$$

$$= 600 + 400 = 1000$$

2. 间接利用补数巧算加法

如果两个加数没有互补关系，可以间接利用补数进行加法巧算。

例 2 计算 $986 + 238$ 。

解法 1: 原式 $= 1000 - 14 + 238 = 1000 + 238 - 14$

$$= 1238 - 14 = 1224$$

解法 2: 原式 $= 986 + 300 - 62$

$$= 1286 - 62 = 1224$$

以上两种方法是把其中一个加数看作整十、整百、整千……，再去掉多加的部分（即补数），所以可称为“凑整去补法”。

解法 3: 原式 $= (62 + 924) + 238 = 924 + (238 + 62)$

$$= 924 + 300 = 1224$$

解法 4: 原式 $= 986 + (14 + 224)$

$$= (986 + 14) + 224 = 1224$$

以上方法是把其中一个加数拆分为两个数，使其中一个数正好是另一个加数的补数。所以可称为“拆分凑补法”。

3. 相接近的若干数求和

下面的加法算式是若干个大小相接近的数连加，这样的加法算式也可以用巧妙的办法进行计算。

例 3 计算 $71 + 73 + 69 + 74 + 68 + 70 + 69$ 。

解: 经过观察，算式中 7 个加数都接近 70，我们把 70 称为“基准数”。我们把这 7 个数都看作 70，则变为 7 个 70。如果多加了，就减去，少加了再加上，这样计算比较简便。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 70 \times 7 + (1+3-1+4-2+0-1) \\ &= 490+4=494\end{aligned}$$

二、利用减法性质巧算

1. 从一个数里连续减去几个减数，可以从这个数里减去这几个减数的总和。用字母表示为：

$$a-b-c-e=a-(b+c+e)$$

当连续减去的减数可以凑成整十、整百、整千时（即互为补数），可以先求出这几个减数的和。

例4 计算 $450-210-190$ 。

解：原式 $= 450 - (210+190)$

$$= 450 - 400 = 50$$

2. 从一个数里减去几个数的和，可以从这个数里连续减去这几个数。用字母表示为：

$$a-(b+c+e)=a-b-c-e$$

当减去几个数的和时，如果有的加数和被减数的最后几位数相同，可以用被减数先减去这个减数，这种做法较简便。

例5 计算 $5405-(405+240)$ 。

解：原式 $= 5405 - 405 - 240$

$$= 5000 - 240 = 4760$$

3. 一个数减去两个数的差，等于从这个数里减去第二个数，再加上第三个数。用字母表示为：

$$a-(b-c)=a-b+c$$

例6 计算：(1) $1750-(750-290)$ ；

(2) $2480-(616-520)$ 。

解：(1) 原式 $= 1750 - 750 + 290$
 $= 1000 + 290 = 1290$

(2) 原式 $= 2480 - 616 + 520 = 2480 + 520 - 616$
 $= 3000 - 616 = 2384$

4. 第一个数减去第二个数，再加上第三个数，等于从第一个数里减去第二个数与第三个数的差。用字母表示为：

$$a - b + c = a - (b - c)$$

例7 计算 (1) $4250 - 294 + 94$ ；(2) $3840 - 127 + 327$ 。

解：(1) 原式 $= 4250 - (294 - 94)$
 $= 4250 - 200 = 4050$
 (2) 原式 $= 3840 + 327 - 127$
 $= 3840 + (327 - 127)$
 $= 3840 + 200 = 4040$

上面我们介绍的减法性质，实际上所运用的是“去括号或添括号法则”。去括号和添括号的方法是：在只有加减运算的算式里，如果括号前面是“+”号，则无论去掉括号或添上括号，括号里面的运算符号都不变；如果括号前面是“-”号，则无论去掉括号或添上括号，括号里面的运算符号都要改变，即“+”号要变为“-”号，“-”号要变为“+”号。

只要弄清了去括号和添括号的规律，减法的性质是很容易记住的。例如：

$$a - b - c - e = a - (b + c + e)$$

$$a - b + c = a - (b - c)$$

以上两等式右边添了括号，括号前是“-”号，所以添上括号后，括号里面的运算符号要改变。又如：

$$a - (b + c + e) = a - b - c - e$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

以上两等式右边去掉了括号，原括号前面是“-”号，所以去括号后，原来括号里面的运算符号要改变。

5. 当一个数连续减去若干个数，而这些减数成等差数列时，可以运用添括号法则，再根据等差数列求和进行计算。

例 8 计算 $3800 - 1 - 2 - 3 - \cdots - 80$

解：原式 $= 3800 - (1 + 2 + 3 + \cdots + 80)$ (添括号)

$$= 3800 - \frac{(1 + 80) \times 80}{2} \quad (\text{等差求和})$$

$$= 3800 - 81 \times 40$$

$$= 3800 - 3240 = 560$$

6. 带符号“搬家”、“抵消”方法的巧算。

根据加法交换律和结合律，可以把加数任意交换位置，或几个加数分组结合，使运算简便，而运算的结果不变。这种方法在加减混合运算中也完全适用。但在交换位置时必须注意带符号“搬家”。如： $325 + 46 - 125 + 54$ 这一道加减混合式题中，数字前面的符号则为它本身的符号。我们所说的带符号“搬家”，带的就是这个符号。例如： $+54$ ， -125 ， $+46$ ，而 325 前面没有符号，应看作 $+325$ 。带符号“搬家”则不会改变运算结果。

$$325 + 46 - 125 + 54 = 300$$

$$325 - 125 + 54 + 46 = 300$$

$$325 + 54 + 46 - 125 = 300$$

$$54 + 46 + 325 - 125 = 300$$

.....

如果带符号“搬家”和交换律、结合律及去括号、添括号法则配合使用，则会使运算简便。

例 9 计算：(1) $109+428-156+141-128-44$ ；
(2) $78+76+83+82+77+80+79+85$ 。

解：(1) 先把符号相同的数按符号“搬家”的方法凑在一起，再根据加法结合律及添括号法则使运算简便。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 109+428+141-156-128-44 \\ &= (109+141) + (428-128) - (156+44) \\ &= 250+300-200 \\ &= 550-200 \\ &= 350\end{aligned}$$

(2) 在加减混合运算中，若有两数数字相同而符号相反，则可直接把这两个数“抵消”，而计算结果不变。如：

$$9+2-9+3=5。$$

在计算(2)题时，由于几个加数比较接近，先找到它们的“基准数”80。

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 80 \times 8 - 2 - 4 + 3 + 2 - 3 - 1 + 5 \\ &= 80 \times 8 = 640\end{aligned}$$

说明：本题中 -2 和 $+2$ 抵消， -3 和 $+3$ 抵消， -4 、 -1 和 $+5$ 抵消，可书写为：

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 80 \times 8 - 2 - 4 + 3 + 2 - 3 - 1 + 5 \\ &= 640\end{aligned}$$

同时本题也可以采取例 9 (1) 的方法计算。

习 题 一

1. 用简便方法计算：

(1) $57+24+43$

(2) $895+316$

(3) $176+348+252+424$

2. 用简便方法计算：

(1) $1780-290-410$

(2) $4695-(695-480)$

(3) $2730-(824-270)$

3. 计算

(1) $6207-(207+510)$

(2) $8645-297+97$

(3) $204+576-125+196-176-75$

(4) $98+101+97+100+99+103+102+100$

第二讲 细观察、巧解题

讨论一个问题，首先需要观察，通过观察获得初步的感性认识，这样的初级认识可能还没有抓住本质，很可能看到的是表面现象。通过进一步分析，才有可能找到事物之间的内在联系，而找到这种联系后，才能找到解决问题的办法。现在，我们来讨论一些有趣的图中填数游戏。

例1 如图2-1，要求把它剪成形状完全相同的四块，并使每块上各数之和都相等。问应该怎样剪法？

解：首先注意到题目要求把原图剪成形状相同的四块，每块上各数之和相等。

图中共有12个方格，每块应有

$$12 \div 4 = 3 \text{ 个方格。}$$

由图中各数可以算出每块各数之和：

$$(9 + 4 + 12 + 5 + 6 + 11 + 9 + 10 + 8 + 3) \div 4 = 25$$

三个方格可组成长方形，但经过实验分割不成四个相同的长方形。分割成“L”形（如图2-2）是否可能呢？经过实验，只有一种分法。如图2-3。

说明：本题是要构造合乎要求的图形。为了克服实验的盲目性，首先要分析希望剪成的图形的形状、大小。在这基

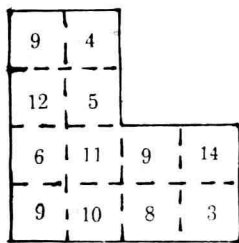


图2-1

础上，再经过几次实验，就能很快找到解决问题的办法。

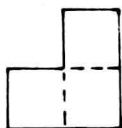


图 2-2

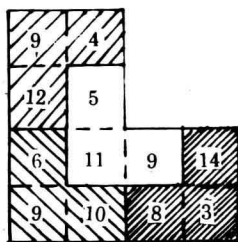


图 2-3

例 2 把 1—5 这 5 个自然数，分别填入图 2-4 中五个圆圈内，使相交成十字的两条直线上三个数之和都等于 9。问如何填法？

解：一条直线上三个数之和是 9，另一条直线上三个数之和也是 9，那么两个和数相加为 18。相加时，端点四个数只加一次，中央的数都是加了两次。于是有 $1+2+3+4+5=15$

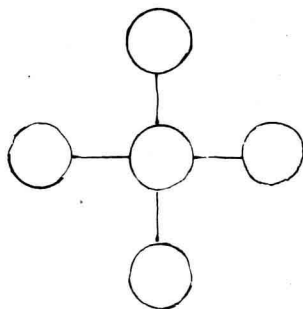


图 2-4

$$18-15=3$$

可见是数 3 相加了两次，所以中央应填 3。这样不难得出符合题意的一种填法。如图 2-5。（其中 2 与 4，1 与 5 是可以换位置的）

例 3 把 1—6 这六个自然数，分别填入图 2-6 的各圆圈内，使三角形每边三个数之和都等于 10，能否写出一种填法？