

普通測量學講義

上 冊

儲 鐘 瑞 編
刘 呈 祥

清 華 大 學 出 版 科 印

1 9 5 7

上册目录

第一編 測量学的初步知識

第一章 緒論	1—1
1-1 測量學的任务	1—1
1-2 測量學在社會主義建設及國防上的意義	1—1
1-3 測量學課程在有關專業中的地位	1—2
1-4 測量學和其他科學的關係	1—2
1-5 測量學發展簡史	1—2
1-6 蘇聯測量學的發展	1—3
1-7 我們古代人民對測繪學術的貢獻	1—4
1-8 近代中國測量學的情況	1—4
1-9 測量用的度量單位	1—4
第二章 以地球总的形狀為根據的地面點的位置	2—1
2-1 地球的總形和大小	2—1
2-2 地面點投影在地球總形上的位置、地面點的高程	2—2
2-3 地理坐標	2—3
2-4 地球曲率對水平距離和高程的影响	2—4
第三章 平面圖、地圖、地形圖	3—1
3-1 地球表面在球面上和平面上的描繪	3—1
3-2 比例尺	3—1
3-3 平面圖	3—2
3-4 地圖	3—3
3-5 地形圖	3—3
3-6 地形圖的慣用符號	3—3
3-7 用等高綫表示地形的概念	3—6
3-8 地形的主要類型及等高表示法	3—7
3-9 等高綫的特性	3—8
3-10 地形圖的編號	3—9
3-11 高斯投影及高斯平面直角坐標	3—12
第四章 測量工作的概念	4—1
4-1 測量工作的外業和內業	4—1

4-2 平面测量和高程测量	4—1
4-3 使用儀器來對分测量的種類	4—1
4-4 控制测量和碎部测量	4—3
4-5 测量控制網的概念	4—3

第五章 誤差的概念

5-1 前言	5—1
5-2 誤差的種類	5—1
5-3 偶然誤差的特性	5—2
5-4 算術平均值	5—2
5-5 平均誤差，均方誤差（中誤差）	5—3
5-6 算術平均值的均方誤差	5—4
5-7 用似真誤差表示均方誤差	5—6
5-8 直接觀測值函數的均方誤差	5—8
5-9 觀測結果的權，權平均值	5—11
5-10 權平均值的均方誤差	5—12
5-11 容許誤差	5—14
5-12 相對誤差	5—15

第二編 基本測量工作

第六章 直綫丈量

6-1 地面上點的標誌	6—1
6-2 直綫定綫	6—2
6-3 直綫丈量的工具	6—4
6-4 鋼尺的檢驗	6—6
6-5 直綫丈量	6—6
6-6 在傾斜地面上丈量	6—7
6-7 直綫丈量的誤差及改正	6—9
6-8 直綫丈量精度的判定，容許誤差	6—11
6-9 測斜器	6—12
6-10 視距法量距離	6—14

第七章 直綫定向

7-1 定向概念	7—1
7-2 真方位角與磁方位角的關係	7—2
7-3 方位角和象限角的關係	7—3
7-4 根據兩個方向的方位角或象限角求它們之間的夾角	7—4
7-5 正、反方位角和正、反象限角	7—4
7-6 坐標方位角（方向角）	7—6

7-7 根據夾角計算坐標方位角(方向角)	7-7
第八章 羅盤儀	8-1
8-1 羅盤儀的構造	8-1
8-2 用羅盤儀測定磁方位角或磁象限角	8-2
8-3 羅盤儀的檢驗	8-3
第九章 水平角測量	9-1
9-1 量水平角的原理	9-1
9-2 經緯儀的構造	9-1
9-3 度盤和游標盤	9-4
9-4 游標原理和使用	9-4
9-5 度盤及游標的檢查	9-6
9-6 光學的讀角設備	9-8
9-7 管水准器, 水准管軸	9-8
9-8 水准管的分劃值和靈敏度	9-9
9-9 圓水准器	9-11
9-10 望遠鏡的構造及成象	9-11
9-11 十字絲、望遠鏡的對光、視差	9-13
9-12 望遠鏡的光學性能	9-14
9-13 內對光望遠鏡	9-17
9-14 經緯儀的檢驗和校正	9-18
9-15 儀器誤差對水平角觀測的影響	9-21
9-16 經緯儀的保養	9-24
9-17 光學經緯儀	9-24
9-18 經緯儀的安置和望遠鏡的使用	9-26
9-19 量水平角的方法	9-28
9-20 量角的精度	9-31
9-21 設角器	9-34

第三編 經緯儀測量

第十章 經緯儀測量的外業	10-1
10-1 經緯儀測量的概念	10-1
10-2 導線的種類和經緯儀導線測量的外業	10-1
10-3 間接測定距離的方法	10-3
10-4 導線和高級控制點的連接	10-3
10-5 測定碎部的方法	10-4
10-6 羅盤儀的應用場合	10-6

10-7 經緯儀測量的手簿和草圖	10-6
10-8 修建地區經緯儀測量的特點	10-7
第十一章 經緯儀測量的內業	11-1
11-1 經緯儀測量內業概念	11-1
11-2 閉合導線角度閉合差的計算和調整	11-1
11-3 閉合導線各邊方向角和象限角的計算	11-2
11-4 附合導線的角閉合差和方向角的計算	11-4
11-5 點子的直角坐標和兩點間的坐標增量	11-6
11-6 坐標增量的計算	11-7
11-7 直角坐標的正算和反算問題	11-8
11-8 閉合導線坐標增量閉合差的計算和調整	11-9
11-9 坐標的計算	11-11
11-10 附合導線坐標增量閉合差的計算和調整	11-13
11-11 結點導線的計算	11-13
11-12 導線錯誤的發現	11-15
11-13 根據導線點的坐標畫導線	11-16
11-14 根據邊長和象限角繪出導線(圖解法)	11-18
11-15 綫閉合差及其調整(平行綫法)	11-19
11-16 將地物畫在平面圖上	11-21
11-17 平面圖的整飾	11-22
11-18 平面圖的保管,圖紙變形	11-22
11-19 平面圖的縮放和描繪	11-22
第十二章 面積計算	12-1
12-1 一般概念	12-1
12-2 圖解法求面積	12-1
12-3 解析法求面積	12-2
12-4 定極求積儀	12-3
12-5 定極求積儀的原理	12-5
12-6 定極求積儀的檢驗	12-7
12-7 定極求積儀的使用	12-7
12-8 使用定極求積儀時應注意事項	12-8
12-9 薩維奇法	12-8
12-10 不同方法量面積的精度	12-9

第十一章 經緯儀測量的內業

11-1 經緯儀測量內業概念

經緯儀測量的內業是外業工作的繼續。根據外業測量的記錄和草圖，進行計算和繪圖工作，最後得到一幅只表示地物的平面位置圖。

內業和外業工作一樣，要貫徹從整體到局部，從高級到低級的原則。那末繪圖工作應分為兩步：(1) 主導線和輔導線的繪制；(2) 碎部繪制。

由于測繪平面圖的用途不同，要求的精度不同，所以在繪制導線圖時（有時對於碎部點也適用）可採用兩種方法：(1) 先計算導線點的坐標，再按坐標繪在圖上——解析法；(2) 直接利用外業測量的成果繪圖——圖解法。解析法是精確的方法，適用於主導線的繪制；對於要來精度不高的輔助性導線或羅盤儀導線，可以應用圖解法繪導線。

不論對於主導線或輔導線（有時對於碎部點也適用），先從檢查外業記錄開始，然後經過室內加工計算，最後畫到圖紙上。對於主導線來說（閉合及附合導線或導線網），內業工作的內容包括：

1. 檢查量距離的記錄，檢查傾斜改正、尺長改正及其他改正數的計算，檢查往返二次測量的結果是否不超過容許範圍，並計算出最後的水平距離。如有間接量距，也應進行計算。
 2. 檢查量角的記錄，其結果是否合用，並計算角度的平均值。
 3. 畫出經緯儀導線的略圖，並註明導線點的編號，邊長和角度的數值。
 4. 計算導線角度的閉合差，如不超過容許範圍，就進行調整，使它們滿足理論上的要求。
 5. 計算導線各邊的坐標方位角和象限角。
 6. 計算導線各邊的坐標增量，如增量閉合差在容許範圍內，就進行調整，使它們滿足理論上的要求。
 7. 計算導線點的坐標。
 8. 依導線點的坐標繪導線圖。
- 此後再進行輔助導線的繪圖，碎部點及碎部的繪圖，並進行平面圖的整飾。

11-2 閉合導線角度閉合差的計算和調整

在一個 n 邊多邊形內，它們的內角之和的理論數值是，

$$\sum \beta_{\text{理論}} = 180^\circ (n-2); \dots\dots\dots (11-1)$$

外角之和的理論數值是， $\sum \beta_{\text{理論}} = 180^\circ (n+2)$ 。

實際上，測得的角度總和 $\sum \beta_{\text{實際}}$ ，由于誤差的存在，不會恰好等於 $\sum \beta_{\text{理論}}$ 。它們的差數稱為角閉合差，以 f_β 表示。

$$f_\beta = \sum \beta_{\text{實際}} - \sum \beta_{\text{理論}} \dots\dots\dots (11-2)$$

我們首先應決定，算出的角閉合差 f_β 是否在容許範圍之內。我們知道，用普通經緯儀量

一個測回所得角度的容許誤差是 $\pm 1.5 t$ (t 是游標最小讀數)。顯然，同精度測量 n 個角，其總和的容許誤差是 $\pm 1.5 t \sqrt{n}$ 。如果 f_{β} 不超過這個限度，表示角閉合差是容許的，我們就可以調整角值，使調整後的角度總和等于理論上的數值。調整的原則如下：

1. 在同精度的觀測條件下，每一個角的觀測值可以認為包含相同的誤差。因而，一般是按角閉合差 f_{β} 相反的符號平均改正每一角值，並把結果湊整到 $0'.1$ 或 $10''$ 。如果不能恰好按 $0'.1$ 或 $10''$ 的大小平均改正時，短邊的夾角可以多改正一些。這是因為儀器對中誤差和花桿位置誤差對於短邊的夾角將引起較大的角度誤差。

2. 在實際工作中，有時測角的精度要求不高，為了以後導線計算上的方便，可以把角值湊整到 $1'$ 或 $\frac{1}{2}'$ 。

例題：用 $1'$ 經緯儀測五邊形的內角，結果如下表。

站號	內角觀測值	改正數	改正後角值
1	$87^{\circ}51'$	$-0'.6$	$87^{\circ}50'.4$
2	$150^{\circ}21'$	$-0'.6$	$150^{\circ}20'.4$
3	$125^{\circ}07'$	$-0'.6$	$125^{\circ}06'.4$
4	$89^{\circ}30'$	$-0'.6$	$87^{\circ}29'.4$
5	$89^{\circ}14'$	$-0'.6$	$89^{\circ}13'.4$
總和	$540^{\circ}03'$	$-3'$	$540^{\circ}00'$

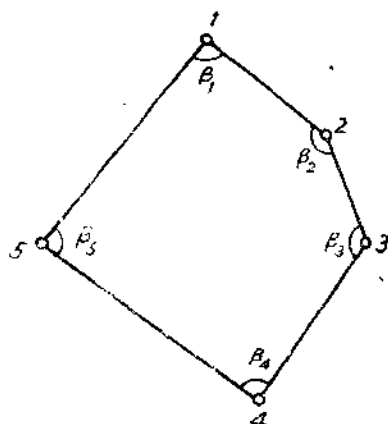


圖 11—1

$$\Sigma \beta_{\text{實際}} = 540^{\circ}03', \quad \Sigma \beta_{\text{理論}} = 180^{\circ}(n-2) = 540^{\circ}00'.$$

$$f_{\beta} = \Sigma \beta_{\text{實際}} - \Sigma \beta_{\text{理論}} = +3',$$

$$f_{\beta \text{容}} = \pm 1.5 \times 1' \times \sqrt{5} = \pm 3'.4$$

$$\text{每個角的平均改正數} = -\frac{f_{\beta}}{n} = -\frac{3'}{5} = -0'.6$$

改正後內角總和應等于理論上的總和，這是計算的校核。

11-3 閉合導線各邊方向角和象限角的計算

閉合導線的角度經調整後，就可以根據起始邊的已知方向角和調整後的角度，逐步計算其他邊的方向角，然後再計算各邊的象限角。

用 α 代表導線邊的方向角， λ 及 β 代表導線調整後的左角和右角，根據公式 (7-3) 及 (7-4) 知：

(1) 前一邊的方向角等于後一邊的方向角加 180° 再減右角 (圖 11—2)，即

$$\alpha_{i-(i+1)} = \alpha_{(i-1)-i} + 180^\circ - \beta_i \quad (11-3)$$

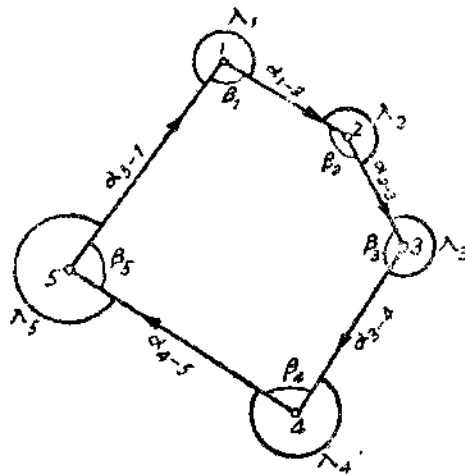


圖 11-2

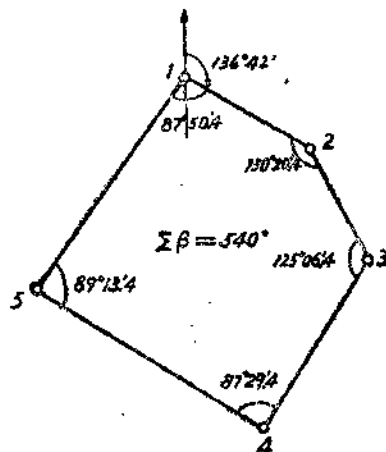
(2) 前一邊的方向角等于後一邊的方向角減 180° 再加左角 (圖 11-2), 即

$$\alpha_{i-(i+1)} = \alpha_{(i-1)-i} - 180^\circ + \lambda_i \quad (11-4)$$

在應用上面兩個公式計算方向角時, 等式的右邊可能需要加或減 360° 。

例題: 給出 1—2 邊的方向角為 $\alpha_{1,2} = 136^\circ 42'$ (它是由控制網邊的已知方向角和測量的連結角算出的), 及五邊形改正後的內角值如下圖所示。計算其他各邊的方向角和象限角。

站號	方 向 角	象 限 角
1	$136^\circ 42'$	南東 $43^\circ 18'$
2	$166^\circ 21'.6$	南東 $13^\circ 38'.4$
3	$221^\circ 15'.2$	南西 $41^\circ 15'.2$
4	$313^\circ 45'.8$	北西 $46^\circ 14'.2$
5	$44^\circ 32'.4$	北東 $44^\circ 32'.4$
1		



公式:

$$\alpha_{i-(i+1)} = \alpha_{(i-1)-i} + 180^\circ - \beta_i$$

α_{1-2}	$136^{\circ}42'$	南東 $43^{\circ}18'$
	$+180^{\circ}00'$	
	$316^{\circ}42'$	
$-\beta_2$	$-150^{\circ}20'.4$	
α_{2-3}	$166^{\circ}21'.6$	南東 $13^{\circ}38'.4$
	$+180^{\circ}00'$	
	$346^{\circ}21'.6$	
$-\beta_3$	$-125^{\circ}06.4$	
α_{3-4}	$221^{\circ}15'.2$	南西 $41^{\circ}15'.2$
	$+180^{\circ}00'$	
	$410^{\circ}15'.2$	
$-\beta_4$	$-87^{\circ}29'.4$	
α_{4-5}	$313^{\circ}45'.8$	北西 $46^{\circ}14'.2$
	$+180^{\circ}00'$	
	$493^{\circ}45'.8$	
$-\beta_5$	$-89^{\circ}13'.4$	
	$404^{\circ}32'.4$	
	$-360^{\circ}00'$	
α_{5-1}	$44^{\circ}32'.4$	北東 $44^{\circ}32'.4$
	$+180^{\circ}00'$	
	$224^{\circ}32'.4$	
$-\beta_1$	$-87^{\circ}50'.4$	
α_{1-2}	$136^{\circ}42'$	南東 $43^{\circ}18'$

由起始邊(1—2)的方向角開始，又算回到(1—2)邊的方向角，仍舊等於原數值，這說明角度調整和各邊方向角的計算都是正確的。

起始邊的方向角可採用幾種不同方法得到：(1) 與高級控制點相連結，通過連接角計算求得；(2) 獨立地區內用測定真子午綫或磁子午綫的方法求得；(3) 在特殊要求的情況下，可選定特殊直綫方向作為坐標軸綫的方向。例如在工廠地區，常以主要廠房的主軸綫方向為坐標軸綫方向，或以主要道路中心綫方向作為坐標軸綫方向。

11-4 附和導綫的角閉合差和方向角的計算

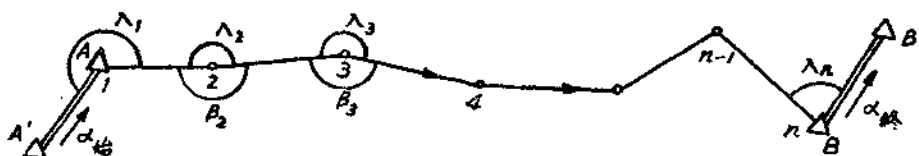


圖 11-3

用 λ 代表附和導綫的左角， β 代表右角， α 代表依左角或右角計算得的各邊的方向角。

用 $\alpha_{A/A} = \alpha_{\text{始}}$ 代表已知的起始方向角， $\alpha_{B/B'} = \alpha_{\text{終}}$ 代表已知的終了方向角。圖 11—3 中 A, A', B, B' 都是高級控制點。應用公式 (7—4)，得

$$\alpha_{1-2} = \alpha_{\text{始}} - 180^\circ + \lambda_1,$$

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} - 180^\circ + \lambda_2 = \alpha_{\text{始}} - 2 \cdot 180^\circ + \sum_1^2 \lambda,$$

$$\alpha_{3-4} = \alpha_{2-3} - 180^\circ + \lambda_3 = \alpha_{\text{始}} - 3 \cdot 180^\circ + \sum_1^3 \lambda,$$

$$\dots\dots\dots,$$

$$\alpha_{n-(n+1)} = \dots\dots\dots = \alpha_{\text{始}} - n \cdot 180^\circ + \sum_1^n \lambda.$$

如果左角的總和 $\sum_1^n$ 合乎理論的要求，那末計算出來的終了邊的方向角 $\alpha_{n-(n+1)}$ 就等于終

了邊的已知方向角 $\alpha_{\text{終}}$ ，所以 $\alpha_{\text{終}} = \alpha_{\text{始}} - n \cdot 180^\circ + \sum_1^n \lambda_{\text{理}}$ ，..... (11—5)*

或 $\sum_1^n \lambda_{\text{理}} = \alpha_{\text{終}} - \alpha_{\text{始}} + n \cdot 180^\circ$ 。..... (11—6)

當觀測右角 β 時， $\alpha_{\text{終}} = \alpha_{\text{始}} + n \cdot 180^\circ - \sum_1^n \beta_{\text{理}}$ ，..... (11—7)*

或 $\sum_1^n \beta_{\text{理}} = \alpha_{\text{始}} - \alpha_{\text{終}} + n \cdot 180^\circ$ 。..... (11—8)

上列四式的右邊可能要加或減一個或幾個 360° 。

實際測量的左角或右角不免帶有誤差，所以角閉合差，

$$f_{\lambda} = \sum \lambda_{\text{實際}} - \sum \lambda_{\text{理論}}，..... (11—9)$$

$$f_{\beta} = \sum \beta_{\text{實際}} - \sum \beta_{\text{理論}}。..... (11—10)$$

容許角閉合差 $f_{\text{容}} = \pm 1.5t\sqrt{n}$ ，式中 n 是角數，包括連接角在內。如果角閉合差在容

*我們可以認為閉合導線是附合導線的一種特殊形式。在公式 (11—5) 及 (11—7) 中，對於閉合導線來說，

$\alpha_{\text{終}} = \alpha_{\text{始}}$ ，並且 $+\sum_1^n \lambda_{\text{理}} - n \cdot 180^\circ$ 或 $n \cdot 180^\circ - \sum_1^n \beta_{\text{理}}$ 都是閉合導線 n 個外偏角的總和。由於是閉合導線， n

個外偏角的總和不等於零，而等於 360° ，這樣就得到閉合導線在理論上角度總和的公式 (11—1)。

許範圍以內，就將角閉合差按相反的符號平均改正各角值。用調整後的角值，根據起始邊的已知方向角，計算其它各邊的方向角。如果算出的終了邊的方向角和已知的數值相等，這就說明角度的調整和導線各邊的方向角的計算都是正確的。

11-5 點子的直角坐標和兩點間的坐標增量

在測量上我們取豎軸為 x 軸，橫軸為 y 軸（圖 11-4）。一點的位置由它的兩個坐標 x , y 而定。一條直線的位置由它的兩個端點的坐標而確定。

下表給出不同象限內點的坐標符號：

象 限	x	y
I (北東)	+	+
II (南東)	-	+
III (南西)	-	-
IV (北西)	+	-

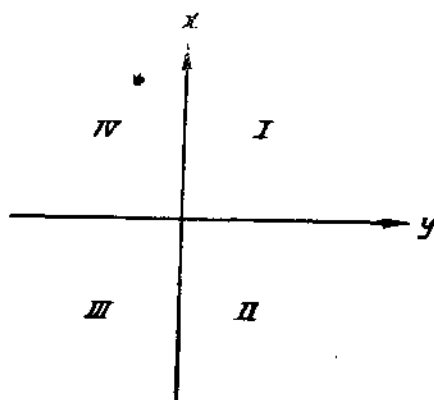


圖 11-4

一線段兩個端點的坐標之差稱為坐標增量。以 Δx_{ab} 代表 B 點的 x 坐標和 A 點的 x 坐標之差，稱為 x 坐標增量。以 Δy_{ab} 代表 B 點的 y 坐標和 A 點的 y 坐標之差，稱為 y 坐標增量。

從圖 11-5，坐標增量的絕對值各是：

$$\left. \begin{aligned} |\Delta x_{ab}| &= |x_b - x_a| = D \cos R, \\ |\Delta y_{ab}| &= |y_b - y_a| = D \sin R, \end{aligned} \right\} \quad (11-11)$$

式中 D 是線段的長度， R 是這段線的象限角。這些坐標增量的符號決定于由 A 向 B 的箭頭方向所指的象限，它們的符號註明在圖 11-5 中，也列在圖下面的表中。

當一邊的象限角名稱中有“北”字， x 坐標增量 Δx 是正；有“南”字， x 坐標增量是負。

當一邊的象限角名稱中有“東”字， y 坐標增量 Δy 是正；有“西”字， y 坐標增量 Δy 是負。

如果以 α 代表線段 A 至 B（圖 11-5 中箭頭所指的方向）的方向角那末：

$$\Delta x_{ab} = D \cos \alpha, \quad \Delta y_{ab} = D \sin \alpha. \quad (11-12)$$

這兩個式子不但能給出坐標增量的絕對值，同時也給出應有的符號。

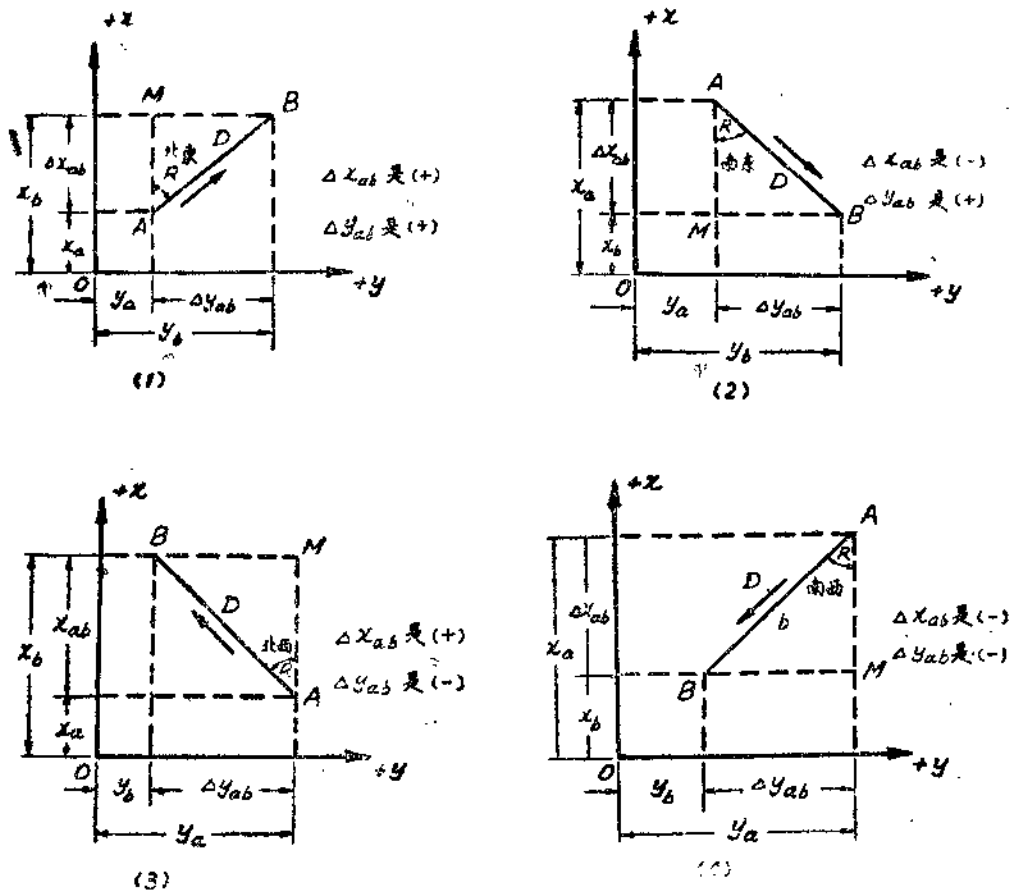


圖 11-5

綫 段 的 方 向		坐標增量正負號	
方 向 角	象限角名稱	Δx	Δy
$0^\circ—90^\circ$	北 偏 東	+	+
$90^\circ—180^\circ$	南 偏 東	-	+
$180^\circ—270^\circ$	南 偏 西	-	-
$270^\circ—360^\circ$	北 偏 西	+	-

11-6 坐标增量的計算

計算坐標增量時，一般常用坐標增量表，有時也用對數表或自然函數表。

(1) 坐標增量表 表中給出不同象限角 $0^\circ \sim 90^\circ$ 每隔一分的餘弦及正弦同 10, 20, …… 90 公尺的乘積。例如已知 $D=335.87$ 公尺, $R=61^\circ 36'$, 求 $\Delta x, \Delta y$ 。

$$\Delta x = 335.87 \cos 61^\circ 36', \quad \Delta y = 335.87 \sin 61^\circ 36'。$$

(查 61° 頁得)

	Δx	Δy
300	142.69	293.89
30	14.269	26.389
5	2.378	4.399
0.8	.380	.803
0.07	.033	.062
335.87	195.75	295.44

對於 300 公尺的坐標增量, 是把表中查得的 30 公尺的增量乘 10 倍得出的。反之, 5 公尺的增量是把表中查得的 50 公尺的增量被 10 除得出的。實際上是把查得的數字的小數點向後或向前移動幾位得出的。查表時利用算盤進行加法最快。

對於象限角不足 $1'$ 的增量, 表中不能直接查到, 需要利用表差按內插法求改正數。如果角度改正不超過 $0'.5$, 祇要對於 50 公尺以上的邊長進行增量改正。如僅對於 100 公尺以上的邊長進行增量改正, 最大誤差約為 1 cm。

(2) 對數表 一般用五位對數表或六位對數表計算, 但後者對於湊整到 $10''$ 象限角的計算特別方便。計算公式為:

$$\log \Delta x = \log D + \log \cos R,$$

$$\log \Delta y = \log D + \log \sin R。$$

例如

$$D = 143.75 \text{ 公尺}, \quad R = 69^\circ 44' 30''。$$

$\log \cos R$	9.539394,	$\log \sin R$	9.972268,
$\log D$	<u>1.157608,</u>	$\log D$	<u>2.157608,</u>
$\log \Delta x$	1.697002,	$\log \Delta y$	2.129876,
Δx	49.77,	Δy	134.86。

(3) 計算機及自然函數表 如有計算機, 可用邊長數值和正弦及餘弦的自然函數直接相乘即得, 既迅速又可靠。

11-7 直角坐標的正算和反算問題

在測量中往往要根據綫段一端 A 的已知坐標 x_a, y_a 以及綫段的水平距離 D 和象限角 R, 計算其他一端 B 的坐標。這種問題稱為正算問題。從圖 11-6 容易看出:

$$\left. \begin{aligned} x_b &= x_a + \Delta x_{ab}, \\ y_b &= y_a + \Delta y_{ab}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11-13)$$

增量可用上述的任一種方法計算。

有時也根據綫段兩端的已知坐標，計算綫段的長度和象限角。這一問題稱為反算問題。

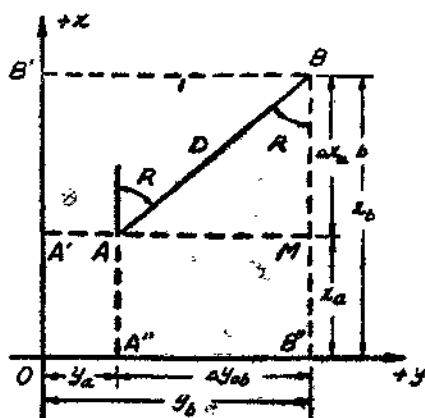


圖 11—6

$$\operatorname{tg} R = \frac{\Delta y_{ab}}{\Delta x_{ab}} \quad (11-14)$$

按 Δy_{ab} 和 Δx_{ab} 的符號來決定象限的名稱。在求得 R 之後，可利用下式計算距離：

$$D_{ab} = \frac{\Delta x_{ab}}{\cos R} = \frac{\Delta y_{ab}}{\sin R} \quad (11-15)$$

上式可用計算機或對數表計算，如有乘方表可用下式計算：

$$D_{ab} = \sqrt{(\Delta x_{ab})^2 + (\Delta y_{ab})^2} \quad (11-16)$$

11-8 閉合導綫坐標增量閉合差的計算和調整

很容易看出，如果考慮了投影綫段的符號，一個閉合多邊形各邊在 x 軸或 y 軸投影之和應等于零（圖 11—7）。也就是坐標增量之和應等于零。即

$$\sum \Delta x_{\text{理}} = 0, \quad \sum \Delta y_{\text{理}} = 0 \quad (11-17)$$

實際上，由于量距和量角的誤差， $\sum \Delta x_{\text{實際}}$ 和 $\sum \Delta y_{\text{實際}}$ 不會等于零，而 x 坐標增量閉合差， y 坐標增量閉合差各為：

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \sum \Delta x_{\text{實}} - \sum \Delta x_{\text{理}} = \sum \Delta x_{\text{實}}, \\ f_y &= \sum \Delta y_{\text{實}} - \sum \Delta y_{\text{理}} = \sum \Delta y_{\text{實}}. \end{aligned} \right\} \quad (11-18)$$

圖 11—8 表示這種情況。

圖中 1 和 1' 是代表地上同一點而不重合，形成一個缺口，1'—1 的長度稱為導線全長絕對閉合差，以 f 代表。顯然，

$$f = \sqrt{(f_x)^2 + (f_y)^2} \quad \text{.....(11-19)}$$

導線愈長，所量的導線邊和角度就愈多，由于這些測量工作中的誤差而引起的導線全長絕對閉合差的數值當然就愈大。為了衡量導線測量的精度，一定要採用相對閉合

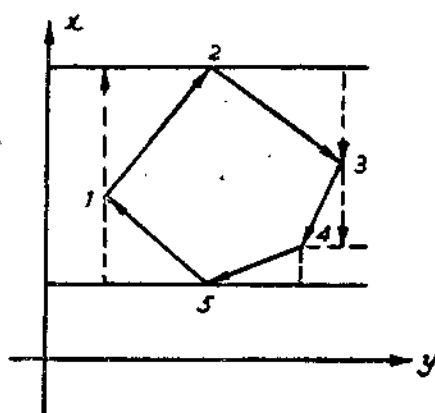


圖 11-7

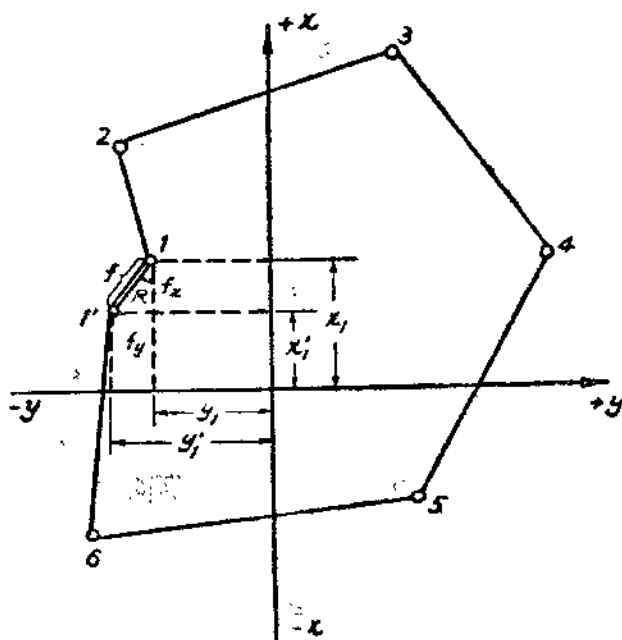


圖 11-8

差。以 P 代表導線的全長，那末， f/P 稱為導線全長相對閉合差，以 k 表示。

$$k = \frac{f}{P} \quad \text{.....(11-20)}$$

相對閉合差 k 不應超過規定的限度。常用鋼尺丈量邊長，用 1' 的經緯儀測量一個測回， k 一般不得超過 $1/2000$ 。在有利的觀測條件下， k 不得超過 $1/3000$ ；在不利的條件下， k 不得超過 $1/1000$ 。

如果相對閉合差 k 是在容許範圍以內，我們就可以調整坐標增量，使閉合圖形閉合，實質

上就是使調整後的兩個坐標增量之和都等于零。邊長較大，量出的長度將包含較大的誤差，這就會引起較大的增量誤差。自然我們有理由，以相反的符號，按邊長成正比，改正坐標增量。用 $D_1, D_2, \dots, D_n$ 代表導綫各邊的長度。增量的改正數就是：

$$\Delta x_1 \text{ 的改正數} = -\frac{f_x}{P} D_1;$$

$$\Delta x_2 \text{ 的改正數} = -\frac{f_x}{P} D_2;$$

$$\Delta x_n \text{ 的改正數} = -\frac{f_x}{P} D_n。$$

$$\text{改正數的總和} = -\frac{f_x}{P} (D_1 + D_2 + \dots + D_n) = -\frac{f_x}{P} P = -f_x。$$

同樣調整 y 增量。如果調整後的兩個增量之和都等于零，表示計算都沒有錯誤。

11-9 坐標的計算

以 x_1, y_1 表示已知的起始坐標（可能是根據高級控制點推出的，如果附近沒有高級控制點，也可能是假定的），我們按下列次序計算其它各點的坐標：

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \Delta x_{1.2}, & y_2 &= y_1 + \Delta y_{1.2}, \\ x_3 &= x_2 + \Delta x_{2.3}, & y_3 &= y_2 + \Delta y_{2.3}, \\ x_4 &= x_3 + \Delta x_{3.4}, & y_4 &= y_3 + \Delta y_{3.4}, \\ &\dots\dots\dots, & &\dots\dots\dots, \\ x_n &= x_{n-1} + \Delta x_{(n-1).n}, & y_n &= y_{n-1} + \Delta y_{n-1}, \\ x_1 &= x_n + \Delta x_{n.1}, & y_1 &= y_n + \Delta y_{n.1}。 \end{aligned}$$

上列算式中 $\Delta x_{1.2}, \Delta x_{2.3}, \dots, \Delta x_{n.1}$ 和 $\Delta y_{1.2}, \Delta y_{2.3}, \dots, \Delta y_{n.1}$ 是調整後的坐標增量。爲了校核，我們還要根據算出的 x_n, y_n 和 $\Delta x_n, \Delta y_n$ ，再計算第一點的坐標。如果計算正確，這樣算出的第一點的坐標應和已知的數據相同。

閉合導線測站坐標計算表

站 號	觀測角 (內角)	改正後 角 值	方向角	象 限 角	邊長 m	增 量 計 算 值		增量改正後 的數值		坐 標		附 註
						Δx	Δy	Δx	Δy	x	y	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1°
1	87°51'	87°50'.4	136°42'	南東 48°18'	107.61	-2	-2	-78.34	+73.78	0.00	0.00	
2	150°21'	150°20'.4	106°21'.6	南東 13°38'.4	72.44	-1	+73.80	-78.34	+73.78	-78.34	+73.78	
3	125°07'	125°06'.4	221°15'.2	南西 41°15'.2	179.92	-2	+17.08	-70.41	+17.07	-148.75	+90.85	
4	87°30'	87°29'.4	313°45'.8	北西 46°14'.2	179.38	-2	-4	-135.29	-118.67	-284.04	-27.82	
5	89°14'	89°13'.4	44°32'.4	北東 44°32'.4	224.50	+3	-5	+124.05	-129.59	-159.99	-157.41	
1						+160.02	+157.46	+159.99	+157.41	0.00	0.00	
和	540°03'	54°00'		P=763.85		+284.09	+248.34	+284.04	+248.26			
$f = 540^{\circ}03' - 540^{\circ}00' = +3'$						-283.99	-248.18	-284.04	-248.26			
$f_x = \pm 1.5 \times 1' \times \sqrt{5} = \pm 3'.4$						$f_x = +0.10$		$f_y = +0.16$		$\sum \Delta x = 0, \sum \Delta y = 0$		
$f = \sqrt{(0.10)^2 + (0.16)^2} = 0.19$						$f = \frac{f}{P} = \frac{0.19}{763}$		$= \frac{1}{4000}$				