同步测试1　随机变量

(满分:100分　时间:90分钟)

班级:__________　姓名:__________　学号:__________　得分:__________

一、选择题(每小题5分,共50分)

1. ①某座大桥一天经过的车辆数为 ξ;②某无线寻呼台一天内收到寻呼的次数为 ξ;③一天之内的温度为 ξ;④一射手对目标进行射击,击中目标得1分,未击中目标得0分,用 ξ 表示该射手在一次射击中的得分.上述问题中的 ξ 是离散型的随机变量的是　(　　)

A. ①②③④　　B. ①②④　　C. ①③④　　D. ②③④

2. 设 ξ 是一个随机变量,则下列命题正确的是　(　　)

A. ξ 的定义域是样本空间及其某些子集　　B. ξ 的定义域是样本空间

C. ξ 的定义域是一个点或区间　　D. ξ 没有确定的定义域

3. 设某批电子手表正品率为 $\frac{3}{4}$,次品率为 $\frac{1}{4}$,现对该批电子表进行测试,设第 ξ 次首次测到正品,则 $P(\xi=3)$ 等于　(　　)

A. $C_3^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{3}{4}$　　B. $C_3^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}$　　C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{3}{4}$　　D. $\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}$

4. 如果 $\xi\sim B\left(15,\frac{1}{4}\right)$,则使 $P(\xi=k)$ 最大的 k 值是　(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 4或5　　D. 3或4

5. 若 $P(\xi\leqslant x_2)=1-\beta$,$P(\xi\geqslant x_1)=1-\alpha$,其中 $x_1<x_2$,则 $P(x_1\leqslant\xi\leqslant x_2)$ 等于　(　　)

A. $(1-\alpha)(1-\beta)$　　B. $1-(\alpha+\beta)$　　C. $1-\alpha(1-\beta)$　　D. $1-\beta(1-\alpha)$

6. 随机变量 ξ 的分布列是:

ξ	1	3	5
P	0.5	0.3	0.2

,则其数学期望 $E\xi$ 等于　(　　)

A. 1　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 4.5　　D. 2.4

7. 一整数等可能地在1,2,…,10中取值,以 ξ 记除得尽这一整数的正整数的个数,那么 $E\xi$ 等于　(　　)

A. 2.6　　B. 2.5　　C. 2.7　　D. 2.8

8. 甲、乙两台自动车床生产同种标准件,ξ 表示甲机床生产1000件产品的次品数,η 表示乙机床生产1000件产品中的次品数,经过一段时间的考察,ξ、η 的分布分别是:

ξ	0	1	2	3
P	0.7	0.1	0.1	0.1

η	0	1	2	3
P	0.5	0.3	0.2	0

据此判定　(　　)

A. 甲比乙质量好　　B. 乙比甲质量好　　C. 甲与乙质量相同　　D. 无法判定

9. 一个计算机网络,有 n 个终端,每个终端在一天中使用的概率为 P,则这个网络中一天平均使用的终端的个数是　(　　)

A. $nP(1-P)$　　B. nP　　C. n　　D. $P(1-P)$

10. 设 $\xi\sim B(n,P)$,则有　(　　)

A. $E(2\xi-1)=2nP$　　B. $D(2\xi+1)=4nP(1-P)+1$

C. $E(2\xi+1)=4nP+1$　　D. $D(2\xi-1)=4nP(1-P)$

二、填空题(每小题 5 分,共 20 分)

11. 从装有 3 个红球、2 个白球的袋中随机取出 2 个球,设其中有 ξ 个红球,则随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	0	1	2
P			

12. 袋中装有 5 个白球,3 个红球.现从袋中往外取球,每次任取一个,取出后记下球的颜色,然后放回,直到红球出现 10 次时停止,设停止时总共取了 ξ 次球,则 $P(\xi=12)$ 等于________.

13. 设 ξ 的分布列

ξ	0	1
P	$1-P$	P

,则 $D\xi$ 等于________.

14. 设随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi=k)=\frac{a}{5^k}$,a 为常数,$k=1,2,\cdots$,则 $a=$________.

三、解答题(每小题 15 分,共 30 分)

15. 设随机变量 ξ 的分布列 $P(\xi=\frac{k}{5})=ak(k=1,2,3,4,5)$.

(1)求常数 a 的值;

(2)求 $P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)$;

(3)求 $P\left(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}\right)$.

16. 将一颗骰子掷 2 次,求下列随机变量的分布列:

(1)两次掷出的最大点数;

(2)第一次掷出点数减去第二次掷出点数的差.

同步测试2 统 计

(满分:100 分 时间:90 分钟)

班级:__________ 姓名:__________ 学号:__________ 得分:__________

一、选择题(每小题 4 分,共 40 分)

1. 从 2004 名学生中选取 50 名组成参观团,若采用下列方法选取:先用简单随机抽样从 2004 人中剔除 4 人,剩下的 2000 人再按系统抽样的方法进行,则 2004 人中每个人入选的概率 ( )

A. 都相等,且为$\frac{25}{1002}$ B. 都相等,且为$\frac{1}{40}$ C. 不全相等 D. 均不相等

2. 在用样本频率估计总体分布的过程中,下列说法正确的是 ( )

A. 总体容量越大,估计越精确 B. 总体容量越小,估计越精确

C. 样本容量越大,估计越精确 D. 样本容量越小,估计越精确

3. 若 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-1)^2}{2}}(x\in\mathbf{R})$,下列判断正确的是 ( )

A. 有最大值,也有最小值 B. 有最大值,但没有最小值

C. 有最小值,但没有最大值 D. 无最大值也无最小值

4. 将容量为 100 的样本数据,按从小到大的顺序分为 8 个组,如下表:

组号	1	2	3	4	5	6	7	8
频数	10	13	14	14	15	13	12	9

则第三组的频率和累积频率分别是 ( )

A. 0.14 和 0.37 B. $\frac{1}{14}$和$\frac{1}{17}$ C. 0.03 和 0.06 D. $\frac{3}{14}$和$\frac{6}{37}$

5. 若设随机变量 $\xi\sim N(\mu,\delta)$,且 $P(\xi\leqslant c)=P(\xi>c)$,则 c 的值为 ( )

A. 0 B. μ C. $-\mu$ D. δ

6. 设随机变量 $\xi\sim N(2,2)$,则 $D\left(\frac{1}{2}\xi\right)$的值为 ( )

A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 4

7. 若随机变量 $\xi\sim N(0,1)$则 $\eta=$________$\sim N(\mu,\delta)$ ( )

A. $\frac{\xi-\mu}{\delta}$ B. $\delta\xi-\mu$ C. $\delta\xi+\mu$ D. $\delta(\xi+\mu)$

8. 某公司在甲、乙、丙、丁四个地区分别有 150 个、120 个、180 个、150 个销售点,公司为了调查产品销售的情况,需从这 600 个销售点中抽取一个容量为 100 的样本,记这项调查为①;在丙地区中有 20 个特大型销售点,要从中抽取 7 个调查其销售收入和售后服务等情况,记这项调查为②.则完成①、②这两项调查宜采用的抽样方法依次是 ( )

A. 分层抽样法,系统抽样法 B. 分层抽样法,简单随机抽样法

C. 系统抽样法,分层抽样法 D. 简单随机抽样法,分层抽样法

9. 若随机变量 $\xi\sim N(\mu,\delta)$且 $\xi E=3,D\xi=1$,则 $P(-1<\xi\leqslant1)$等于 ( )

A. $2\varphi(1)-1$ B. $\varphi(4)-\varphi(2)$ C. $\varphi(-4)-\varphi(-2)$ D. $\varphi(2)-\varphi(4)$

10. 某机关有老、中、青人数分别为18、12、6,现从中抽取一个容量为 n 的样本,如果采用系统抽样和分层抽样抽取则不用剔除个体,如果容量增加1个,则在采用系统抽样时,需要在总体中剔除一个个体,则样本容量 n 为 ( )

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

二、填空题(每小题4分,共12分)

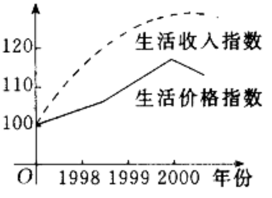
11. 随机变量 ξ 服从正态分布 $\xi\sim N(1,1)$ 则 $P(\xi\leqslant 1)=$______.

12. 设随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

,则函数 $F(x)=P(\xi\leqslant x)(x\in\mathbf{R})$ 的解析式为______.

13. 如图78—01所示是统计图表,其中实线为生活价格指数,虚线为生活收入指数,根据此图表,得到以下结论,其中正确的有______.(把正确的序号都填上)



①这几年人民的生活水平逐年得到提高

②人民生活收入增长最快的一年是1998年

③生活价格指数上涨最快的一年是1999年

④虽然2000年生活收入增长缓慢,但由于生活价格指数有较大下降,因而人民生活仍有较大改善

三、解答题(14～15题每小题9分,16～18题每小题10分,共48分)

14. 某校有在校高中生共1600人,其中高一学生520人,高二学生500人,高三学生580人,如果想通过抽查其中的80人来调查学生的消费情况,考虑到学生的年级高低消费情况有明显差别,而同一年级内消费情况差异较小,问应采用怎样的抽样方法?高三学生中应抽查多少人?

15. 证明若 ξ 服从 $N(\mu,\delta)$,则一定有:

$P=\varphi\left(\frac{b_2-\mu}{\delta}\right)-\varphi\left(\frac{b_1-\mu}{\delta}\right)(b_1<\xi<b_2)$.

16. 假设关于某设备的使用年限 x 和所支出的维修费用 y(万元),有如下的统计资料:

使用年限 x	2	3	4	5	6
维修费用 y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

若由资料知 y 对 x 呈线性相关关系.

试求:

(1)线性回归方程 $y=bx+a$ 的回归系数 a、b;

(2)估计使用年限为 10 年时,维修费用是多少?

17. 某接待站接待记录显示,在过去的 10 次接待中,都在星期一或星期三或星期五,

(1)你能否判定接待站的接待日有规定?

(2)你能否判定接待站星期二不接待?

18. 对某电子元件进行寿命追踪调查,情况如下:

寿命/h	100～200	200～300	300～400	400～500	500～600
·T 数	20	30	80	40	30

(1)列出频率分布表;

(2)画出频率分布直方图和累积频率分布图;

(3)估计电子元件寿命在 100h～400h 以内的概率;

(4)估计电子元件寿命在 400h 以上的概率;

(5)估计总体的数学期望值.

同步测试3　第一章单元测试

(满分:150分　时间:120分钟)

班级:__________　姓名:__________　学号:__________　得分:__________

一、选择题(每小题5分,共60分)

1. 某校期末考试后,为了分析该校高三年级520名学生的学习成绩,从中随机抽取了100名学生的成绩单,就这个问题来说,下面说法中正确的是　(　　)

A. 520名学生是总体　　B. 每个学生是个体

C. 100名学生的成绩是所抽的一个样本　　D. 样本容量是100

2. 已知一个随机变量η的分布如下表,

η	x_1	x_2	x_3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	p

则常数p的值是　(　　)

A. 0　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. 非负数

3. 关于频率直方图的下列说法正确的是　(　　)

A. 直方图的高表示取某数的频率

B. 直方图的高表示该组上的个体在样本中出现的频率

C. 直方图的高表示取某组上的个体在样本中出现的频数与组距的比值

D. 直方图的高表示取该组上的个体在样本中出现的频率与组距的比值

4. 把一个正态曲线a沿着横轴方向向右移动2个单位,得到新的一条曲线b,下列说法中不正确的是　(　　)

A. 曲线b仍然是正态曲线　　B. 曲线a和曲线b的最高点的纵坐标相等

C. 以曲线b为概率密度曲线的总体的方差比以曲线a为概率密度曲线的总体的方差大2

D. 以曲线b为概率密度的曲线的总体的期望比以曲线a为概率密度曲线的总体的期望大2

5. 要完成下列2项调查:①从某社区125户高收入家庭,280户中等收入家庭,95户低收入家庭中选出100户调查社会购买力的某项指标;②从某中学高一年级的12名体育特长生中选出3人调查学习负担情况.应采用的抽样方法是　(　　)

A. ①用随机抽样法,②用系统抽样法　　B. ①用分层抽样法,②用随机抽样法

C. ①用系统抽样法,②用分层抽样法　　D. ①、②都用分层抽样法

6. 对总数为N的一批零件抽取一个容量为30的样本,若每个零件被抽取的概率为0.25,则N等于　(　　)

A. 150　　B. 200　　C. 120　　D. 100

7. 下面说法正确的是　(　　)

A. 离散型随机变量ξ的期望$E\xi$反映了ξ取值的概率的平均值

B. 离散型随机变量ξ的方差$D\xi$反映了ξ取值的平均水平

C. 离散型随机变量ξ的期望$E\xi$反映了ξ取值的平均水平

D. 离散型随机变量ξ的方差$D\xi$反映了ξ取值的概率的平均值

8. 一个盒子里装有相同大小的红球32个,白球4个,从中任取两个,其中白球的个数记为ξ,则等于$\frac{C_{32}^1 C_4^1 + C_4^2}{C_{36}^2}$的是　(　　)

A. $P(0<\xi\leqslant 2)$　　B. $P(1<\xi\leqslant 2)$　　C. $E\xi$　　D. $D\xi$

9. 某厂生产的零件外直径 $\xi \sim N(10, 0.2)$，今从该厂上、下午生产的零件中各取一件，测得其外直径分别为 9.9cm、9.3cm，则可认为 (　　)

A. 上午生产情况正常，下午生产情况异常　　B. 上午生产情况异常，下午生产情况正常

C. 上、下午生产情况均正常　　D. 上、下午生产情况均异常

10. 有 10 件产品，其中 3 件是次品，从中任取 2 件，若 ξ 表示取到次品的个数，则 $E\xi$ 等于 (　　)

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{8}{15}$　　C. $\frac{14}{15}$　　D. 1

11. 若 $f(x)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2}{4\pi}}$，则 $f(x)$ 是 (　　)

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 非奇非偶函数　　D. 以上都不正确

12. 一组数据的方差为 s^2，将这组数据中的每个数据都乘以 2，所得到的一组数据的方差是 (　　)

A. $\frac{s^2}{2}$　　B. $2s^2$　　C. $4s^2$　　D. s^2

二、填空题(每小题 4 分，共 16 分)

13. 一道数学题，甲独立解出它的概率是 $\frac{1}{2}$，乙独立解出它的概率是 $\frac{1}{3}$，而丙独立解出它的概率是 $\frac{1}{4}$，令三人独立去解，则此题被解出的概率为________.

14. 两名战士在一次射击比赛中，甲战士得 1 分、2 分、3 分的概率分别为 0.4、0.1、0.5；乙战士得 1 分、2 分、3 分的概率分别为 0.1、0.6、0.3，那么两名战士得胜希望大的是________________.

15. 随机变量 ξ 的分布为 $P(\xi=k)=P^k(1-P)^{1-k}(0<P<1, k=0.1)$，则 $E\xi=$________，$D\xi=$________.

16. 随机变量 ξ 服从正态分布 $\xi \sim N(2,4)$ 则 $P(\xi \leqslant 2)=$________.

三、解答题(17～21 题每小题 12 分，22 题 14 分，共 74 分)

17. 某射手共有 5 发子弹，其命中率是 0.90，假定射中目标则停止射击，求射击次数 X 的分布，期望与方差.

18. 某市出租车的起步价为 6 元,行驶路程不超过 3km 时,租车费为 6 元,若行驶路程超过了 3km,则按每超出 1km(不足 1km 也按 1km 计程)收费 3 元计费.设出租车一天行驶的路程 ξ(按整 km 数计算,不足 1km 也按 1km 计)是一个随机变量,则其收费也是一个随机变量.已知一个司机在某个月每次出车都超过了 3km,且每一天的总路程数可能的取值是 200,220,240,260,280,300(km),它们出现的概率依次是 0.12,0.18,0.20,0.20,$100a^2+3a$,$4a$.

(1)求这一个月中一天行驶路程 ξ 的分布列,并求 ξ 的数学期望和方差;

(2)求这一个月中一天所收租车费 η 的数学期望和方差.

19. 人寿保险中(某一年龄段),人保人交保险 a 元,在保险期出现非意外死亡,则赔 b 元,经统计某一年龄正常人的死亡率是 p,问 b 满足什么关系,保险公司方可盈利.

20. 袋中有 3 个红球,2 个白球,从中任意摸一球,猜它是红球还是白球,猜对得 1 分,猜错不得分.你从期望得分最大的角度,你应猜什么颜色有利.

21. 抛掷两个骰子,当至少有一个2点或3点出现时,就说这次试验成功.

(1)求一次试验中成功的概率;

(2)求在4次试验中成功次数ξ的概率分布列及ξ的数学期望与方差.

22. 甲、乙两名射手在一次射击中的得分为两个相互独立的随机变量ξ与η,且ξ、η分布列为

ξ	1	2	3
P	a	0.1	0.6

η	1	2	3
P	0.3	b	0.3

求:(1)a、b的值;

(2)计算ξ、η的期望与方差,并以此分析甲、乙的技术状况.

同步测试4　数学归纳法

(满分:150分　时间:120分钟)

班级:__________　姓名:__________　学号:__________　得分:__________

一、选择题(每题5分,共60分)

1. 利用数学归纳法证明"$1+x+x^2+\cdots+x^{n+2}=\frac{1-x^{n+3}}{1-x}(x\neq1,n\in N^*)$"的过程中,在验证$n=1$时,左边应等于　(　　)

A. 1　　B. $1+x$　　C. $1+x+x^2$　　D. $1+x+x^2+x^3$

2. 某个命题与正整数有关,如果当$n=k(k\in N^*$时,该命题成立,那么可推得当$n=k+1$时命题也成立.现在已知当$n=5$时,该命题不成立,那么可推得　(　　)

A. 当$n=6$时该命题不成立　　B. 当$n=6$时该命题成立

C. 当$n=4$时该命题不成立　　D. 当$n=4$时该命题成立

3. 设$f(n)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n-1}$,则$f(k+1)-f(k)$等于　(　　)

A. $\frac{1}{2^{k+1}-1}$　　B. $\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}+\frac{1}{2^{k+1}-1}$

C. $\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}-1}$　　D. $\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^k+1}+\frac{1}{2^k+2}+\cdots+\frac{1}{2^{k+1}-1}$

4. 证明$\frac{n+2}{2}<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}<n+1(n>1)$,当$n=2$时,中间式子等于　(　　)

A. 1　　B. $1+\frac{1}{2}$　　C. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$　　D. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

5. 用数学归纳法证明$3^{4n+1}+5^{2n+1}(n\in N)$能被8整除时,当$n=k+1$时,对于$3^{4(k+1)+1}+5^{2(k+1)+1}$可变形为　(　　)

A. $56\cdot3^{4k+1}+25(3^{4k+1}+5^{2k+1})$　　B. $3^4\cdot3^{4k+1}+5^2\cdot5^{2k}$

C. $3^{4k+1}+5^{2k+1}$　　D. $25(3^{4k+1}+5^{2k+1})$

6. 若k棱柱有$f(k)$个对角面,则$k+1$棱柱有对角面的个数为　(　　)

A. $2f(k)$　　B. $k-1+f(k)$　　C. $f(k)+k$　　D. $f(k)+2$

7. 用数学归纳法证明恒等式

$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}$.由$n=k$到$n=k+1$时,两边应同时加上　(　　)

A. $\frac{1}{2k+1}$　　B. $-\frac{1}{2k+1}$　　C. $\frac{1}{2(k+1)}$　　D. $\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}$

8. 用数学归纳法证明不等式

$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+n}>\frac{13}{24}$的过程中,由"$k$推导$k+1$"时,不等式左边增加　(　　)

A. $\frac{1}{(k+1)+(k+1)}$　　B. $\frac{1}{(k+1)+(k+1)}+\frac{1}{(k+k+1)}-\frac{1}{k+1}$

C. $\frac{1}{(k+1)+(k+1)}+\frac{1}{k+k+1}$　　D. 以上都不对

9. $1+3^{3n+1}+9^{3n+1}$是________的倍数($n\in N*$).　(　　)

A. 13　　B. 12　　C. 26　　D. 15

10. 利用数学归纳法证明“$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=P(n)$”的过程中,从 $n=k$ 推导到 $n=k+1$ 时,左边应增加的项数是 ( )

A. 1 项 B. 2 项 C. k 项 D. 2^k 项

11. 上一个 n 级的台阶,若每步可上一级或两级,设上法总数为 $f(n)$,则下列猜想中正确的是 ( )

A. $f(n)=n$

B. $f(n)=f(n-1)+f(n-2)$

C. $f(n)=f(n-1)-f(n-2)$

D. $f(n)=\begin{cases} n(n=1,2) \\ f(n-1)+f(n-2)(n\geqslant 3) \end{cases}$

12. 平面内有 n 个圆($n\geqslant 2$),其中任何两个都相交于两点,任三个圆都不过同一点,则交点的个数为 ( )

A. $2n-2$ B. n^2-n C. n^2-2 D. $n(n+1)$

二、填空题(每题 4 分,共 16 分)

13. n 为奇数时,求证:x^n+y^n 被 $x+y$ 整除,当第二步假设 $n=2k-1$ 时命题成立.进而需证 $n=$ ________ 时,命题亦真.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=\frac{1}{3}$,且 $S_n=n(2n-1)a_n$ 通过求 a_2,a_3,a_4 猜想 a_n 的表达式,其结果是 ____________.

15. 用数学归纳法证明 $3^{4n+2}+5^{2n+1}$ 能被 14 整除的过程中,当 $n=k+1$ 时,$3^{4(k+1)+2}+5^{2(k+1)+1}$ 应变形为 ________________.

16. 用数学归纳法证明“n^3+5n 能被 6 整除”的过程中,当 $n=k+1$ 时,式子 $(k+1)^3+5(k+1)$ 应变形为 ________.

三、解答题(17~21 题每小题 12 分,22 题 14 分,共 74 分)

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数,且 $a_1=1$,$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$,若对正整数 n 总有 $S_{n+1}+S_n=(S_{n+1}-S_n)^2$.

(1)求 S_2,S_3,S_4,S_5 的值;

(2)猜想 S_n 之值,并用数学归纳法证明.

18. 设 a_0 为常数,且 $a_n=3^{n-1}-2a_{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$,证明:$a_n=\frac{1}{5}[3^n+(-1)^{n-1}\cdot 2^n]+(-1)^n\cdot 2^n\cdot a_0$.

19. 比较 2^n 与 n^2 的大小($n\in\mathbf{N}^*$).

20. 是否存在常数 a,b,使不等式 $1\times n+2(n-1)+3(n-2)+\cdots+(n-2)\times 3+(n-1)\times 2+n\times 1=\frac{1}{6}n(n+a)(n+b)$ 对一切自然数 n 都成立? 证明你的结论.

21.(2002,北京,春)已知点的序列 $A_n(x_n,0)$,$n\in\mathbf{N}$,其中 $x_1=0$,$x_2=a(a>0)$.A_3 是线段 A_1A_2 的中点,A_4 是线段 A_2A_3 的中点,…,A_n 是线段 $A_{n-2}A_{n-1}$ 的中点,….

(1)写出 x_n 与 x_{n-1},x_{n-2} 之间的关系式($n\geqslant3$);

(2)设 $a_n=x_{n+1}-x_n$,计算 a_1,a_2,a_3,由此推测数列$\{a_n\}$的通项公式,并加以证明.

22.(2004,天津,理)已知定义在 R 上的函数 $f(x)$和数列$\{a_n\}$满足下列条件:

$a_1=a$,$a_n=f(a_{n-1})(n=2,3,4,\cdots)$,$a_2\neq a_1$,$f(a_n)-f(a_{n-1})=k(a_n-a_{n-1})(n=2,3,4,\cdots)$,其中 a 为常数,k 为非零常数.

(1)令 $b_n=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,证明数列$\{b_n\}$是等比数列;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

同步测试5 极 限

(满分:150分 时间:120分钟)

班级:________ 姓名:________ 学号:________ 得分:________

一、选择题(每小题5分,共60分)

1. $\lim\limits_{\theta\to\frac{\pi}{3}}(\sin2\theta+\cos2\theta)$的值是 ( )

A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2. 当$m<0,n>0$时,$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{m^2+x^2}+m}{\sqrt{n^2+x^2}+n}$的值为 ( )

A. $-\frac{m}{n}$　B. 0　C. 1　D. $\frac{n}{m}$

3. 已知$f(n)=1+2+\cdots+n(n\in\mathbf{N}^*)$,则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(n^2)}{[f(n)]^2}$的值是 ( )

A. 2　B. 0　C. 1　D. 4

4. 设$\frac{3\pi}{4}<\theta<\frac{5\pi}{4}$,则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin^n\theta-\cos^{n+1}\theta}{\sin^n\theta+\cos^n\theta}$的值是 ( )

A. $-\cos\theta$　B. $\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$　C. 1　D. -1

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n+2}\right)\right]$的值等于 ( )

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

6. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-1}{x-1}$的值是 ( )

A. 1　B. 3　C. 0　D. 不存在

7. 若$f(x)=\begin{cases}x-1 & (x<1),\\ 3 & (x=1),\\ \frac{1}{x^2} & (x>1),\end{cases}$则$\lim\limits_{x\to1}f(x)$等于 ( )

A. 1　B. 2　C. 0　D. 不存在

8. $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^2-2x+k}{x-3}=4$,则$k$等于 ( )

A. -4　B. 4　C. 3　D. -3

9. 已知$f(x)=\frac{3^x-1}{4^x+1}$,则下列结论正确的是 ( )

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$　B. $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$　C. $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$　D. $\lim\limits_{x\to0}f(x)=1$

10. 若$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^4-bx+3}{2-3x-2x^4}=\frac{2}{3}$,则常数$a,b$的值是 ( )

A. $a=b=\frac{4}{3}$　B. $a=b=\frac{2}{3}$　C. $a=-\frac{4}{3},b\in\mathbf{R}$　D. $a=-\frac{3}{4},b\in\mathbf{R}$

11. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x})$等于 ( )

A. $\frac{1}{2}$　B. 0　C. 1　D. 不存在

12. $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[3]{x}+2}{\sqrt{1-x}-3}$的值为 ( )

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. 0　D. 不存在

二、填空题(每小题 4 分,共 16 分)

13. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_3=4$,$a_4+a_6=-2$,记 $a_n=\log_2 b_n$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}(b_1+b_2+\cdots+b_n)=$________.

14. (2003,北京)$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(-2)^{n+2}}{1-2+4-\cdots+(-2)^n}=$________.

15. $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}$,则 $\lim\limits_{x\to3}f(x)=$________.

16. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{ax^3+2x^2-90}{4x^3-3x+8}=2$,则 $a=$________.

三、解答题(17～21 题每小题 12 分,22 题 14 分,共 74 分)

17. 已知集合 $M=\left\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\cdots,\frac{1}{2^{n-1}}\right\}$,记 M 中含有三个元素的所有子集的元素和为 T_n,求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{T_n}{n^2}$.

18. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^n-3^n}{a^{n+1}+3^{n+1}}(a>0)$.

19. 已知 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-a_1x-b_1)=0$，$\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-a_2x-b_2)=0$，求常数 a_1,b_1,a_2,b_2 的值.

20. 设 $f(x)$ 是 x 的三次多项式，已知 $\lim\limits_{x\to 2a}\frac{f(x)}{x-2a}=\lim\limits_{x\to 4a}\frac{f(x)}{x-4a}=1$，试求 $\lim\limits_{x\to 3a}\frac{f(x)}{x-3a}$ 的值(a 为非零常数)