肖亚兰等著

西北大学出版社

高等数学教学目标与目标检测题 下

目标检测题答案

● 高等数学教学目标与目标检测题 ● 高等数学教学目标与目标检测题

高等数学教学目标与目标检测题

（目标检测题答案）

西 北 大 学 出 版 社

第一章　第一单元

目标检测题(1)解答

0111201

选 C.

A错. 两个函数的值域不同.

B错. 两个函数的定义域不同.

D错. $f(0)=1$,而$g(x)$在点$x=0$处无定义.

0111202

选 B. $f(g(x))=\begin{cases}1 & \frac{1}{e}<g(x)<1\\ g(x) & 1\leqslant g(x)<e\end{cases}=\begin{cases}1 & -1<x<0\\ e^x & 0\leqslant x<1\end{cases}$

注意在由$f(x)$求$f(g(x))$时，既要把解析式中的x都换为$g(x)$，同时要把表示自变量变化范围的地方的x也换为$g(x)$.

0111303

选 C. 由$\begin{cases}2-x>0\\ \lg(2-x)\neq 0\\ 100-x^2\geqslant 0\end{cases}$得定义域为$[-10,1)\bigcup(1,2)$

D错. 忽略了应有$\lg(2-x)\neq 0$这个条件.

0111304

选 B. $f(1)=1+9=10, f(4)=2^4=16, f(1)\neq f(4)$.

A错. $f(-2)=(-2)^2=4=f(2)=2^2$.

C错. $f(-1)=-1+9=8=f(3)=2^3$.

D错. $f(0)=0+9=9=f(-3)=(-3)^2$.

0111305

选C. $|f(x)|\leqslant 10^{-x}\leqslant 1\quad, x\in[0,+\infty)$.

A 和 D 均错. 因为题中函数的定义域为$[0,+\infty)$，而奇函数及偶函数的定义域均应关于原点对称.

0111306

选B. 当$x<2$时，由$y=1+x$，解得$x=y-1$，其中$y<3$；当$x\geqslant 2$时，由$y=x^2-1$，解得$x=\sqrt{y+1}$，其中$y\geqslant 3$；于是

$$x=f^{-1}(y)=\begin{cases}y-1 & y<3\\ \sqrt{y+1} & y\geqslant 3\end{cases}$$

再写成习惯的表示法即得答案B.注意分段函数求反函数必须逐段去求.

0111307

选 B. 由 $\begin{cases} x=\sin^2 t \\ y=2\cos t \end{cases}$ 中消去 t 可得 $y^2=4(1-x)$, 且 $0\leqslant x\leqslant 1, -2\leqslant y\leqslant 2$, 故它的图形是顶点在 $(1,0)$、开口向左、对称轴为 x 轴的抛物线的一部分.

目标检测题(2)解答

0112201

选 A. 令 $x-1=t$, 则

$$f(x-1)=f(t)=(t+1)^2+2(t+1)+1=(t+2)^2$$

故
$$f(x)=(x+2)^2.$$

0112202

选 B. $f(g(x))=[g(x)]^2-2=(2x+1)^2-2=4x^2+4x-1$.

0112303

选 C. 由 $\begin{cases} x\neq 0 \\ \dfrac{1-x}{1+x}>0 \\ 1+x\neq 0 \end{cases}$ 得 $0<|x|<1$.

0112304

选 B. 由 $f(2)=p\sin 2+4q\cos 2+4=3$, 得

$$p\sin 2+4q\cos 2=-1$$

故
$$f(-2)=-(p\sin 2+4q\cos 2)+4=5.$$

0112305

选 D. 因

$$h(-x)=\begin{cases} e^{-x} & -x>0 \\ 0 & -x=0 \\ -\dfrac{1}{e^{-x}} & -x<0 \end{cases}=\begin{cases} \dfrac{1}{e^x} & x<0 \\ 0 & x=0 \\ -e^x & x>0 \end{cases}=-\begin{cases} -\dfrac{1}{e^x} & x<0 \\ 0 & x=0 \\ e^x & x>0 \end{cases}=-h(x)$$

A,B,C 错. 因奇函数必定满足条件 $f(0)=0$, 而这几个函数在 $x=0$ 处的函数值均不是零.

0112306

选 A. 由 $y=10^{x-1}-2$ 得 $10^{x-1}=y+2$, 两边取以 10 为底的对数得

$$x-1=\lg(y+2), x=1+\lg(y+2)$$

再写成习惯的表示法即得 A.

0112307

选 A. 设 $f(x)=ax+b$, 由题意可得:

$$\begin{cases} f(-1)=-a+b=2 \\ f(1)=a+b=-2 \end{cases}$$

从而 $a=-2, b=0$, 故 $f(x)=-2x$.

第一章　第二单元

目标检测题(1)解答

0121201

选 C. 由题意,

$$|3x+1-7|<0.001, 得 3|x-2|<0.001,$$

即 $|x-2|<\dfrac{0.001}{3}$, 所以可取 $\delta\leqslant 0.0003<\dfrac{0.001}{3}$.

0121202

选 B. $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\sin\dfrac{1}{x}$ 不存在, 所以 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在.

A 错. 函数在 $x=0$ 点的极限存在与否与函数在 $x=0$ 有无定义无关.

C 错. $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}x\sin\dfrac{1}{x}=0$.

0121203

选 A. 因为对于任意给定的正数 M, 总存在着点

$$x_n=2n\pi+\frac{\pi}{2}\ (|n|>\frac{2M+\pi}{4\pi})$$

使

$$|f(x_n)|=\left|2n\pi+\frac{\pi}{2}\right|>M,$$

故 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界.

C 错. 因为对于任意给定的正数 M, 无论正数 X 取得多么大, 总有 $x_n'=|2n\pi|>X$, (只要 $|n|>\dfrac{X}{2\pi}$), 使

$$f(x_n')=x_n'\sin x_n'=|2n\pi|\sin|2n\pi|=0<M$$

故 $f(x)$ 当 $x\to\infty$ 时不是无穷大.

0121204

选 C. 因 $\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{x}{f(x)}-x)=0$.

A、B 错. 只须举一反例: $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

D 错. 只须举一反例: $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$.

0121305

选 B. 原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}[\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{1}{(n+1)^2}]$

$$= \lim_{n\to\infty}[1-\frac{1}{(n+1)^2}] = 1.$$

0121306

选 B. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(2x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{f(3\cdot\frac{2}{3}x)}{\frac{2}{3}x}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{3}\lim\limits_{t\to 0}\frac{f(3t)}{t} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

0121307

选 D.

A错. 分母极限为零,故不能用商的求极限法则.

B错. $\lim\limits_{x\to 0}\sin\frac{1}{x}$ 不存在,故不能用乘积的求极限法则. 正确的做法是利用"无穷小量与有界变量的乘积为无穷小量"的结论,写为$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x} = 0$.

C错. C中第二步的极限不是重要极限,因此极限值不为1.

0121308

选 D. 显然,

$$0 < x_n < 1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n} = \frac{1-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{1}{2} < 2$$

又

$$x_{n+1} = x_n+\frac{1}{(n+1)^{n+1}} > x_n,$$

故数列 x_n 单调增加且有上界,从而极限存在.

0121309

选 B. $3 = (3^n)^{\frac{1}{n}} < (1+2^n+3^n)^{\frac{1}{n}} < (3\cdot 3^n)^{\frac{1}{n}} \to 3, (n\to\infty)$, 故原极限为 3.

0121310

选 D. 原极限 $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{\sin x}\frac{\sin x}{x} = 1$.

A错. 原极限为0.

B错. 原极限为 $\frac{\sin 6}{6}$.

C错. 原式$= \lim\limits_{t\to 0}\frac{t}{\sin t}\frac{1}{\sin t} = \infty$.

当使用重要极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$时,一定要注意自变量$x$的趋向.

0121311

选 D　　令 $-x = t$, 原式 $= \lim\limits_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}} = e$.

A,B,C 都错．这些极限值都为 e^{-1}，如 C:

$$\lim_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}+2}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(1-x)^{\frac{1}{-x}}}\lim_{x\to 0}(1-x)^{2}=e^{-1}$$

0121312

选 D．因为 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\frac{1-x}{1+x}}{1-x^{3}}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{(1+x)(1-x)(1+x+x^{2})}=\dfrac{1}{6}$.

目标检测题(2)解答

0122201

选 B．易得 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$，由题意，

$$\left|\frac{\cos\frac{n\pi}{2}}{n}-0\right|\leqslant\frac{1}{n}<0.001,\ n>1000,$$

故n最小取1001.

0122202

选 C．$\ln x<-M$, $x<e^{-M}$，故取 $\delta\leqslant e^{-M}$.

0122203

选 C．将$f(x)$写成$f(x)=\begin{cases}-1 & x<1\\ a & x=1\\ 1 & x>1\end{cases}$ 故 $a=\lim f(x)=-1$.

0122204

选 C．$\left|\sin\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 1$，又$\lim\limits_{x\to 0}x=0$，由无穷小与有界变量的乘积为无穷小知

$$\lim_{x\to 0}x\left|\sin\frac{1}{x}\right|=0$$

A 错．10^{-100} 是常数，而无穷小应当是变量．

B错．错误原因参见0121203答案C.

D错．$\ln x$当 $x\to 0^{+}$ 时为无穷大.

0122305

选 C.

A错．因代数和的极限等于极限的代数和这一性质只对有限项成立.

B 错．等价无穷小代换不能任意在加减法中进行．

0122306

选 A．原极限 $=\lim\limits_{n\to\infty}2^{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^{n}}\right)}=\lim\limits_{n\to\infty}2^{\left(1-\frac{1}{2^{n}}\right)}=2$.

0122307

选 A. 因为当 $x\to0$ 时，原极限式中的分母的原极限是零，要使原极限存在，分子的极限也应是零，即

$$\lim_{x\to0}(1+x)(1+2x)(1+3x)+a=1+a=0,$$

故 $\quad a=-1.$

0122308

选 D. 因 $b<\sqrt[n]{a^n+b^n}<\sqrt[n]{2}\cdot b\to b,(n\to\infty)$, 由夹逼准则可得答案为 D.

0122309

$$选 A.\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}{x-\frac{\pi}{2}}=-1.$$

$$B错.\ 因\ \lim_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1.$$

$$C错.\ 因\ \lim_{x\to0}\frac{\mathrm{tg}x}{\sin x}=\lim_{x\to0}\frac{1}{\cos x}=1.$$

$$D错.\ 因\ \lim_{x\to0}\frac{\sin(\mathrm{tg}x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\sin(\mathrm{tg}x)}{\mathrm{tg}x}\frac{\mathrm{tg}x}{x}=1.$$

0122310

$$选 C.\ \lim_{x\to0}f(x)=\lim_{x\to0}\frac{1}{[(1-2x)^{\frac{1}{-2x}}]^2}=e^{-2}$$

0122311

选 D, 因为当 $x\to0$ 时, $\sin x\sim x$, 故由

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin^3(x^2)}{x^\alpha}=\lim_{x\to0}\frac{(x^2)^3}{x^\alpha}=\lim_{x\to0}\frac{x^6}{x^\alpha}=1,$$

可知 $\alpha=6$.

0122412

$$选 C.\ 原极限=\lim_{x\to\infty}\frac{(1-\frac{1}{x})(1-\frac{2}{x})(1-\frac{3}{x})(1-\frac{4}{x})(1-\frac{5}{x})}{(4-\frac{1}{x})^\alpha}x^{5-\alpha}$$

$$=4^{-\alpha}\lim_{x\to\infty}x^{5-\alpha}=\beta>0,$$

故 $\alpha=5,\beta=\frac{1}{4^5}$ (因若 $\alpha>5$, 则原极限为零, 若 $\alpha<5$, 则原极限不存在).

第一章　第三单元

目标检测题(1)解答

0131201

选 D. 因

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(x^2-1)=-1\neq \lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x=0,$$

故$f(x)$在$x=0$处间断;

又因　$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} x=1=\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(2-x),$

而　$f(1)=(2-x)\big|_{x=1}=1,$

故$\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$,即$f(x)$在$x=1$处连续.

0131202

选 C. 因

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1+x}+1)\sqrt{x}}{x(\sqrt{1+x}+1)}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}+1}=0=\lim_{x\to 0^-} f(x)=f(0),$$

故$f(x)$在$x=0$处连续;又当 $x\neq 0$时,$f(x)$为初等函数,故$f(x)$处处连续.

A 错. 因

$$\lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to -1}(1-x)=2\neq f(-1)=0,$$

故$f(x)$在$x=-1$处不连续.

B 错. 函数在 $x=0$ 处无定义,故在 $x=0$ 处不连续.

D 错. 因

$$\lim f(x)=\lim (x^3+2x)=0\neq \lim f(x)=\lim e^x=1,$$

故$f(x)$在$x=0$处不连续.

0131203

选 A. 因$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=1=\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} e^x$, 故$\lim_{x\to 0} f(x)=1$.

0131304

选 C. 去掉绝对值符号,将$f(x)$写成分段函数:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1} & x>0,x\neq 1\\ -\dfrac{1}{x+1} & x<0.\end{cases}$$

则　$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{1+x}=1\neq \lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\left(-\frac{1}{1+x}\right)=-1,$$

故$x=0$为跳跃间断点.

A 错．因函数在 $x=-1$, $x=0$ 及 $x=1$ 处无定义，且在这些点的任意邻域内都含有函数定义域内的点，故这三个点是函数的间断点．

B错. 因 $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=\lim\limits_{x\to-1}\left(-\frac{1}{1+x}\right)=\infty$, 故$x=-1$为无穷间断点.

D错. $\lim\limits_{x\to1} f(x)=\lim\limits_{x\to1}\frac{1}{1+x}=\frac{1}{2}$, 故$x=1$为第一类间断点.

0131305

选 A. 令 $t=e^{5x}-1$, 原极限 $=\lim\limits_{t\to0}\frac{t}{\frac{1}{5}\ln(1+t)}=5\lim\limits_{t\to0}\frac{1}{\ln(1+t)^{\frac{1}{t}}}=5$.

0131406

选 C. $f(x)$ 是三次多项式，在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，故也在闭区间 $[-5,-1]$ 及 $[-1,0]$上连续.又

$$f(-5)=-11<0, f(-1)=5>0, f(0)=-1<0,$$

由介值定理知存在$\zeta_1\in(-5,-1)$及$\zeta_2\in(-1,0)$,使得$f(\zeta_1)=f(\zeta_2)=0$, 且$\zeta_1\neq\zeta_2$.

A错. $f(0)=-1, f(1)=1$, 故在$(0,1)$内至少有一实根.

D 错．三次方程至多有三个实根，前已证明在 $(-\infty,0)$ 内有两个不同的实根，故在 $(0,+\infty)$ 不能再有两个不同的实根．

目标检测题(2)解答

0132201

选 A. $a=\lim\limits_{x\to0} f(x)=\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\sqrt{1-x}}{1-\sqrt[3]{1-x}}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{[1-(1-x)^{\frac{1}{6}}][1+(1-x)^{\frac{1}{6}}+(1-x)^{\frac{2}{6}}]}{[1-(1-x)^{\frac{1}{6}}][1+(1-x)^{\frac{1}{6}}]}=\frac{3}{2}.$$

0132202

选 B. $\lim\limits_{x\to0} x\sin\frac{1}{x}=0$, 故 $x=0$ 是可去间断点，只须在点 $x=0$ 处补充函数值为 0 即可．

A 错．

$$\lim_{x\to0^-} f(x)=\lim_{x\to0^-} e^{\frac{1}{x}}=0, \lim_{x\to0^+} f(x)=\lim 1=1,$$

所以$x=0$是$f(x)$的跳跃间断点.

C错. $\lim\limits_{x\to0}\sin\frac{1}{x}$不存在, $x=0$是振荡间断点.

D错. $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x}-\frac{x+1}{x^2})=-\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=-\infty$, $x=0$是无穷间断点.

0132203

选C. $\lim\limits_{x\to 1^-}5^{\frac{1}{x-1}}=0$, $\lim\limits_{x\to 1^+}5^{\frac{1}{x-1}}=+\infty$, 故$\lim\limits_{x\to 1}5^{\frac{1}{x-1}}$不存在, 且不是$\infty$.

0132304

选D. $f(x)$是初等函数, 定义域为$[-2,-1)\bigcup(1,2]$, 再由初等函数在定义区间内都连续即可得.

0132305

选D. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x^2)^{\operatorname{ctg}^2 x}[(1+x^2)^{\frac{1}{x^2}}]^{\frac{x^2}{\operatorname{tg}^2 x}}=e$.

0132406

选B. 反证法: 假设有一点$x_1\in[a,b]$使得$f(x_1)<0$, 又由题意知存在一点$x_2\in[a,b]$, $x_2\neq x_1$, 使得$f(x_2)>0$, 则由连续函数的介值定理知, 至少存在一点ζ介于x_1和x_2之间, 使得$f(\zeta)=0$, 显然$\zeta\in[a,b]$, 这与已知条件矛盾.

第二章　第一单元

目标检测题(1)解答

0211201

选 B.

A错. 因$[f(\pi)]'$表示常数$f(\pi)$的导数, $[f(\pi)]'=0$.

C错. 正确的说法为:曲线$y=f(x)$在点$(\pi,f(\pi))$处的切线倾角的正切.

0211202

选 C. 因为 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+(-h))-f(x_0)}{-h}=f'(x_0).$$

A错. 因为 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+2h)-f(x_0)}{h}$

$$=2\cdot\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+2h)-f(x_0)}{2h}=2f'(x_0).$$

B错. 因原式$=-\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+(-h))-f(x_0)}{-h}=-f'(x_0)$,

D错. 因原式$=\lim\limits_{h\to 0}[\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+\dfrac{f(x_0-h)-f(x_0)}{-h}]=2f'(x_0)$

0211303

选 B. 设倾角为 α, 则 $\operatorname{tg}\alpha=y'|_{x=0}=\cos x|_{x=0}=1$, 故 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$.

0211304

选 D. 易得点 P 的坐标为 $(-1,1)$, 又由

$$y'=-2xe^{1-x^2},\ y'|_{x=-1}=-2(-1)e^{1-(-1)^2}=2,$$

故切线方程为$y-1=2(x+1)$,即$2x-y+3=0$.

B错. 错在把函数$y=e^{1-x^2}$的导数求为$y'=2xe^{1-x^2}$.

C错. 错把点P的坐标求为$P(1,1)$

0211305

选 C.

A错. 少一复合函数求导步骤,即e^u对u的导数,其中$u=x^2+2x+3$.

B错. 少一复合函数求导步骤,即(x^2+2x+3)对x的导数.

D错. $\cos v$对v的导数应为$-\sin v$, 不是$\sin v$,其中$v=e^{x^2+2x+3}$.

0211306

选 D.

A、C错. 注意常数$\sqrt{1-a^2}$的导数为零.

B 错. 少一复合函数求导步骤,即 $(1-x^2)$ 对 x 的导数.

0211307

选 B. 因$f'(t)=a\cdot\dfrac{1}{\dfrac{t}{a}+1}\cdot\dfrac{1}{a}=\dfrac{a}{t+a}$, 故$f'(a)=\dfrac{a}{a+a}=\dfrac{1}{2}$.

C 错. 误认为记号$f'(a)$是函数对 a 的导数. 正确的理解是: a 是常数, $f'(a)$ 是函数$f(t)$对变量 t 的导数当 $t=a$ 时的值.

0211308

选 D. 因$f'(x)=\arccos x+x\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}-\dfrac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=\arccos x$, 故$f'(0)=\dfrac{\pi}{2}$.

B错. 误认为$\arccos 0=1$.

0211309

选 B. 把绝对值函数写成分段函数:

$$f(x)=\begin{cases}\ln(1-x) & x<1\\ \ln(x-1) & x>1\end{cases}$$

当 $x<1$时,

$$f'(x)=\frac{1}{1-x}\cdot(-1)=\frac{1}{x-1},$$

当 $x>1$时,

$$f'(x)=\frac{1}{x-1},$$

即得答案B.

A错. 求绝对值函数的导数时,应先把函数写成分段函数,再求此分段函数的导数.

D错. 少了一个复合函数求导步骤,即错认为$[\ln(1-x)]'=\dfrac{1}{1-x}$.

0211310

选 A. 因 $y'=-\sin\dfrac{\arcsin x}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, 故 $y'|_{x=\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\dfrac{1}{2}$.

C错. 错在:$(\cos u)'=\sin u$, 其中$u=\dfrac{\arcsin x}{2}$.

0211311

选 D. 因 $\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{dy}{dx}\dfrac{dx}{dt}=(3x^2-8)f'(t)$, 故

$$\frac{dy}{dt}\Big|_{t=0}=((3x^2-8)f'(t))\Big|_{t=0,x=3}=19\cdot 2=38.$$

C 错. 错解如下:

$$\frac{dy}{dt}=(x^3-8x+7)'=3x^2-8,$$

故当$t=0$时,

$$\frac{dy}{dt}=3\cdot 3^2-8=19\cdot$$

0211312

选C. 因

$$\frac{dy}{dx}=1-\frac{1}{2}\cos x,$$

故
$$\frac{dx}{dy}=\frac{1}{\frac{dy}{dx}}=\frac{2}{2-\cos x}.$$

0211313

选C. 因

$$f'(x)=e^{\operatorname{tg}^k x}\cdot k\operatorname{tg}^{k-1}x\cdot\sec^2 x,$$

故
$$f'(\frac{\pi}{4})=e^{\operatorname{tg}^k\frac{\pi}{4}}\cdot k\operatorname{tg}^{k-1}\frac{\pi}{4}\cdot\sec^2\frac{\pi}{4}=2ke.$$

由$f'(\frac{\pi}{4})=e$得 $2ke=e$, 于是$k=\frac{1}{2}$.

0211414

选D. 由题设有 :$f(1)=f(1+0)=2f(0)$, 从而

$$\begin{aligned}f'(1)&=\lim_{x\to 0}\frac{f(1+x)-f(1)}{x}\\&=\lim_{x\to 0}\frac{2f(x)-2f(0)}{x}=2\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=2f'(0)=2c.\end{aligned}$$

0211415

选C.

A 错 . $f'(0)\neq[f(0)]'$, 因左端表示函数$f(x)$ 在点 $x=0$ 处的导数, 右端表示常数$f(0)$ 的导数 .

B 错 . 因 $\lim\limits_{x\to 0^-}(x^2+1)'=f'(0-)$, 而不是$f_-'(0)$; 同理, $\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2)'=f'(0+)$, 而不是$f_+'(0)$

D错. 由C可知,函数在$x=0$处不可导,故$f'(x)=2x\quad(x\neq 0)$

0211416

选 B. 要使$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 应有

$$0=f(0)=\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}x^{\lambda}\sin\frac{1}{x},$$

而此等式只有当$\lambda>0$时才成立.另外,当$\lambda\leqslant 1$时,极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}x^{\lambda-1}\sin\frac{1}{x}$$

不存在,因而$f'(0)$不存在,所以当$0<\lambda\leqslant 1$时,函数在$x=0$处连续但不可导.

目标检测题(2)解答

0212201

选D. 因

$$原式=\lim_{n\to\infty}\frac{f(a-\frac{1}{n})-0}{\frac{1}{n}}=-\lim_{n\to\infty}\frac{f(a-\frac{1}{n})-f(a)}{-\frac{1}{n}}=-f'(a)=-1.$$

0212202

选A. 欲使$f(x)$在$x=1$处可导,需

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(1+x)-f(1)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x^a}\cos\frac{1}{x}-0}{x}=\lim_{x\to 0}x^{-(a+1)}\cos\frac{1}{x}$$

存在,但此极限只有当$-(a+1)>0$时才存在,故$a<-1$.

0212203

选A. $f(x)=\begin{cases}2-x & x<0\\ x+2 & x\geqslant 0\end{cases}$ 显然,

$$f(0-0)=f(0+0)=f(0)=2,$$

故$f(x)$在$x=0$处连续.但

$$f'_-(0)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2-h-2}{h}=-1,$$

$$f'_+(0)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h+2-2}{h}=1,$$

$f'_-(0)\neq f'_+(0)$,故$f'(0)$不存在.

0212204

选B. 因

$$f'(x)=x^2+x+6;f'(0)=6.$$

故在点$(0,1)$处的切线方程为$y-1=6x$,它与x轴的交点为$(-\frac{1}{6},0)$.

0212305

选D. 因$y'=\frac{3}{2}\sqrt{\sqrt[3]{2^2}-\sqrt[3]{x^2}}\cdot(-\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^{-1}})=-\sqrt{\sqrt[3]{\frac{4}{x^2}}-1}$.

0212306

选A. 由乘积及复合函数的求导法则有:

$$y'=f'(e^x)e^xe^{f(x)}+f(e^x)e^{f(x)}f'(x)=e^{f(x)}(e^xf'(e^x)+f(e^x)f'(x)).$$

B错. 错在认为$[f(e^x)]'=f'(e^x)$　正确的是$[f(e^x)]'=f'(e^x)e^x$.

0212307

选C. 因$[\arccos x^2+\arcsin x^2]'=\dfrac{-2x}{\sqrt{1-x^4}}+\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^4}}=0$.

0212308

选C. 因$y=\dfrac{\ln a}{\ln x}, y'=-\dfrac{\ln a}{(\ln x)^2}\dfrac{1}{x}=-(\dfrac{1}{\log_a x})^2\dfrac{1}{x\ln a}$.

0212309

选B.　令$f(x)=\ln\ln x\cdot\dfrac{1}{\ln x}$, 用积的求导法则可得

$$f'(x)=\frac{1}{x}\frac{1}{\ln x}\frac{1}{\ln x}-\frac{\ln\ln x}{x(\ln x)^2}=\frac{1-\ln\ln x}{x(\ln x)^2}.$$

0212310

选D. $f(x)$在$x=\pi$处的左导数为

$$f'_-(\pi)=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{f(\pi+\Delta x)-f(\pi)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{\left|\dfrac{\sin(\pi+\Delta x)}{\pi+\Delta x}\right|-\left|\dfrac{\sin\pi}{\pi}\right|}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{-\sin\Delta x}{(\pi+\Delta x)\Delta x}=-\frac{1}{\pi},$$

右导数为

$$f'_+(\pi)=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{f(\pi+\Delta x)-f(\pi)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{\left|\dfrac{\sin(\pi+\Delta x)}{\pi+\Delta x}\right|-\left|\dfrac{\sin\pi}{\pi}\right|}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{\sin\Delta x}{(\pi+\Delta x)\Delta x}=\frac{1}{\pi},$$

因此$f(x)$在$x=\pi$处不可导,但有$f'_+(\pi)=\dfrac{1}{\pi}$.

0212311

选B. 当$x<0$时,

$$f'(x)=(x)'=1,$$

当$x>0$时,

$$f'(x)=[\ln(1+x)]'=\frac{1}{1+x},$$

分段点$x=0$处的导数用定义求

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x-0}{x}=1,$$

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)-0}{x}=1,$$

故　　$f'(0)=1$.

0212412

选 B. 因

$$\frac{d}{dx}f(\frac{1}{x^2})=f'(\frac{1}{x^2})(\frac{-2}{x^3})=\frac{1}{x},$$

所以
$$f'(\frac{1}{x^2})=-\frac{x^2}{2},$$

取$x=\sqrt{2}$,得$f'(\frac{1}{2})=-1$.

A错. 搞不清记号$\frac{d}{dx}f(\frac{1}{x^2})$与$f'(\frac{1}{x^2})$的区别,做成

$$\frac{d}{dx}f(\frac{1}{x^2})=f'(\frac{1}{x^2})=\frac{1}{x},$$

令$x=\sqrt{2}$,得$f'(\frac{1}{2})=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

0212413

选 B. 因$f'(x)=\ln 2x+1$, 由$f'(x_0)=2$, 得$\ln 2x_0+1=2$, 即$x_0=\frac{e}{2}$,所以$f(x_0)=\frac{e}{2}$.

0212414

选 B. 由相切条件可得:

$$\begin{cases}ax^2=\ln x\\(ax^2)'=(\ln x)'\end{cases}$$

解得
$$x=\sqrt{e},a=\frac{1}{2e}.$$

C错. 只用条件$(ax^2)'=(\ln x)'$,得$a=\frac{1}{2x^2}$.

0212415

选 B. 由题设条件知$f(x)$在$x=0$点有定义,且由$f(-x)=-f(x)$可得$f(0)=0$, 于是

$$\lim_{x\to 0}F(x)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)$$

所以$x=0$为$F(x)$的可去间断点.

0212416

选 D. 当$x\neq 0$时,$f(x)$显然处处可导,仅讨论函数在点$x=0$处的可导性. 要使得$f(x)$在$x=0$处可导,则$f(x)$在$x=0$处必须连续,故有:

$$\lim_{x\to 0^-}e^{ax}=1=\lim_{x\to 0^+}b(1-x^2)=b,\text{ 即}b=1$$