

第 二 篇 能 量 传 输

目 录

第 八 章 导 热

§ 8-1 温 度 场.....	8-3
§ 8-2 导热的基本定律.....	8-6
§ 8-3 导 热 系 数.....	8-7
§ 8-4 一维稳定态导热.....	8-10
§ 8-5 付立叶导热微分方程式.....	8-20
§ 8-6 二维稳定态导热.....	8-24
§ 8-7 图 解 分 析 法.....	8-34
§ 8-8 导热形状系数.....	8-35
§ 8-9 数 值 方 法.....	8-37

第 九 章 对 流 传 热

§ 9-1 对流传热简化模型.....	9-1
§ 9-2 对 流 传 热 系 数.....	9-2
§ 9-3 层流边界层能量方程.....	9-4
§ 9-4 热 边 界 层.....	9-6
§ 9-5 管内层流流动.....	9-16
§ 9-6 整 体 温 度.....	9-19
§ 9-7 管内湍流流动.....	9-22
热的涡流扩散率.....	9-24

涡流扩散率	9-25
雷诺类似	9-26
§ 9-8 因次分析和实验数据的整理	9-29
§ 9-9 强制对流传热实验关系式	9-36
柯尔本类似和 j 因子	9-40
流体横向流过单根管子	9-45
流体流过散料层	9-48

第十章 自然对流

§ 10-1 竖板上层流传热	10-21
§ 10-2 因次分析和相似转换	10-12
§ 10-3 实验关系式	10-15

第十一章 沸腾传热

§ 11-1 沸腾过程	11-1
§ 11-2 膜状沸腾	11-4
§ 11-3 泡核沸腾	11-9
§ 11-4 过渡沸腾	11-12

第十二章 辐射传热

§ 12-1 传热的两种基本型式	12-1
§ 12-2 黑体和辐射率	12-3
§ 12-3 能量分布和辐射能力	12-5
§ 12-4 灰体和吸收率	12-10

§ 12-5	两无限大平板之间的辐射热交换	12-11
§ 12-6	角 度 系 数	12-15
§ 12-7	炉 壁 的 作 用	12-23
§ 12-8	辐射传热系数	12-27
§ 12-9	温度测量中的辐射误差	12-33
§ 12-10	气 体 辐 射	12-35
§ 12-11	火焰炉内辐射热交换	12-44

第 十 三 章 综 合 传 热

§ 13-1	综合传热系数	13-1
§ 13-2	通过炉壁的热损失	13-3
§ 13-3	园 管	13-7
§ 13-4	细 杆	13-8
§ 13-5	高炉碳矽炉底	13-14

第 十 四 章 不 稳 定 态 导 热

§ 14-1	瞬 变 导 热	14-1
§ 14-2	牛 顿 型 加 热 或 冷 却	14-1
§ 14-3	一维瞬变导热方程	14-10
§ 14-4	无 限 大 平 板 (表 面 突 然 冷 却)	14-12
§ 14-5	无 限 大 平 板 (在 恒 温 介 质 中 加 热)	14-15
§ 14-6	薄 材 和 厚 材 加 热 的 概 念	14-27
§ 14-7	半 无 限 大 固 体	14-28

§ 14-8 长时间值和短时间值的解.....14-37

§ 14-9 数值方法.....14-43

§ 14-10 图解分析法.....14-49

第十五章 凝固传热

§ 15-1 砂模.....15-1

§ 15-2 金属模.....15-8

§ 15-3 凝固传热积分解法.....15-25

§ 15-4 连续铸锭传热积分解法.....15-29

第十六章 热交换器计算原理

§ 16-1 热交换器.....16-1

§ 16-2 基本方程式.....16-2

§ 16-3 热交换器效能.....16-5

§ 16-4 气体-固体料块逆流换热.....16-8

§ 16-5 蓄热室.....16-12

§ 16-6 填充床.....16-18

第九章 对流传热

§9-1 对流传热的简化模型

对流传热指的是运动流体与壁面相接触的表子（固体表子、液子或气固子）之间的传热。这一类型传热是与流体的运动分不开的；处于运动状态的流体，无论是作单向流动、混合和涡流，或者是作重力流动，当流体质点与表子的温度不同时，它们的运动就造成了热的流动。

流体的运动可以由某种外部的能源（例如鼓风机、水泵、搅拌机等）引起的，或者是由于对流体作局部加热而产生的流体内部的密度差所引起的。第一种类型传热的一个例子是，当流体因鼓风机的作用而受迫地通过一导管时，自导管壁向流体的热量传输，第二种类型传热的一个例子是，室内一具暖气向室内空气的传热，受热的空气上升，置换室内上部较冷的空气。当流体由于外来的原因而受迫地沿壁子流动时，流体与壁之间的热交换称为受迫对流传热或强制对流传热，这是本章讨论的主题。而当壁子与其周围流体之间有温度差而使流体流动时，流体与壁之间的热交换称为自然对流传热或自然对流传热（在下一章讨论）。有时候，这两种类型对流传热同时存在。

下节，我们藉助一个简化模型来说明对流传热的机理及其与导热过程的关系。

考虑一块如图（9-1）所示的固体壁，其上子有流体流过。壁子的温度为 t_w ，自由流的温度为 t_∞ 。由于流体和壁子存在温度差，造成了热的流动。测量了流体中的温度场之后，可以得到图中所示的温度曲线。温度差主要是局限在紧靠壁子的一薄层内，而在离开壁子较远的地方，在大多数情况下，只存在着很小的温度差。加

以简化之后，温度曲线可以用图中的虚线来代替。对于这一点，可以用如下的假定来解释：一层停滞的流体薄膜（厚度为 δ_t' ）依附在壁面上，在此薄膜的外面，由于流体迅速的混合运动而使流体内部温度均匀。以后（§9-7），我们将会看到，这一模型是把实际对流传热过程过于地简化了；然而，它却表明了过程的基本特点。在膜内，流体停滞不动，热量的传递就只能是由于导热所致，如同在固体壁内那样。因此，膜内的温度也作直线变化，热流率则可根据方程式（8-12）求得，不过此时应以流体的导热系数 k 和膜的厚度 δ_t' 代替式中相应的量。这样，得到自流体到壁的热流方程式：

$$q = \frac{k}{\delta_t'} A (t_{\infty} - t_w)$$

.....(9-1)

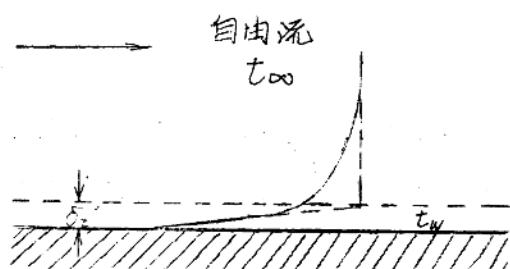


图 9-1 对流传热简化模型

其中 k/δ_t' 亦称为膜传热系数。由此可见，对于恒定特性流体，在流体和壁面温度一定的情况下，热流

率和停滞膜的厚度 δ_t' 成反比。因此，要提高传热速度，必须使 δ_t' 减小。不过， δ_t' 在很大程度上取决于外部流动情况，例如流体流动的速度、壁面形状、壁面结构以及其他的一些因素。此外， δ_t' 还与流动起因（强制对流或自然对流）、流动型（湍流或层流）以及流体粘度和流体的热性质（例如比热和密度）等有关。对流传热就是这样一种极其复杂的传热过程。

§9-2 对流传热系数

实际上，上面提到的停滞层厚度不容易准确地定义和测定，而由式（9-1）给出的关系式对于一般对流传热问题并不特别有用。为了避免这种困难，特别是为了避免求解湍流时的对流传热问题

所发生的困难，在工程上通常采用牛顿冷却定律

$$\dot{Q} = h_c A (t_{\infty} - t_w) \quad (9-2)$$

来表示对流传热的总的效果。其中， h_c 称为对流传热系数，其单位为大卡/米²·时·°C。对比式(9-1)和(9-2)，可知

$$h_c = \frac{k}{\delta'_t}$$

即：对于恒温特性流体，对流传热系数与热边界层厚度成反比。所以凡是影响热边界层厚度的因素(§9-1)也都是影响对流传热系数的因素。当流体和固体表面之间的传热是一连串热流路径中的一部分时，将热阻表示成

$$R_c = \frac{1}{h_c A} \quad (9-3)$$

则仍然可以应用方程式(8-18)和(8-20)。 R_c 可以称为对流热阻。应用这一概念，可知所谓热边界层厚度 δ'_t 实际上是指与热阻实测值相当的一种虚构的流体热边界层厚度。

在应用式(9-2)时，是指流体温度高于壁面温度($t_{\infty} > t_w$)，而如果 $t_w > t_{\infty}$ 则二者的位置应互换，以保持 $\dot{Q}$ 为正值。实际上，式(9-2)只不过是定义对流传热系数的定义式。在不同的场合，流体性质的温度也有其习惯上的定义；在不同的流体温度的定义下，对流传热系数的定义将有所不同。例如：

(1) 对于温度为 t_w 的热壁面的自然对流传热，式(9-2)写成

$$\dot{Q} = h_c A (t_w - t_{\infty}) \quad (9-4)$$

其中 t_{∞} 为远离壁面外的流体温度，亦即热边界层边缘处的流体温度。关于热边界层，以后还会讲到(§9-4)。

(2) 对于流体流过壁面温度为 t_w 的管道时的强制对流传热，式(9-2)写成

$$\dot{Q} = h_c A (t_w - t_b) \quad (9-5)$$

其中 t_b 为流体的整体温度 (§9-6)。

对流传热系数的概念还可推广。例如，凝结传热系数的定义式为

$$\delta = hA(t_{sv} - t_w) \quad (9-6)$$

其中 t_{sv} 为饱和蒸汽的温度。又如沸腾传热系数的定义式为

$$\delta = hA(t_w - t_{\text{饱和}}) \quad (9-7)$$

其中 $t_{\text{饱和}}$ 为饱和液体的温度。

§9-3 层流边界层能量方程

如上所述，对流传热过程实质上是通过对紧贴壁面的流体薄层的导热过程。既然如此，那还有什么对流传热？还有什么必须考虑流体的速度？实际上，这一导热过程与流场有关；速度大时将使壁面上的温度梯度值增大，反之则反是。因此我们还需要考虑这一层内的导热与因着流体流动而形成的能量传输之间的相互作用。流体流动的速度不同，所传递的热量亦不相同，壁面上的温度梯度值将随之而异。可见流体中的温度场与流场有关。下节，我们来建立二者之间的关系。

考虑一个具有层流边界层的流动系统，流体垂直地以初速度 u_∞ 流过一平板，如图 (9-2) 所示。为简化起见，我们作如下的假设：

- (1) 流体为恒定特性的，作不可压缩的稳定流动；
- (2) 在流动方向 (x 方向) 上的导热忽略不计；
- (3) 流体流动时由于摩擦作用而产生的热量也忽略不计。

今在层流边界层内取一个如图 (9-2) 所示的体积微元来考虑。对这一体积微元作能量平衡：

(在左侧以流动方式输入的热量) + (在底部以流动方式输入的热量) + (在底部以导热方式输入的热量) = (在右侧以流动方式输

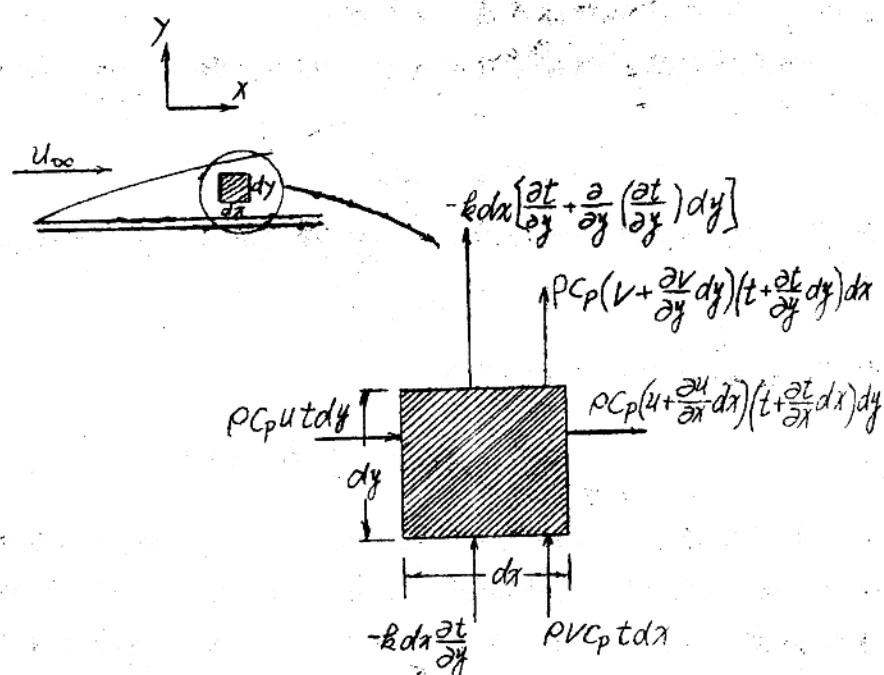


图 9-2 层流边界层中的体积微元

击的能量) + (在顶部以流动方式带走的能量) + (在顶部以导热方式带走的能量)。

以上这些能量的表达式都写在图(9-2)上。假定微元体积在 \$x\$ 方向上(在垂直于纸面平面的方向上)具有单位长度,并忽略二阶微小量,则对微元体积作能量平衡,得到

$$\rho C_p \left[u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} + t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dx dy = k \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx dy$$

再写出连续方程

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3-8)$$

并将能量平衡式的两端除以 \$\rho C_p\$, 就得到

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (9-8)$$

式(9-8)即为层流边界层能量方程。方程式的左端表示传热进入微元体段的净的热量,而右端则表示以导热方式自微元体段两面的净热量。

在第六章中已经讲过,恒定特性流体在层流边界层内作二维稳定流动的方程式:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

方程式(9-8)与这一方程十分相似。但二者有两点重要的差别。

其一、在式(9-8)中, u 和 v 是根据流动方程式的解而确定的已知参数,故边界层能量方程(式9-8)是温度 t 的线性方程。其二、能量方程中并不含有与压力梯度值相对应的项。由此可以推知,沿壁面的压力变化对于对流换热所产生的影响,必较其对于流动参数(例如阻力)所产生的影响为小。

当流体以很小的速度流过平板时, $\partial p / \partial x = 0$,上式变为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

方程式(9-8)与这一恒压下动力方程相类似。

当 $\alpha = \nu$ 时,这两个方程式将有形式完全相同的解。由此可以预料,导热系数与运动粘度的相对数值会对流换热有着重大的影响,因为它将边界层内的速度分布和温度分布联系起来了。在下一节,将要讲到这些参数所起的作用。

§9-4 热边界层

在这一节,我们以一块处于流体纵向流动中的热平板为例,来说明热边界层的意义,热边界层厚度的计算以及涉及它的传热计算。

设有一块如图(9-3)所示的恒温(t_w)平板,上面有流体以恒定的速度流过。自由流的温度为 t_∞ ,且 $t_w > t_\infty$ 。实测的结果表明,流体流中的温度分布和流体在动力边界层内的速度分布往往

具有相同的特性,即在流体流中出现温度增加的区域并不是遍及整个流体,而仅仅是限于紧贴固体壁面的一薄层内。这一薄层称为热边界层。在热边界层内,温度由固体壁面的温度 t_w 过渡到未受扰动的流动流体温度 t_∞ 。在距离壁面 δ_t 处,测得的流体温度为 t_∞ ,与流体不受热时的温度相同; δ_t 就是热边界层的厚度。正如可将动力边界层定义为有速度梯度值存在的区域那样,热边界层也可定义为在流体流中有温度梯度值存在的区域(图9-3),概如上述。这些温度梯度值是与流体和平板之间的热交换过程分不开的。

热边界层沿着流体流动的方向而增加。在热边界层内,导热和对流同时存在;而在热边界层外已,与对流相比,导热就小到可以忽略不计。

现在我们来计算从这一块处于恒速流动中的恒温平板而传出的热量。在壁面处,流体的速度为零,因此只能借导热方式向流体进行传热。这样,单位面积上的局部热通量为

$$\frac{q}{A} = -k \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{\text{壁}}$$

其中 k 为流体的导热系数,

$(\partial t / \partial y)_{\text{壁}}$ 为流体中垂直于壁面的温度梯度值。又写出牛顿冷却定律(式9-2):

$$\frac{q}{A} = h(t_w - t_\infty),$$

其中 h 为对流传热系数。合并以上两式,得

$$h = \frac{-k(\partial t / \partial y)_{\text{壁}}}{t_w - t_\infty} \quad (9-9)$$

据此,只要求得壁面处的温度梯度值,也就可以推导出对流传热系

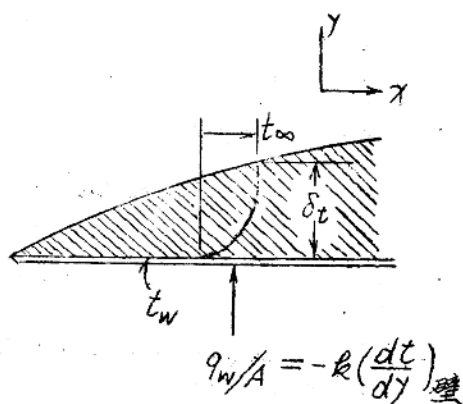


图9-3 热边界层内温度分布线

故。这就是说，我们应先求出温度分布的表达式。要做到这一点，使用类似于在边界层动量分析中所用过的方法。

我们可以先假定边界层内温度分布线的形状，来求出温度分布的数学表达式。当然，所假定的温度分布线的形状，如果与实际温度分布线愈接近一致，计算结果也就愈准确。因此，选择一个具有若干自由函数的式子，其中的函数是这样确定的，即假定的温度分布线应满足那些对实际温度分布线来讲是正确的条件。那些条件如下：

$$(1) \text{ 在 } y=0 \text{ 处, } t=t_w;$$

$$(2) \text{ 在 } y=\delta_t \text{ 处, } \frac{\partial t}{\partial y}=0;$$

$$(3) \text{ 在 } y=\delta_t \text{ 处, } t=t_\infty;$$

$$(4) \text{ 在 } y=0 \text{ 处, } \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}=0.$$

头三个条件是由热边界层的定义所规定的，第四个条件则是根据边界层能量方程（式9-8）得到的，因为在壁面处速度应为零。

根据这四个条件，我们采用如下的一个多项式：

$$t = a + by + cy^2 + dy^3,$$

作为边界层内温度分布的数学表达式，亦即假定温度分布线的形状为三次抛物线。令

$$\theta = t - t_w,$$

并根据上述条件确定这些函数，则温度分布线应为

$$\frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{t - t_w}{t_\infty - t_w} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3. \quad (9-10)$$

但是，我们仍然不能马上利用式（9-10）去推求对流传热系数（式9-9），因为还必须求出热边界层厚度 δ_t 的表达式。这个表达式可由热边界层能量方程的积分分析得到；利用这个能量方程，就可以简捷地确定近似的热边界层厚度。

这个能量方程式是根据固体壁面上的体积微元的能量平衡推导出来的；这个体积微元是由如图(9-4)所示的平吕1、2、A-A和壁吕构成。假定热边界层的厚度 δ_t 小于动力边界层厚度 δ ，如图(9-4)所示。并设壁吕的温度为 t_w ，自由流温度为 t_∞ ，在长度 dx 上传给流体的热量为 q_w 。我们仍然可以把计算限于恒定特性流体的二维稳定流动；而且限于充分小的流速，从而可以把因内摩擦作用而引起的边界层内的温度升之忽略不计，如同在§9-3中所假定的那样。于是，对体积微元作能量平衡：

(以流动方式输入的能量) + (在壁吕处导热) = (以流动方式输出的能量)。

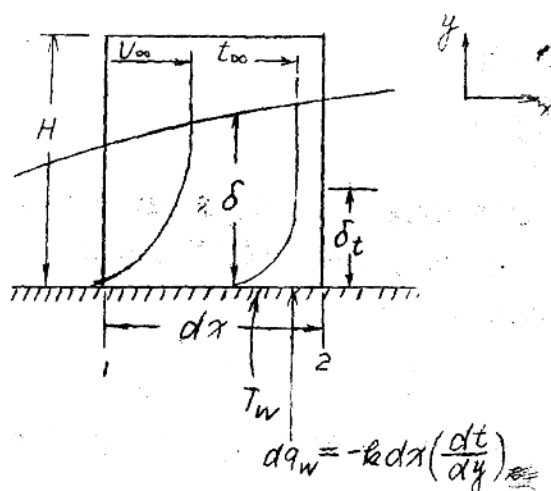


图 9-4

层流边界层中的体积微元

每单位时间内通过平吕1以流动方式输入的能量为

$$\rho C_p \int_0^H u t dy$$

而通过平吕2以流动方式输出微元体积的能量为

$$\rho C_p \left(\int_0^H u t dy \right) + \frac{d}{dx} \left(\rho C_p \int_0^H u t dy \right) dx.$$

通过平吕A-A的流体质量为

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^H \rho u dy \right) dx.$$

因着这部分流体，有能流等于

$$c_p t_\infty \frac{d}{dx} \left(\int_0^H \rho u dy \right) dx$$

被携入微元体段。通过壁面，有一定量的热自微元体段流往壁，或者按相反方向流动。由于与壁面相接触的流体质点的速度为零，因而这些热量必须以导热方式传经这层流体。所以方程式(8-8a)是适用的。这样，每单位时间的热流量为

$$d\dot{Q}_w = -k dx \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{\text{壁}}$$

将以上这些能流代入能流平衡式，整理后得到

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^H (t_\infty - t) u dy \right\} = a \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{\text{壁}} \quad \dots (9-11)$$

这就是适用于恒定特性流体恒定的自由流温度 t_∞ 的边界层的能流积分方程；利用这个方程式，便可以进行传热计算。

现在我们来推导垂直热边界层厚度的微分表达式。因为所讨论的平板并不一定在它的整个长度上都受热，我们先假定平板总长度为 χ_0 的起始部分不受热而只有与流体相同的温度，如图(9-5)所示。因此，流体动力边界层起始于未受热板的边缘，而热边界层则起始于受热部分的边缘。

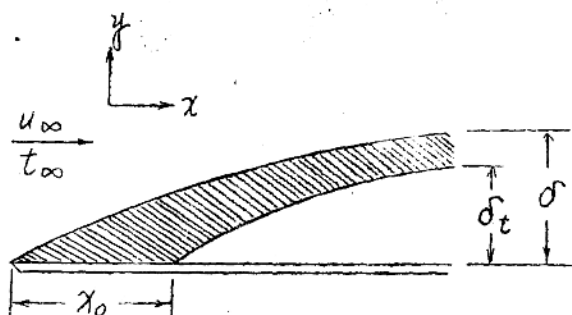


图 9-5 平板上的流体动力边界层和热边界层，在 $\chi = \chi_0$ 处开始加热

将边界层内温度分布表达式(式9-10)和速度分布表达式(式6-26)代入式(9-11)，得到

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dx} \left\{ \int_0^H (t_\infty - t) u dy \right\} = \frac{d}{dx} \left\{ \int_0^H (\theta_\infty - \theta) u dy \right\} \\
 & = \theta_\infty u_\infty \frac{d}{dx} \left\{ \int_0^1 \left[1 - \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \right] \left[\frac{3}{20} \frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \right] dy \right\} \\
 & = a \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3a\theta_\infty}{2\delta_t}
 \end{aligned}$$

如前所假设的，热边界层厚度小于流体动力边界层厚度。于是，我们只须积分到 $y = \delta_t$ ；因为，在 $y > \delta_t$ 处， $\theta = \theta_\infty$ ，被积函数为零。引入热边界层厚度对流体动力边界层厚度之比

$$\xi = \frac{\delta_t}{\delta}$$

并计算积分值，得到

$$\theta_\infty u_\infty \frac{d}{dx} \left\{ \delta \left(\frac{3}{20} \xi^2 - \frac{3}{280} \xi^4 \right) \right\} = \frac{3}{2} \frac{a\theta_\infty}{\delta \xi}$$

由于已经假定， $\delta_t \ll \delta$ ，所以 $\xi < 1$ ，上式中含 ξ^4 的项与含 ξ^2 的项相比为很小，可以忽略不计。这样，上式变为

$$\frac{3}{20} \theta_\infty u_\infty \frac{d}{dx} (\delta \xi^2) = \frac{3}{2} \frac{a\theta_\infty}{\delta \xi}$$

微分运算后，得

$$\frac{1}{10} u_\infty \left(2\delta \xi \frac{d\xi}{dx} + \xi^2 \frac{d\delta}{dx} \right) = \frac{a}{\delta \xi}$$

或

$$\frac{1}{10} u_\infty \left(2\delta^2 \xi^2 \frac{d\xi}{d\delta} + \xi^3 \frac{d\delta}{d\xi} \right) = a.$$

但

$$\delta d\delta = \frac{140}{13} \frac{\nu}{u_\infty} dx$$

$$\delta^2 = \frac{280}{13} \frac{\nu x}{u_\infty}$$

因此，我们得到

$$\theta^3 + 4\chi\theta^2 \frac{d\theta}{d\chi} = \frac{13}{14} \frac{a}{\nu} \quad (9-12)$$

注意到

$$\theta^2 \frac{d\theta}{d\chi} = \frac{1}{3} \frac{d}{d\chi} \theta^3$$

可知式(9-12)是一个一阶线性方程, 它的特解为 $\theta^3 = \frac{13}{14} \frac{a}{\nu}$. 通过试用式子 $\theta^3 = \chi^n$ 后, 可以求得它的齐次方程的通解; n 等于 $-3/4$. 因此式(9-12)的解应为,

$$\theta^3 = \frac{13}{14} \frac{a}{\nu} + C\chi^{-3/4}$$

其中 C 为积分常数。应用如下边界条件

$$\text{在 } \chi = \chi_0 \text{ 处, } \theta_t = 0;$$

$$\text{在 } \chi = \chi_0 \text{ 处, } \theta = 0,$$

就得到式(9-12)最后的解为

$$\theta = \frac{\theta_t}{\theta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3} \left\{ 1 - \left(\frac{\chi_0}{\chi} \right)^{3/4} \right\}^{1/3} \quad (9-13)$$

其中

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

称为普朗特数, 这在 §8-3 已经提到过。

当平板沿其整个长度受热时, $\chi_0 = 0$, 而

$$\theta = \frac{\theta_t}{\theta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3} \quad (9-14)$$

以上的分析, 假设是 $\theta < 1$ 得到的。这个假设对于普朗特数大于约 0.7 的流体尚能适合, 大部分气体和液体的普朗特数都在这一范围之内。例如粘性油具有 $Pr = 1000$ 或更大的普朗特数。对于这种流体, 热边界层厚度只有流体动力边界层厚度的十分之一。气体的普朗特数小于 1 (§8-3)。尽管如此, 由于气体的最小普朗特数为 $Pr = 0.6$, 而 $\theta = 1.16$, 所以由此造成的误差非常小。但是, 液态或熔融金属是显著的例外, 它们的普朗特数非

常小(数量级为0.01)。对于这些物质,上述结论是不适用的。

普朗特数 Pr 是一个说明流体动力边界层和热边界层的相对厚度的参数。流体的运动粘度表达了由于分子运动的结果,在流体中动量所能进行扩散的速率。热扩散率或导热系数同样表达了在流体中热量扩散的速率。所以这两个物理量的比值应表示流体中动量扩散和热量扩散的相对大小。但是,这两个扩散率又恰恰是确定在一定的外部流场下边界层厚度的物理量,扩散率大,意味着在流场各处仍然会受到粘度和温度的影响。普朗特数就这样把速度场和温度场联系起来。

普朗特数是一个无量纲综合数群:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho c_p} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (9-15)$$

其中各项或量的单位为: μ [公斤/米·时]; c_p [大卡/公斤·℃]; k [大卡/米·时·℃]。应注意普朗特数完全由流体本身的特性值所组成,并不含有系统本身的几何尺寸。用不同的流体作为载热质(例如用水或空气冷却一块热板),其传热率会不同;其中的差异,就表现在各有不同的普朗特数上。

现在我们回到前节的讨论,

$$h = \frac{-k(\partial t/\partial y)_{\text{壁}}}{t_w - t_{\infty}} = \frac{3}{2} \frac{k}{\delta_t} = \frac{3}{2} \frac{k}{\delta} \quad (9-16)$$

可见对流传热系数反比于热边界层厚度。利用比值 Pr 和流体动力边界层厚度的表达式 $\frac{\delta}{\lambda} = \frac{4.61}{Re_x^{1/2}}$, 其中 $Re_x = \frac{u_{\infty} x}{\nu}$ (式6-26的附注)。

则得

$$h_x = 0.332 k Pr^{1/3} \left(\frac{u_{\infty}}{\nu} \right)^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad (9-17)$$

这一方程可由两端乘以 x/k 而变成无量纲形式:

$$Nu_x = 0.332 Pr^{1/3} Re_x^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad (9-18)$$

其中