实　验　设　计

（二）

北京农业大学

四、混杂设计

一、设计中的正交性

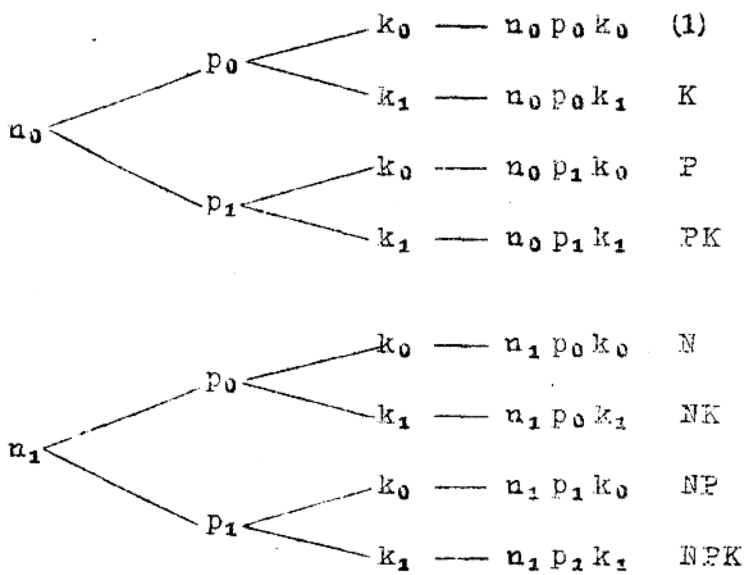
在多因素实验中，任一因素的各个处理包含有另一因素的各种处理时，则认为这两个因素是相互正交，例如随机完全区组设计的实验，每个区组（重复）都包含有相同的一套处理，而其每个处理都含有各个区组的条件，因而说区组因素和实验因素是相互正交，又如拉丁方设计中每一处理都包含有各不同的行或列的条件，而每一行或列都包含有各不同的处理，因而实验因素、行和列三者是相互正交。

当设计具有正交性时，各实验因素的效应可以由其各处理间的差数来直接计算，拿随机完全区组实验来说，可分为二种效应，一是区组因素的效应，二是实验因素的效应，由于每个区组含有相同实验因素的一套处理，因此区组因素的效应可以认为是两个区组的值间的相差，假如各区组的环境条件完全相同，则各区组值也必然相等，在各区组值间不相等时，也并不是由于所含处理不同的结果，只是反映着区组间环境条件的差异，同样，在计算实验因素的效应时，也可将其任何二种处理水平下的效果相减求出。依此所得的差数并不包含有区组的环境条件的差异的成分。

二、混杂

在多因素实验中，如果有某两个因素或更多因素的效应不能分开，这就叫做混杂。拿氮、磷、钾三种肥料要素的试验来说，如果每种分为施与不施二种处理水平，即氮分为有氮(n_1)和无氮(n_0)磷分为有磷（P_1）和无磷（P_0）钾分为有钾（K_1）和无钾（K_0）

则这三种肥料的实验是2×2×2析因实验，共组合成为8种处理如下：



以上8种处理可缩简，即带有零的添标的字母省去，记为(1)，而带有1字添标的则省去添标写成大写字母，因此，$n_0p_0k_1$写成k，而$n_0p_1k_0$则写成P。

如果将这8种进行随机完全区组实验，则每种肥料因素的效应可作如下的计算。比如在计算氮肥效应时，即n_1与n_0，可将这8个处理中含有氮的处理的总数减去不含氮处理的总数，即可求得，这就是有氮的4个处理N，NK，NP及NPK的效果的总数和无氮的4个处理(1)，K，P和K个的效果的总数相减，但是在安排实验时，如果把有氮的那4个处理设在一个区组内，又将无氮的那4个处理使在另一个区组内则两个区组间的相差就既反映区组效应同时也反映氮素肥料效应，两者不能分开，这种现象叫做混杂。同样，

如果把上述8个有磷的处理中P，NP，PK及NPK设在一个区组内，而余下的处理K，P，(1)和PK设在另一个区组内，则这两个区组间的相差就同时反映出区组间的条件相差和磷肥效应，两者的效应不能分开，这就是混杂，可知，混杂就是把处理分成组，按组分别安排在不同的区组中各组处理间的差异和区组的条件间差异相混淆，两因素混杂，使它们失去正交关系，各组处理间的差异可以是某个实验因素的效应或因素间的交互作用，由于被混杂的处理效应无法估算，因此一般只使不重要的或可以忽略的处理效应和区组效应相混杂，不应对实验因素的效应与低级交互作用作混杂，而使较高级的交互作用与区组效应相混杂。在上述三种肥料的2×2×2实验中，如将二级交互作用NPK与区组效应混杂，则将8个处理分成两组，即一组处理是NPK，N，P，及K，另一组处理是NP，NK，PK及(1)，这两组处理各设在一个区组中。

混杂设计的实验中，各个区组包括的处理是全部处理的一部分，故成为不完全区组的设计，而各个处理的重复次数少于区组数目，此外，除了被混杂了的处理效应或交互作用无法和区组效应分开，而未能被估算外，未被混杂的那些处理效应或交互作用则仍然可以被估算出来，譬如上述使NPK交互作用和区组效应相互混杂，这部分的交互作用无法予以估算，但其余的各种肥料要素的效应和一级交互作用（NP，NK和PK等）仍然可以被估算。

混杂设计中因每个区组只包含全部实验处理的一部分，每个区组中的实验单元少，更易保证区组内各实验单元的相似性，从而使安排在这些实验单元上的处理能有较精确地进行比较的条件，因因在多因素试验中，由于处理（组合）数多，如果采用完全区组设计

试验试验不易使全部处理能安排在性质相似实验单元的区组内时，则可采用混杂设计，使某项因素的效应或某项交互作用与区组效应混杂以增进未被混杂的实验因素式交互作用的精确性。

混杂设计的实验不像完全区设计的实验那样，各处理的重复次数与区组的数目相同，混杂设计中把全部实验处理分成组设置，而在同一个重复内的不同区组中，使某实验因素的效应或交互作用和区组效应相混杂，重复次数少于区组数目，如果在每个实验的重复都混杂相同一种效应或交互作用，则叫做完全混杂，完全混杂设计中被混杂的效应或交互作用不能估算出，如果实验中各个重复分别混杂不同的效应或交互作用，则叫做部分混杂，在部分混杂设计的试验中，虽然被混杂的效应不能在某个重复中估算出，但可在某未被混杂的重复中估算出，混杂设计的实验中处理和区组失去正交性。

三、三因素各具二水平实验的混杂设计

(一) 符号系统

以大写英文字母A、B、C、……代表实验因素，而以其小写字母加上数字添标表示处理水平，如A因素的高处理水平写成a_1，低水平为a_0，同法将B因素的高处理水平写成b_1，低水平写成b_0因此实验处理为a_1b_1，则写成AB；而处理为$a_0b_0c_0$……则表示所有因素都是在低的处理水平上，写成(1)。

(二) 混杂方法

对实验因素并效应混杂是简单的，只须将带有该因素的高处理水平的处理均成一个组安排在同一个区组中，而又将带有低处理水平的处理构成另一个组设在另一个区组中，A、B及C三个实验因素的2×2×2实验中如要使A因素的效应混杂，则含有其高处理

水平的一组处理有 $a_1b_0c_0$，$a_1b_1c_0$，$a_1b_0c_1$ 和 $a_1b_1c_1$ 含有其低处理水平的一组处理是 $a_0b_0c_0$，$a_0b_1c_0$，$a_0b_0c_1$ 和 $a_0b_1c_1$。把这两组处理分别设在不同区组中进行实验，就混杂了 A 因素的效应，采用同样方法也可对 B 或 C 因素的效应混杂。

对于因素间交互作用的混杂方法，仍以 A、B 及 C 的三个实验因素为例说明：对于两因素间的交互作用，譬如在混杂 AB 交互作用时，可看作在 A 因素的高处理水平上的 B 与 A 因素的低处理水平上的 B 之差，于是有一组处理是 $a_1b_1c_1$，$a_1b_1c_0$，$a_0b_0c_1$ 和 $a_0b_0c_0$〕，另一组处理是〔$a_1b_0c_0$ $a_1b_0c_0$，$a_0b_1c_1$ 和 $a_0b_1c_0$〕把这两组处理分别设在不同的区组内，就混杂了 AB 交互作用，又如在混杂 BC 交互作用时，两组处理分别是〔$a_1b_1c_1$，$a_1b_0c_0$，a $a_0b_1c_1$ 及 $a_0b_0c_0$〕和〔$a_1b_1c_0$，$a_0b_0c_0$，$a_0b_1c_0$ 及 $a_1b_0c_1$〕而对 AC 交互作用混杂，则一组处理是〔$a_1b_0c_0$，$a_1b_1c_0$，$a_0b_0c_1$ 及 $a_0b_1c_1$〕，另一组处理是〔$a_0b_0c_0$，$a_0b_1c_0$，$a_1b_0c_1$ 及 $a_1b_1c_1$〕至于对 ABC 交互作用混杂时，则可解释为 AB 交互作用在有 C 和没有 C 的的相差，或 AC 交互作用在有 B 和没有 B 时的相差，因而可得两组处理，一组是 $a_1b_1c_1$，$a_1b_0c_0$，$a_0b_1c_0$ 及 $a_0b_0c_1$，另一组处理是 $a_0b_0c_0$，$a_1b_1c_0$，$a_1b_0c_1$ 及 $a_0b_1c_1$，这两组处理分别设在不同区组中，就混杂了 ABC 交互作用。

以上各混杂项目中的处理组，可以用代数式表示，十分简便，例如在混杂实验因素 A 的效应时，是把一组包含有 $a_1b_0c_0$，$a_1b_1c_0$，$a_1b_0c_1$ 及 $a_1b_1c_1$ 的处理减去另一组包含有 $a_0b_0c_0$，$a_0b_1c_0$，$a_0b_0c_1$ 及 $a_0b_1c_1$ 的处理，即：

褚

$$A\text{的效应}=[a_1b_0c_0+a_1b_1c_0+a_1b_0c_1+a_1b_1c_1]-$$

$$-[a_0b_0c_0+a_0b_1c_0+a_0b_0c_1+a_0b_1c_1]$$

$$=a_1[b_0c_0+b_1c_0+b_0c_1+b_1c_1]-$$

$$-a_0[b_0c_0+b_1c_0+b_0c_1+b_1c_1]$$

$$=(a_1-a_0)[b_0c_0+b_1c_0+b_0c_1+b_1c_1]$$

$$=(a_1-a_0)\ [a_0(b_0+b_1)+c_1(b_0+b_1)]$$

$$=(a_1-a_0)(b_0+b_1)(c_0+c_1)$$

其余混杂项也可用同法求得

$$B\text{的效应}=(a_1+a_0)(b_1-b_0)(c_1+c_0)$$

$$C\text{的效应}=(a_1+a_0)(b_1+b_0)(c_1-c_0)$$

$$AB\text{交互作用}=(a_1-a_0)(b_1-b_0)(c_1+c_0)$$

$$AC\text{交互作用}=(a_1-a_0)(b_1+b_0)(c_1-c_0)$$

$$ABC\text{交互作用}=(a_1-a_0)(b_1-b_0)(c_1-c_0)$$

以上各式有一简便记忆法：A效应式内a_1与a_0为相减，其余均为相加；在B效应式内与b_0为相减余为相加，在AB交互作用式内则有a_1与a_0相减，b_1与b_0相减余为相加，而ABC交互作用式内则a_1与a_0相减，b_1与b_0相减以及c_1与c_0相减。

除用上法确定有混杂项区组内包含有的处理外，还可采用 标准化的正交对比体系，拿2^3混杂了AB交互作用的设计的实验来说，这种实验共有8个处理可从正交对比体系中取带有正号的处理

归入一个区组内，又取带有负号的处理归入另一个区组内即可对某项作混杂（见表4·1），各项混杂的自由度是单一个。

表4·1　2^3试验的实验因素和交互作用符号

（表见下页）

表4·1各处理的符号有以下规律。

1、任何实验因素效应以带有该因素的高水平的处理为正号，带有该因素的低水平的处理为负号，例如，因素C中带有C_1的处理有$a_0b_0c_1$，$a_1b_0c_1$，$a_0b_1c_1$及$a_1b_1c_1$等4个处理数，这4个处理均为正号，另外的4个处理$a_0b_0c_0$，$a_1b_0c_0$，$a_0b_1c_0$及$a_1b_1c_0$都带有c_0（低水平）则这4个处理都为负号。

2、各个处理在任何两因素的交复作用上的符号可以从它在这两个因素上的符号相乘得之，例如，AB交互作用中，$a_0b_0c_0$处理在A因素上为负号，在B因素上为负号，因而在AB交互作用上，这个处理为负号与负号相乘得正号，又如$a_1b_0c_0$处理在A因素上为正号，在B因素上为正号，故它在AB交互作用上为正号与负号相乘得负号。

这个规律也适用于确定各个处理在三因素的交互作用上的符号。

从表4·1可知，2^3混杂设计的实验中8种处理的7个自由度可分解或7个混杂项，即A、B、AB、C、ASBC和ABC，每个混杂项的平方和可按正交对比体系的方法来计算。

㈢　2^3实验完全混杂设计的实验结果统计分析法，设一2^3完全混杂实验，8种处理重复五次，各都混杂ABC交互作用，则

表 4·1　2^3 试验的实验因素和交互作用符号

混杂项	处			理					
	$a_0b_0c_0$	$a_1b_0c_0$	$a_0b_1c_0$	$a_1b_1c_0$	$a_0b_0c_1$	$a_1b_0c_1$	$a_0b_1c_1$	$a_1b_1c_1$	$\sum c_i^2)$
A	−	+	−	+	−	+	−	+	8
B	−	−	+	+	−	−	+	+	8
AB	+	−	−	+	+	−	−	+	8
C	−	−	−	−	+	+	+	+	8
AC	+	−	+	−	−	+	−	+	8
BC	+	+	−	−	−	−	+	+	8
ABC	−	+	+	−	+	−	−	+	8

分为两个区组，其分别用“+”号和“—”号表示，其中“+”号区组包含有$a_1b_0c_0$，$a_0b_1c_0$、$a_0b_0c_1$及$a_1a_1c_1$等四种处理“—”号区组包含有$a_1b_1c_0$、$a_1b_0c_1$，$a_0b_1c_1$及$a_0b_0c_0$等四种处理，每个区组内的处理作随机排列，假定把各处理的实验数据列成表4·2。

（表4·2见下页）

分析步骤如下：

1、算出总平方和，SS_T

$$SS_T = 8^2+9^2+\cdots+4^2+4^2 - \frac{270^2}{8\times5} = 427\cdot5$$

自由度＝40－1＝39

2、计算区组平方和SS_b

$$SS_b = \frac{1}{4}(24^2+28^2+\cdots+37^2+26^2)-\frac{270^2}{8\times5}$$

$$= 151\cdot5,$$

自由度＝10－1＝9

4、计算处理平方和＝SS_t

$$SS_t = \frac{1}{8}(48^2+40^2+\cdots+30^2+15^2)-\frac{270^2}{8\times5}$$

$$= 257\cdot5,$$

自由度＝8－1＝7

表4·2　2^3完全混杂设计混杂ABC交互作用的实验结果

重复	正号区组处理					负号区组处理					重复总和
	$a_1b_1c_1$	$a_0b_0c_0$	$a_0b_1c_0$	$a_0b_0c_1$	总和	$a_1b_1c_0$	$a_1b_0c_1$	$a_0b_1c_1$	$a_0b_0c_0$	总和	
I	8	9	4	3	24	10	5	3	1	19	+3
II	10	7	6	5	28	11	8	5	3	27	55
III	7	6	3	2	18	9	4	2	2	17	35
IV	12	11	10	9	42	14	12	6	5	37	79
V	11	7	8	6	32	10	8	4	4	26	58
处理总和	48	40	31	25	144	54	37	20	15	126	270=T

处理平方和共7个自由度，按正交对比体系可分解为7个部分，每部分有一个自由度，这7个部分是A、B、C等效应与AB、AC、BC以及ABC等交互作用，它们的平方和，按正交对比体系计算，

算式：$SS_L=\dfrac{L^2}{r(\Sigma c_i^2)}$，L是从表4·1按正号处理的总和减去负号组处理的总和求得之差数。

A的平方和$=SS_A=$

$$=\frac{[(48+54+37+40)-(31+25+20+15)]^2}{5(8)}$$

$$=\frac{(88)^2}{48}=193\cdot 6$$

B的平方和$=SS_B=$

$$=\frac{[(48+31+54+20)-(40+25+37+15)]^2}{5(8)}$$

$$=\frac{(36)^2}{40}=32\cdot 4$$

C的平方和$=SS_C=$

$$=\frac{[(48+25+37+20)-(40+31+54+15)]^2}{5(8)}$$

$$= \frac{(-10)^2}{40} = 2 \cdot 50$$

AB交互作用的平方和 $= SS_{AB} =$

$$= \frac{[(15+54+25+48)-(40+31+37+20)]^2}{5(8)}$$

$$= \frac{(14)^2}{40} = 4 \cdot 90$$

AC交互作用的平方和 $= SS_{AC} =$

$$= \frac{[(15+31+37+48)-(40+54+25+20)]^2}{5(8)}$$

$$= \frac{(18)^2}{40} = 8 \cdot 10$$

ABC交互作用的平方和 $= SS_{ABC} =$

$$= \frac{[(40+31+25+48)-(15+54+37+20)]^2}{5(8)}$$

$$= \frac{(18)^2}{40} = 8 \cdot 10$$

在这7部份的处理平方和中，因ABC交互作用部份已和区组

混杂，它已成为区组间平方和（＝151·50）的一个组成，区组间平方和中除包含了ABC交互作用平方和外，还包含有重复间平方和以及重复内两个区组间的平方和这两个部分，这两个部分的平方和如下：

重复间平方和，$SS_R = \frac{1}{8}(43^2+55^2+35^2+79^2+58^2) - \frac{(270)^2}{40} = 140·5$，

自由度＝5－1＝4

重复内区组间平方和，

$$SS_W = \frac{(24-19)^2}{2\times4} + \frac{(18-27)^2}{2\times4} + \frac{(18-17)^2}{2\times4} + \frac{(42-17)^2}{2\times4} + \frac{(32-26)^2}{2\times4} - SS_{ABC}$$

$$= 3·125+0·125+0·125+3·125+ 4·5 - 8·10 = 2·90$$

自由度＝1＋1＋1＋1＋1－1＝4

因而可知重复间平方和（151·5），ABC交互作用平方和以及重复内两区组间平方和这三个部分相加，恰等于区组间平方和，即

140·5+8·1+2·90=151·5（区组间平方和）

以上计算结果归纳在表4·3的方差分析表

表4·3　2^3完全混杂设计混杂ABC交互作用实验的方差分析

变异因素	df	SS	MS	F	$F_{0.05}$ $F_{0.01}$
区　组	9	151·50	16·83		
重复间	4	140·50	75·125		
ABC交互（即正负区组间）	1	8·10	8·1		
重复内	4	2·90	0·725		
处　理	6	249·4	41·57		
A	1	193·6	193·6	17·4·73	
B	1	32·4	32·4	0·29·24	
C	1	2·5	2·5	+2·26	
AB	1	4·9	4·9	1·44	
AC	1	1·6	1·6	13·0	
BC	1	14·4	14·4		
误差	24	26·6	1·108		
总的	39	427·50			

以上实验数据如作一般随机区组实验分析（即未混杂的区组实验）则得结果于表4·4。

表4·4　2^3随机区组实验的方差分析

	df	SS	MS	$F_{0.05}$　$F_{0.01}$
重复	4	140·50	35·125	
处理	7	257·50	36·785	
A	1	193·60	193·60	
B	1	32·40	32·40	
C	1	2·50	2·50	
AB	1	4·90	4·90	
AC	1	1·60	1·60	
BC	1	14·40	14·40	
ABC	1	8·10	8·10	
误差	28	29·50	1·05	
总的	39	427·50		

对比表4·3和表4·4结果可见，混杂设计实验的误差均方为 26·6 个，而未作混杂设计时的实验误差均方为29·5，这指

出了混杂设计能减少实验误差增加大部分处理的精确性，而仅仅牺牲了一个不重要的ＡＢＣ交互作用部分。

（四）　2^3实验部分混杂的实验结果统计分析法

上述实验是在各个重复中均同样混杂了ＡＢＣ交互作用，如果在不同的重复中，混杂的项目不相同则成为部分混杂设计，例如，在第Ⅰ重复的二个区组混杂ＡＢＣ交互作用，而在其他各个重复都混杂ＡＢ交互作用，在第Ⅳ重复混杂ＢＣ交互作用，则这样的设计成为部分混杂，因此2^3实验中有４种交互作用，即ＡＢ、ＡＣ、ＢＣ及ＡＢＣ，如果要对这４种交互作用都作了混杂，就至少要有４个重复，每一重复混杂一种交互作用，今在下面列出一个混杂这４种交互作用的实验及其数据说明分析步骤（图４·１）。

混杂ＡＢＣ交互作用Ⅰ

ABC	B	A	C	AB	BC	AC	(1)
450	265	106	312	291	398	373	101

正号区组　　　　负号区组

混杂ＡＢ交互作用Ⅱ

B	A	AC	BC	C	AB	ABC	(1)
272	89	308	417	324	306	449	106

正号区组　　　　负号区组

混杂ＢＣ交互作用Ⅲ

AC	AB	C	B	A	BC	ABC	(1)
361	272	324	302	103	445	437	131

正号区组　　　　负号区组