

平 面 三 角
基礎知識、基本訓練綱要
(草 案)

广西教师進修学院教研室編印
1963年3月

前 言

为了便于我区中学数学教师进行基礎知識和基本訓練的教学，我們試拟了中学数学各科基礎知識、基本訓練綱要（草案），供教師們在教学中参考。

綱要（草案）的体例，采取分章編写的形式；在內容上，各章又分“概述”和“基礎知識、基本訓練”兩部分。在“概述”中，对該章教材在数学科的地位、作用及教材的重点等作了簡要的介紹和闡述，以帮助教师掌握教材全貌；在“基礎知識、基本訓練”中，把該章的基礎知識和基本訓練的內容以表格形式列出，并尽可能使基礎知識与之相应的基本訓練并列，目的是为了便于教师在各課中参考。

这份綱要（草案），我們是按照教学大綱要求和現行教科书的編排系統，并参考南宁专署教育局教研室編的“中学数学基本知識基本技能綱要（初稿）”来进行編写的；在这以前，我們还收到了部分重点中学数学教研組拟的“中学数学基礎知識、基本訓練綱要”，从中也得到了—定的启发。对于各教研室、教研組的这种帮助，我們在此表示感謝。

基礎知識与基本訓練是相互制約、相互依賴而又相互促进的不可分割的統一体，（在某种意义上說，它們又分成兩個不同的步驟），在教学中，应把它們密切地联系起来。同時，綱要所列的基礎知識、基本訓練內容，与課本中的其它內容，只是有輕重、主次之分，因而不應把它們当作講課的全部內容和范围。

由于我們水平的限制，这份綱要（草案）难免有許多不妥或錯誤之处，希望教師們在使用時，批判接受，并給我們提出寶貴的意見。

广西教师进修学院教学研究室数学組

1963年3月

第一章 0° 到 360° 的角的三角函数

I. 概 述

本章是在学生已经掌握锐角三角函数与平面直角坐标系等知识的基础上研究 0° 到 360° 的角的三角函数的性质。 0° 到 360° 的角的三角函数概念是锐角三角函数概念的推广，它是由于实际需要而定义的。

本章教材主要包括： 0° 到 360° 的角的三角函数定义、三角函数线、三角函数值的变化情况、同角三角函数的八个基本公式、 0° 到 360° 的诱导公式及三角函数表的使用等内容。 0° 到 360° 的角的三角函数定义和性质是今后学习三角学的基础，故本章教材内容是学习三角学所必须具备的基础知识。

本章教材重点是：三角函数定义、三角函数线、八个基本公式和诱导公式，而其中又以三角函数定义为重点的重点，因为三角函数定义是学习三角学中一切知识的基础，只有使学生深刻地理解和牢固地掌握它，才能正确地确定三角函数的符号、掌握八个基本公式和诱导公式以及三角函数的其他各种性质。三角函数线所以重要是因为它能够直观地显示出三角函数的符号、函数值的变化情况和变化范围，有助于学生的记忆和掌握。八个基本公式将六种函数紧密地联系起来，它是三角学中一切计算和证明的理论根据。诱导公式可以简化运算和了解三角函数的变化规律，因而它们亦列为本章教材的重点。

II. 基礎知識、基本訓練

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全 章 概 要	1. 0°到360°的角的三角函数定义。 2. 三角函数綫的画法及其作用。 3. 同角三角函数的八个基本公式。 4. 30°、45°、60°角的三角函数值。 5. 三角函数表的使用。 6. $90^\circ \pm \alpha$、$180^\circ \pm \alpha$、$270^\circ \pm \alpha$、$360^\circ - \alpha$的三角函数与銳角α的三角函数間的关系。	1. 已知三角函数值求作角。 2. 熟練地运用八个基本公式去解决有关問題。 3. 化大于90°而小于360°的角的三角函数为銳角三角函数。 4. 熟練地运用三角函数表由已知角求三角函数值 and 由已知三角函数值求角。
0° 到 360° 的角的三角函数定义及三角函数值的变化情况	1. 六种三角函数的定义及表示法。 2. 在各象限內的角的三角函数的符号。 3. 单位圆的概念。 4. 三角函数綫的概念、画法及作用。 5. 角由0°变到360°，各种三角函数的变化情形及取值范围。 6. 0°、90°、180°、270°和360°角的三角函数值。	1. 由直角三角形的已知边求其銳角的各种三角函数值。 2. 由角所在的象限确定其三角函数的符号。 3. 由角的三角函数的符号确定該角所在的象限。 4. 用綫段来表示三角函数。 5. 根据三角函数的变化情形比較两个三角函数值的大小。 6. 根据三角函数的变化及取值范围解决有关問題。 7. 求含0°、90°、180°、270°、360°角的三角函数式的值。

已知 0° 到 360° 的角的三角函数值, 求角。	1. 作对应于已知三角函数值的函数线的方法。 2. 在单位圆中, 具有同一三角函数值的两个角的终边同坐标轴或原点的对称关系。	作对应于已知三角函数值的从 0° 到 360° 的角。
同角三角函数的八个基本公式。	八个基本公式及其推导方法。	运用公式 a. 化简三角函数式。 b. 证明三角恒等式。 c. 由已知的一个三角函数值, 求其他各三角函数值。
互为余角的三角函数间的关系。	互为余角的两角的三角函数间的关系式及其推导方法。	已知某角的三角函数值, 求其余角的三角函数值。
30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值。	30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值。	1. 有规律地熟记 30°、45°、60° 角的三角函数值。 2. 求含 30°、45°、60° 角的三角函数式的值。 3. 已知 30°、45° 或 60° 范围内的三角函数值, 确定其角大小的范围。
三角函数表	三角函数表的构造、查法及修正值的处理法。	熟练地运用三角函数表, 由角度求出三角函数值, 由三角函数值求出角度。
$90^\circ + \alpha$ 、 $180^\circ \pm \alpha$ 、 $270^\circ \pm \alpha$ 、 $360^\circ - \alpha$ 与锐角 α 间的三角函数关系。	$90^\circ + \alpha$ 、 $180^\circ \pm \alpha$ 、 $270^\circ \pm \alpha$ 、 $360^\circ - \alpha$ 与锐角 α 间的三角函数关系式及其推导方法。	1. 求 90° 到 360° 的角的三角函数值。 2. 化简三角函数式和证明三角恒等式。

已知一个三角函数的值，求 0° 到 360° 的角。	已知一个三角函数的值，求 0° 到 360° 的角的方法、步骤。	求适合于已知一个三角函数值的 0° 到 360° 的角。
--	--	--

第二章 弧与角的弧度制

I. 概 述

度量角的大小，除了采用角度制外，本章介绍了另一种量弧与角的制度——弧度制。角度制与弧度制是通用的两种量角制度。一般来说，角度制多用于实际问题的计算（普遍地用于测量学及各种工程技术科学），弧度制则多用于理论研究（在高等数学、物理学中有着较广泛的应用），在三角学中这两种量角制度都同样采用。

本章教材重点是：度与弧度的相互换算。要使学生熟练地掌握这两种量度制的相互换算必须要求学生透彻地理解弧度制的意义，并经常对这些相互换算进行练习。

II. 基础知识、基本训练

	基 础 知 识	基 本 训 练
全章概要	1. 弧度制的概念。 2. 弧度与角度的关系。 3. 圆心角、半径与弧长之间的关系的关系。	1. 角度与弧度的相互换算。 2. 弧度在实际问题中的应用。
弧度制；角度与弧度的相互换算。	1. 弧度的定义及其表示法。 2. 角度与弧度的单位关系式： $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ 弧度}$ $1 \text{ 弧度} = \frac{180^\circ}{\pi}$	角度与弧度的相互换算。

圓心角、半徑和弧長間的关系。	弧長公式 $L = R\alpha$ 及其推導方法， (公式中 α 必須是弧度數)	运用弧長公式解决生产实际中的一些計算問題。
----------------	---	-----------------------

第三章 任意角的三角函数

I. 概 述

本章是第一章的繼續和发展，全部教材內容在 0° 到 360° 的角的三角函数性質的基礎上作了完整的研究。本章內容主要包括：角的概念的普遍化、任意角的三角函数定义、三角函数的基本性質和三角函数的图像等。

一般角的概念是 0° 到 360° 的角的概念的擴大，而角的概念的擴大又是研究任意角三角函数的出发点。任意角与 0° 到 360° 的角的关系是一般与特殊的关系。根据任意角的三角函数定义，对任意角的三角函数的研究可以归結为 0° 到 360° 的角的三角函数的研究，也就是說， 0° 到 360° 的角的三角函数的一切性質，可以推广为任意角的三角函数性質，因此研究任意角的三角函数性質，只需要研究 0° 到 360° 的角的三角函数性質就行了。

本章教材重点之一是：任意角三角函数的誘導公式。运用它可以簡化运算和証明三角恒等式；并且通过它可以了解三角函数的变化規律，关于这部分內容，第一章已有詳細的論述，本章只需作一般性的証明即可。

三角函数的图像是本章教材的另一重点，因为它直觀地显示出三角函数的符号、函数值的变化情形和范围以及函数的周期性等等，因而有助于学生对三角函数性質的进一步理解和鞏固；并且它在物理学及一些实际問題中也有着广泛的应用。

II. 基礎知識、基本訓練

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全 章 概 要	1. 正角、負角和任意角的概念，終邊相同的角的表示法。 2. 任意角的三角函數定義。 3. 誘導公式的法則。 4. 三角函數周期性的概念；函數圖象的描繪法。	1. 運用誘導公式化任意角的三角函數為銳角三角函數。 2. 求對應于已知三角函數值的一切角。 3. 求三角函數的周期；描繪函數的圖象。
角的概念的普遍化；任意角的三角函數；誘導公式。	1. 正角、負角和任意角的概念、作法和終邊相同的角的表示法。 2. 任意角的三角函數定義及性質。 3. 負角三角函數公式及其推導方法。 4. 奇函數與偶函數的概念。 5. 誘導公式的法則。	1. 作任意角，並會用式子來表示。 2. 運用負角三角函數公式化負角的三角函數為正角的三角函數。 3. 運用誘導公式。 a. 化任意角的三角函數為銳角三角函數。 b. 化簡三角函數式。 c. 證明三角恆等式。
已知三角函數值求角。	已知一個三角函數值求角的方法。	求對應于已知三角函數值的一切角或絕對值最小的角。
三角函數的周期性；函數的圖象。	1. 周期函數及其周期的定義。 2. 三角函數的周期及周期的求法。 3. 三角函數的圖象；各種基本三角函數圖象的作法及圖象的性質。 4. 余弦曲線與正弦曲線的位置關係；余切曲線與正切曲線的位置關係。	1. 求各種三角函數的周期。 2. 作各種基本三角函數的圖象。

第四章 两角和、差的三角函数 倍角与半角的三角函数

I. 概 述

本章是在学生已经掌握三角函数基本性质的基础上，进一步来研究角与角之间的三角函数关系的。全章教材包括两部分内容，一是两角和、差及倍角、半角的三角函数，一是三角函数的和、差化积。

本章首先是导出两角和的正弦、余弦公式，然后在此基础上，逐步推导出两角差的正弦、余弦、两角和、差的正切，倍角、半角的三角函数及和、差化积等一系列公式，因此本章所有公式都是有着密切联系的。

本章教材重点是两角和的正弦、余弦公式及和差化积公式，并以前者为突出的重点。两角和的正弦、余弦公式是推导本章其他一切公式的依据，必须使学生牢固地掌握。和、差化积公式所以重要，主要在用对数计算三角函数式方面；只有将和、差形式的三角函数式化成积的形式，才便于用对数计算。同时和、差化积公式也是证明三角恒等式常用的公式，应使学生在掌握它的基础上多加练习，以便灵活运用。

II. 基础知识，基本训练

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全 章 概 要	1. 两角和与两角差及二倍角的三角函数公式以及各个公式的推导方法。 2. 二倍角余弦公式的代数变换。 3. 和、差化积的公式及各公式的推导方法。	1. 运用公式化简三角函数式，证明三角恒等式，求某些三角函数的值。 2. 单角、倍角、半角函数的相互变换。 3. 化三角函数的和、差形式为积的形式，积的形式为和、差形式。

兩角和与兩角差、倍角和半角的三角函数公式。	1. 兩角和与兩角差的正弦与余弦公式及其推导方法。 2. 兩角和与兩角差的正切与余切公式的推导方法及公式成立的条件。 3. 二倍角三角函数公式及其推导方法；二倍角正切公式成立的条件。 4. 半角三角函数公式的推导及决定根号前面正负符号的方法。	1. 运用兩角和与兩角差的三角函数公式化简三角函数式，证明三角恒等式，求15°、75°等角的三角函数值。 2. 运用二倍角三角函数公式化简三角函数式，证明三角恒等式。 3. 运用半角三角函数公式化简三角函数式，证明三角恒等式，求15°、22.5°的三角函数值。 4. 由一角的已知三角函数值求其倍角和半角的三角函数值。
三角函数和差化积。	1. 三角函数和差化积公式及其推导方法。 2. 引入辅助角化积的方法。	1. 二项三角函数式的和差化积。 2. 三项或四项三角函数式的和差化积。 3. 两个三角函数平方差的化积。 4. 引入辅助角进行和差化积。 5. 运用和差化积公式化简三角函数式，证明三角恒等式。

第五章 三角函数对数表和它的用法

I. 概 述

本章教材是在学生已经掌握对数表和三角函数表的构造和用法的基础上提出来的，其目的方面是用三角函数对数表求三角函数式的值，另一方面是为解三角形作好准备。

在解三角形或其他一些实际计算中，往往要对已知角的三角函数进行乘、除等运算，如果分别用三角函数表和对数表来计算这类问题，则不但增多查表手续，而且不易求得精密的结果；对这类问题，如果用三角函数对数表来计算，不但查表手续简便，而且能够达到所要求的精确度。

本章教材重点是：四位三角函数对数表的用法。在教学中，教师必须要求学生认真地和反复地练习，直至熟练为止。

II. 基础知识、基本训练

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全章概要	1. 正弦、余弦、正切、余切函数对数表的查法及修正值的使用法。 2. 查表过程中遇有负数时的处理法。	1. 熟悉三角函数对数表的查法和正确地使用修正值。 2. 运用三角函数对数表进行计算。
三角函数对数表及其应用。	1. 三角函数对数表的构造、查法及修正值的使用法。 2. 对大于 90° 的角及负数的处理法。	1. 熟练地运用三角函数对数表由已知角求三角函数对数值和由已知三角函数对数值求角。 2. 运用三角函数对数表进行有关计算。

第六章 直角三角形的解法

I. 概 述

在生产实际和科学研究中，常常需要根据三角形某些已知元素，推出它的其他未知元素，因此解三角形在现实生活中有着广泛的应用。

本章首先应用锐角三角函数定义、直角三角形中两锐角的关系、勾股定理等知识来阐述直角三角形中各元素的关系，提供解直角三角

形的理論基礎，進而根據已知元素分析解直角三角形的幾種情形及解法；最後舉例說明應用對數解直角三角形的方法和步驟，並運用直角三角形的解法來解決一些幾何、測量、力學等方面的問題。

銳角三角函數定義表示出直角三角形的邊角關係，它是解直角三角形的理論基礎。只有使學生在透彻理解它的前提下，才能自覺而又熟練地掌握直角三角形的解法。

II. 基礎知識、基本訓練

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全章概要	1. 解三角形的概念。 2. 直角三角形各種情形的一般解法。 3. 有關測量上的一些基本概念。	運用直角三角形的解法去解決有關測量、力學及其他方面的一些實際問題。
直角三角形中各元素間的關係。	1. 直角三角形的邊角關係式、兩銳角的關係式及三邊的關係式。 2. 直角三角形的面積公式。	
直角三角形的解法	1. 解三角形的概念及其實際意義。 2. 解直角三角形的四種情形及各種情形的一般解法。 3. 運用對數解直角三角形的步驟。 4. 水平距離、基綫、水平角、仰角、俯角等的概念。	運用直角三角形的解法 a. 解直角三角形 b. 解決有關幾何、測量、力學及其他方面一些實際問題。

第七章 斜三角形的解法

I. 概 述

本章教材是在学生已经掌握直角三角形的解法的基础上进一步来研究斜三角形的解法的。它主要包括：正弦定理、余弦定理、各种情形的三角形的解法和利用三角形的解法解应用问题等内容。

本章教材重点是：正弦定理、余弦定理和各种情形的三角形的解法。正弦定理、余弦定理是解斜三角形的重要理论根据，利用这两个定理中之一及三角形内角和定理就可以解各种情形的三角形；同时这两个定理又是正切定理、半角定理推导的依据；应使学生牢固地掌握。各种情形的三角形解法步骤是具体运用所学知识去解决实际问题的，必须使学生熟练地掌握。

II. 基础知识、基本训练

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全 章 概 要	1. 斜三角形解法的四种情形。 2. 正弦定理、余弦定理的内容及推导方法。 3. 三角形面积公式。 4. 斜三角形解法步骤。	1. 运用正弦定理、余弦定理去解斜三角形。 2. 运用各个三角形面积公式去计算有关面积问题。 3. 运用斜三角形的解法去解决有关测量和力学方面的问题。
斜三角形解法的四种情形。	斜三角形解法的四种情形。	

正弦定理; 已知一边和 兩角解三角 形。	1. 正弦定理及其推導方法。 2. 面积公式 $\Delta = \frac{1}{2}bc\sin A$ 的推導方法。 3. 已知一边和兩角解三角形及其解法步骤。	1. 运用正弦定理化簡有关三角函数式; 証明有关三角恒等式。 2. 运用已知一边和兩角的解三角形的方法 a. 解三角形。 b. 解决有关测量和力学方面的问题。
余弦定理、 正切定理和 半角定理; 已知兩边及 夾角, 或已 知三边解三 角形。	1. 余弦定理及其推導方法。 2. 正切定理和半角定理。 3. 已知兩边及夾角解三角形的两种方法及解法步骤。 4. 已知三边解三角形的两种方法及解法步骤。 5. 視角、方位、平衡力等的概念。	1. 运用余弦定理、正切定理和半角定理化簡有关三角函数式; 証明有关三角恒等式。 2. 运用已知兩边及夾角和已知三边的解三角形的方法: a. 解三角形。 b. 解决有关测量、力学及其他方面的一些实际问题。
已知兩边和 其中一边的 对角解三角 形	解法步骤及解的情形的討論。	已知兩边和其中一边的对角; 確定三角形有解(一解或二解)或无解。

第八章 反三角函数

I. 概 述

本章教材是在学生掌握了前面所述的系統的三角函数知識的基础上提出来的。教材內容主要是研究反三角函数定义和它的一些性質, 一方面为解三角方程做好准备, 另一方面也为将来进一步学习打下基礎。

反三角函数也是一种函数, 它与三角函数和代数中各种函数同属于初等函数的范畴。因此在学完三角函数, 反三角函数后, 連同代数中已經学过的函数知識, 就可以使学生对各种初等函数的重要性質、

图象和应用有一个比较全面的了解和掌握。

本章教材重点是：反三角函数的定义和主值的概念。要使学生透彻理解和熟练掌握这些重点，关键又在于使学生明确反三角函数与三角函数是互为反函数，反三角函数具有多值性，以及掌握反三角函数的主值区间是如何确定的。反三角函数的定义和主值区间是学生比较难理解的，必须采取适当的措施来加强教学。

II. 基础知识、基本训练

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全章概要	1. 反三角函数的意义和主值区间以及确定主值区间的原则。 2. 反三角函数图象的作法。	1. 熟悉各反三角函数的主值区间。 2. 根据已知三角函数值，确定反三角函数的主值。
反三角函数的多值性	1. 反函数的概念，反三角函数的定义及表示法。 2. 反三角函数的多值性。	
反三角函数的主值定义域和值域；反三角函数图象的作法	1. 反三角函数主值的意义及主值区间。 2. 各种反三角函数的定义域和值域。 3. 用反正弦、反余弦、反正切和反余切表示适合于 $\sin x = a$ ($a \leq 1$)、$\cos x = a$ ($a \leq 1$)、$\lg x = a$ (a 为实数) 和 $\operatorname{ctg} x = a$ (a 为实数) 的 x 角的方法。 4. 三角函数图象与反三角函数图象的关系，各种反三角函数图象的作法。	1. 确定反三角函数的主值。 2. 根据某角的三角函数值用反三角函数表示该角的通值。 3. 反三角函数式的运算。 4. 证明反三角恒等式。 5. 运用三角函数图象与反三角函数图象的关系作反三角函数的图象。

第九章 三角方程

I. 概 述

本章教材在學生已經掌握已知三角函數值求角、三角函數式的恆等變換、反三角函數以及代數中同解方程的理論等知識的基礎上來研究幾種類型三角方程的解法。在解三角方程的過程中，需要用到課本前面幾章所提出的公式，所以學習本章教材，除了使學生掌握幾種類型三角方程的解法外，還可以通過學習來復習前面幾章的知識。同時，解三角方程的方法和產生增根的可能性及其處理方法與代數里解方程的情形相類似，這樣又可以與代數知識很好地聯繫起來。

解三角方程是三角學中重要內容之一，並且在高等數學、物理學及一些技術科學的研究中也有著廣泛的應用。

本章教材重點是最簡單的幾種三角方程的解法。這部分知識是解一切三角方程的基礎，必須使學生透徹地理解與牢固地掌握。

II. 基礎知識、基本訓練

	基 礎 知 識	基 本 訓 練
全 章 概 要	1. 最簡單的三角方程的通解。 2. 幾種類型的三角方程解法的理論根據和解法步驟。 3. 增根、遺根的原因及處理方法。	1. 解幾種類型三角方程及根的檢驗與處理。 2. 選擇簡捷方法來解三角方程。
最簡單三角方程的通解。	1. 三角方程的概念；三角方程與代數方程的區別。 2. 四種最簡單三角方程的通解。	最簡單三角方程通解的熟練運用。

几种类型三角方程的解法及应用	1. 含有同一未知数的同一三角函数的方程的解法。 2. 方程一边为零另一边分解成因式的解法。 3. $\sin x$ 和 $\cos x$ 的齐次方程的解法。	1. 解左述几种类型方程并熟练求根值的检验与处理。 2. 化某些三角方程为左述几种类型方程来求解。 3. 布列方程解应用题并对答案进行讨论。
-----------------------	--	---