

(1)

從那里想起。」

多少次，總是記不完全。」

王：「你自然覺得容易呀，我真不行，看起地理來，總覺得死板板的，一點趣味沒有，無論強勉看了多少，總是記不完全。」

李：「你的悟性好，所以記憶力不行，我呆記東西倒還容易，要想算學題，那真難極了，簡直不曉得從那里想起。」

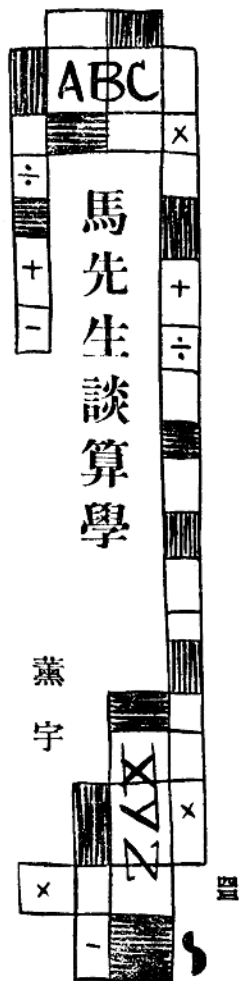
李：「地理很容易！」

王：「我的地理不及格，下學期一開學就得補考，這個暑假玩也玩不痛快了。」

真好，總是九十幾分一百分。」

李：「真危險，這次的算學平均只有五十九分半，要不是四捨五入，就不及格，又得補考。你的算學學年成績發表不久的一個下午，初中二年級的兩個學生李大成和王有道在教員休息室的門口立着談話。」

——他是這樣開場的



王：「所以，我主張文科和理科一定要分開，性近那一科的就專弄那一科，既能專心，也免得白費氣力去弄些毫無趣味不相干的東西。」

李大成雖沒有回答，但好似默認了這個意見。他們所談的話，坐在教員休息室裏，懶洋洋地看着報紙的算學教師馬先生已聽見了。他們在班上都算是用功的，馬先生對他們也有相當的好感。因此，想對他們的意見加以糾正，便叫他們到休息室裏，帶着微笑向着李大成問：

「你對於王有道的主張有什麼意見？」

李大成因了馬先生這一問，直覺地感到馬先生一定是不贊同王有道的意見，但他並不會理會得有什麼理由，因而躊躇了一陣回答道：

「我覺得這樣更便當些。」

馬先生微微搖了一搖頭，表示不同意道：

「便當也許你們這時，年青，在學校裏的時候覺得便當；要是照你們的意見做去，將來就會感到大大地不便當了。你們要知道，初中的課程這樣的規定，是經過若干年的經驗和若干專家的研究的，各科所教的，都是做一個現代人所不可缺少的常識。不但是人人必需也是人人能領受的……」

李大成和王有道雖然平日對於馬先生的學識和熱心領導他們，很是敬仰；但對於這「人人必需」和「人人能領受」很懷疑。不過兩人的懷疑略有不同。王有道以為地理就不是人人必需；而李大成卻以為算學不是人人能領受。當他們聽了馬先生的話，各自的臉上浮出不以為然的神氣時，馬先生接着向他們說：

「我知道你們不會相信我的話。王有道，是不是？你一定以為地理就不是必需的。」

王有道望一望馬先生，不回答。馬先生接着說：

「但是你只要問李大成，他就不這樣想。照你對於地理的看法，李大成就可說算學不是必需的。你試說說為什麼人人必需學算學。」

王有道不假思索地回答道：

「一來是我們日常生活，離不開數量的計算。二來，牠可以訓練我們，增加我們的聰明。」

馬先生點頭微笑說：

「這話有一半對，也有一半不對。第一點，你說因為日常生活離不開數量的計算，所以算學是必需的。這話自然很對，但看法也有深淺不同。從深處說，恐怕不但是對於算學沒有興趣的人不肯承認，就是你在你這個程度，也不能完全認識，我們姑且丟開。就淺處說，自然買油買米都用得到牠。不過中國人靠一架算盤，懂得小九九，就活了幾千年，何必要學代數呢？平日買油買米那里用得到解方程式！我是承認你的話是對的，不過同樣的看法，地理也是人人必需的。從深處說，我們也姑且丟開，就只從淺處說。你總承認做現代的人，讀新聞是每天少不來的吧。倘若你沒相當的地理知識，你讀了新聞，能夠真懂得麼？阿比西尼亞在什麼地方？為什麼意大利一定要征服牠？為什麼意大利起初打阿比西尼亞的時候，許多國家要對牠施以經濟的制裁，到牠居然征服了阿比西尼亞，大家又把制裁取消？再說，你們對於中國的處境，平日都很關切，但是，所謂國難的構成，地理的關係也就不少，所以真要深切地認識中國處境的危迫，沒有地理知識是不行的。」

「至於第二點，說算學『可以訓練我們，增加我們的聰明，』這話只有前一半是對的，後半卻是一種誤解。所謂訓練我們，只是使我們養成一些做學問和事業的良好習慣：如注意力要集中，要始終如一，不苟且，要能耐繁，要有秩序等等。這些習慣，本來是人人都是可以養成的，不過須要有訓練的機會吧了。學算學就是把這種機會給我們。但切不可誤解了，以為只是學算學有這樣的機會。學地理又何嘗沒有這樣的機會呢？各種科學都是建立在科學方法上的，只有探索的對象不同。算學是科學，地理也是科學，只要把牠當一件事做，認真真地學習，上面所說的各種習慣都可以養成。只有說到增加聰明，一般人確有這樣的誤解，以為只有學算學能夠做到。其實，學算學也不能夠增加人的聰明。一個人初學算學的時候，思索一個题目的解法，非常困難，越學得多思索起來便越容易，這固然是事實。一般人便以為這是聰明的增加。這只是表面的看法，這不過是逐漸熟練的結果，並不是什麼聰明。學地理的人，看地圖和描地圖的次數多了，提起筆畫一個中國地圖的輪廓，形式總大致可觀，這不是初學地理的人所能夠的，也不是什麼聰明增加了。

「你們總承認在初中也就鬧什麼文理分科是不妥當的吧！」馬先生用這話來作結束。王有道和李大成雖然對於這些議論不表示反對，但只認為是馬先生鼓勵他們對於各科都去用功的話。因為他們總覺得每一個人都有些科目性質不相近，無法領受，以其白費力氣，不如爽性不學。尤其是李大成認為算學實在不是人人所能領受的，他於是向馬先生提出這樣的質問：

「算學，我也曉得人人必需，只是性質不相近，一個題目往往一兩點鐘弄不出來，所以覺得還是把這種時間去讀別的書好些。」

「這自然是如此，與其費了時間，毫無所得，不如做點別的。在王有道看地理的時候，他一定是覺得毫無興味，看一兩遍，時間費去了，仍然記不住，倒不如多演兩個題目。但這都是偏見，弄着沒有趣味，以及弄不出什麼結果，你們應當想，這不一定是科目的關係。至於性質不相近，不過是一種無可奈何的說明，人的腦細胞，並沒有分成學算學和學地理的兩種。據我看來是因為學起來不感興趣，便常常去親近牠，因此越來越覺得和牠不能相近。至於學着不感興趣，大概是不得其門而入的緣故。這是學習的方法的問題。比如，就地理說，現在是交通極發達，整個世界息息相通的時代，用新聞紙來作領導，我想，學起來，不但津津有味，也就容易記得了。日本和蘇俄以及中國的外蒙不是常常鬧邊界的衝突嗎？把地圖，地理教科書和這新聞對照起來讀，這就是活潑有生趣的了。又如，中國參加世界運動會的選手的行程，不是從上海出發起，每到一處都有電報和通信來嗎？若是一面讀這種電報，一面用地圖和地理教科書做參證，那末從中國到德國的這條路線，你就可以完全明瞭而且容易記牢了。用現時發生的事件來作線索去讀地理，我想這正和讀西遊記一樣，你讀西遊記不會覺得乾燥無趣，讀了以後，就知道從中國到印度在唐時要經過些什麼地方。——這只是舉例的說法。——西遊記中有唐三藏，孫悟空，豬八戒，中國參加世運團中有院長，鐵牛，美人魚，他們的行程記，不是一部最新改良特別西遊記麼？『隨處留心皆學問』這句話用到這裏，再確切沒有了。總之，讀書不要太受教科書的束縛，那就不会乾燥無味，也才有活鮮鮮的知識可以得得到。」

王有道聽了這話臉上表出心領神會很快活的氣色問道：

「那末，學校裏教地理為什麼要用一本死板板的教科書呢？若是每次用一段新聞來講不是更

好嗎？」

「這是理想的辦法，但事實上有許多困難。地理也是一門科學，牠有牠的體系，新聞所記的事件，並不是按照這體系發生的，所以不能用牠做材料來教授。一切課程都是如此，教科書是給我們各科的有體系的基本知識，是經過提鍊和組織的，所以是死板的，就和字典辭書一般。求活知識要以當前所遇見的事象做線索，而用教科書做參證。」

李大成原是對地理有興趣而且成績很好的，聽着馬先生的這番議論，不覺心花怒發，但同時他卻起了一個疑問。他所最感困難的算學，照馬先生的說法，自然是人人必需，無可否認的了。但怎樣可以是以人人能領受的呢？怎樣可以用活的事象做線索去學習呢？難道碰見一個龜鶴算的題目，硬去捉些烏龜白鶴擺了來看嗎？並且這樣的呆事，他也曾經做過！但是一無所得。他計算「大小二數的和是三十，差是四，求二數」這個題目的時候，曾經用三十個銅板放在桌上來試驗，先將四個銅板放在左手裏，然後兩手同時從桌上把剩的銅板一個一個地拿到手裏。到拿完時，左手是十七個，右手是十三個，因而他知道大數是十七，小數是十三。但他不能從這試驗中寫出算式 $(30-4) \div 2 = 13$ 和 $13+4 = 17$ 來。他不知道這位同學們稱爲「馬浪蕩」而相當尊敬的馬先生對於學習地理的意見是非常的好，他正教着他們的代數，爲什麼沒有同樣的方法指導他們。他於是向馬先生提出了這個質問：

「地理這樣學習，自然可以人人領受了，難道算學也可以這樣學習麼？」

「可以，可以。」馬先生毫不躊躇地回答，「不過精神相同，情形各異罷了。我最近正在思索這種方法，已經略有所得。好就讓我把你們來作第一次的試驗吧。今天我們談話的時間很久了，好在你們

和我一樣這暑假中都不到什麼地方去的，以後我們每天來談一次。我覺得學算學須從算術弄清楚起，所以我現在注意的全是學習解算術問題的方法。算術的根底打得好，對於算學自然有興趣，進一步去學代數，幾何也就不難了。」

從這次談話的第二天起，王有道和李大成還約了幾個同學每天來聽馬先生的講。以下便是李大成的筆記，經過和王有道斟酌而修正過的。

一 怎樣具體地表出數量以及兩個數量間的關係

學習一種東西，首先要把學習的態度弄好。現在一般人的學習，只是用耳朵聽先生講，把講的牢記住；用眼睛看先生寫，用手照抄下來，也牢牢記住。這正如拿了口袋到米店裏去買米一樣，付了錢，讓別人將米倒在口袋裏，自己背回家就完事大吉。把一口袋米放在家裏，肚子就不會餓了。壓買米的目的，是在把牠做成飯，喫到肚裏，將飯消化了，吸收生理上所需要的而將不需要的污排除去。所以飯得自己煮，自己喫，自己消化，養料得自己吸收，污得自己撒。就算買的是飯，飯是別人喂到嘴裏去的，但進嘴以後的一切工作總只有靠自己了。學校的先生所能給與學生的只是生米，和煮飯的方法，最多是飯，喂到嘴裏的事，先生對於學生已難辦到了。所以學習是要把先生所給的米變成飯，自己嚼，自己消化，自己吸收，自己排泄。教科書要成一本教科書，牠有少不來的材料，先生講給學生聽也有少不來的話，正如米要成米有少不來的成分一樣，但對於學生不是全有用場的，所以讀書有些是用不到記，正如喫飯有此要撒出來的一樣。

上面說的是學習態度的基本——自己消化、吸收、排泄。怎樣消化、吸收、排泄呢？學習和研究這兩個詞，大多數人都在亂用。讀一篇小說就是在研究文學，這是錯的。不過學習和研究的態度應當一樣。研究應當依照科學方法，學習也應當依照科學方法。所謂科學方法，就是從觀察和實驗收集材料，再加以分析綜合整理。學習也應當如此。要明瞭「的」字的用法，必須先留心到許多各式各樣含有「的」字的句子，然後比較，分析……

算學，就初等範圍內說，離不開數和量，而數和量都是抽象的，兩條板凳和三枝筆是具體的，兩條三枝以及兩和三全是抽象的。抽象的，照理無法觀察和實驗。然而爲了學習，我們無妨開一個方便法門，將牠具體化。昨天我的四歲的小女兒跑來向我要五個銅板，我忽然想到試驗她認識數量的能力，先只給她三個。她說只有三個，我便問她還差幾個。於是她把左手五指伸出來，右手將左手的中指無名指和小指捏住，看了一眼，說差兩個。這就是數量的具體表出的方便法門。這方便法門，不但是小孩子學習算學的「入德之門」，而且是人類建立全部算學的「初哉首基」。我們所用的不是十進數麼？用指頭代替銅板，當然可以用指頭代替人，代替馬，代替牛。然而指頭只有十個而且分屬於兩隻手，所以第一步就由兩隻手進化到用一隻手，而將指頭屈伸着或作種種形象以表數。不過數大了仍舊不便。好在人是喫飯的動物，這點聰明還有，於是更進化用筆塗點子來代替手指。到這一步自然能表出的數可以更多了，不過點子太多也難一目了然，而且在表示數和數的關係的時候更不便當。爲了這樣，有將牠改良的必要。

既可以用點來作具體地表出數的方便法門，當然可以用線段來代替點。嚴格地說，畫在紙上點

和線段實在是一樣的。用線段來表數量，第一步很容易想到這兩種形式：一，二，三，……和，||，|||，……這和點一樣地不便當，應得再加以改良。第二步，何妨將這些線段連結成爲一條長的線段，成爲直的

6	5	4	3	2	1	0
—	—	—	—	—	—	—
或橫的，	0	1	2	3	4	5
呢？	—	—	—	—	—	—

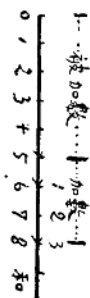
呢？本來用多少長的線段表出——這是個人的絕對自由，

任何法律也無從禁止的，所以只要在紙上畫一條長線段，再在這線段上隨便作一點算是起點零，再從這起點零起，依次取等長的線段使得1, 2, 3, 4, ……。

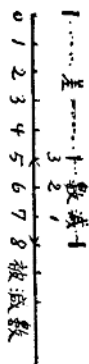
這是數量的具體表出的方便法門。

有了這方便法門，算學上的四個基本法則，都可以用畫圖來計算了。

(1) 加法——這用不到說明，如左圖，便是 $\infty + \infty = \infty$ 。

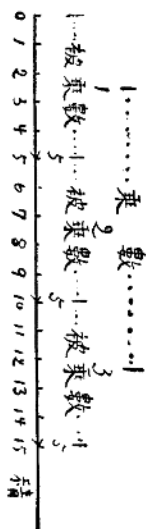


(2) 減法——只要把減數反過來畫就得了，如左圖便是 $\infty - \infty \parallel \infty$ 。



(3) 乘法——本來就是加法的簡便方法，所以和加法的畫法相似，只須所取被乘數的段數，和

乘數的相同；不過有小數時，須參用除法的畫法才能將小數部分畫出來。如左圖便是 $5 \times 3 = 15$ 。



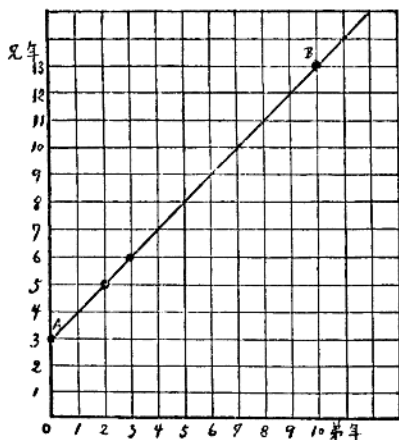
(4) 除法——這要用到幾何畫法中的等分線段的方法。如左圖便是 $15 \div 3 = 5$ 。



這圖的 0 A 是任意畫的。畫了 0 A，便從 0 起在上面取等長的任意三段 0 1, 1 2, 2 3。再將 3 和 15 連起來，過 1 畫一條線和牠平行，這線正好通過 5；5 就是商數。圖中的 2 10 一條線是爲了看起來更清爽畫的，實際上卻不必要。

懂得了四基法的畫法麼？現在進一步再來看兩個數的幾種關係的具體表出法。

兩個不同的數量，當然，若是同時畫在一條線段上，是要弄得眉目不清，莫明其「土地堂」的。假如這兩個數量根本沒有什麼瓜葛，那就自立門戶，各佔一條路線好了。若是牠們多少有些牽連要同居分炊，怎樣呢？正如學地理的時候，我們要明確地懂得一個城市是在地球上什麼地方，得知道牠的



經度和緯度一樣。這兩條線一是南北向，一是東西向，自不相同。但若將這城市所在的地方的經度畫一張圖，緯度又另畫一張畫，那還成什麼事體呢？畫地球是經緯度併在一張，表示兩個不同而有關連的數。現在正可抄襲這個辦法，好在牠不會在內政部註過冊，不許冒用。

用兩條十字交叉的線，每條表示一個數量，那交點就算是共通的起點0，這樣來源相同，趨向各別的法門，倒也是一件好玩的勾當。

(1) 差一定的兩個數量的表出法。

例 兄年十三歲，弟年十歲，兄比弟大幾歲？

用橫的線段表弟的年歲，直的線段表兄的年歲，他倆差三歲，就是說兄三歲的時候弟才出世，因而得A。但兄十三歲的時候弟是十歲，所以直的第十條線和橫的第十三條是相交的，因而得B。由這圖線上的各點橫直一看，便可知。

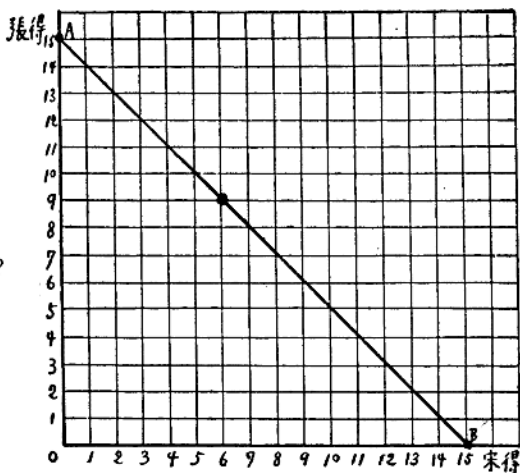
(i) 兄年幾歲(例如5歲)時，弟年若干歲(2歲)？

(ii) 兄弟年紀的差總是3歲

(iii) 兄年6歲時是弟年的兩倍。

.....

(2) 和一定的兩數量的表出法。



走二里路，三小時走多少里？

用橫的線段表示里數，直的線段表示時數。第一小時走了2里，因得A點，到第二小時便走了4里，因得B點。由這線上的各點橫直一看，便知道：

- (i) 3小時走了6里
- (ii) 4小時走了8里

例 張老大，宋阿二分十五塊錢，張老大得九塊，宋阿二得幾塊？

用橫的線段表宋阿二得的，直的線段表張老大得的，張老大一塌括子拿了去，宋阿二便兩手空空，因得A點。反過來，宋阿二一塌括子拿了去，張老大便兩手空空，因得B點。由這線上的各點橫直一看便知道：

- (i) 張老大得九塊的時候，宋阿二得六塊
- (ii) 張老大得三塊的時候，宋阿二得十二塊

(3) 一數量是他一數量的一定倍數的表出法。

例 一個小孩子每小時

〔未完〕

