

石油化工设备设计参考资料

废热锅炉元件强度计算研究报告(二)
废热锅炉椭圆管板的计算
广东化工学院

上海化学工业设计院石油化工设备设计建设组

石油化工设备设计参考资料
废热锅炉椭圆管板的计算

75-18-V-11

(内部资料 注意保存)

上海化学工业设计院石油化工设备设计室编

(上海南京西路 1858 号)

国营海峰印刷厂印刷

一九七五年六月

赠 阅

印 发 说 明

本文是我组组织有关单位对废热锅炉元件强度计算科研报告之(二)——废热锅炉椭圆管板的计算。由广东化工学院黄炎同志编写。内容主要是针对石化部第四设计院为鄂西化工厂设计的带膨胀节的列管式废热锅炉椭圆管板的强度进行应力分析，它的精确性还有待于试验验证。现在印发一则是为了征求意见，再则供设计参考用，希广大设计人员提出宝贵意见寄给我组。

上海化工设计院设备设计建设组

前 言

图一为一废热锅炉炉体，其上、下管板为椭圆形，外壳上装有膨胀节，其刚度甚小，可使管子在温度升高时接近于自由伸长，外壳上还装有数个波纹管，使外壳仍能承受一部分拉力，由于膨胀节与波纹管强度甚小，故将膨胀节予压，同时将波纹管予拉（或在波纹管的拉杆上方加一承压弹簧），膨胀节的予压缩由管子与管板焊接所固定。膨胀节的予压缩量和波纹管的予拉伸量（或弹簧的压缩量）均等于管子和外壳温度伸长量的差的一半，以保证锅炉受工作压力时，在常温和高温下，膨胀节和波纹管的最大应力均为极小。（参阅文献〔1〕最后例题）。

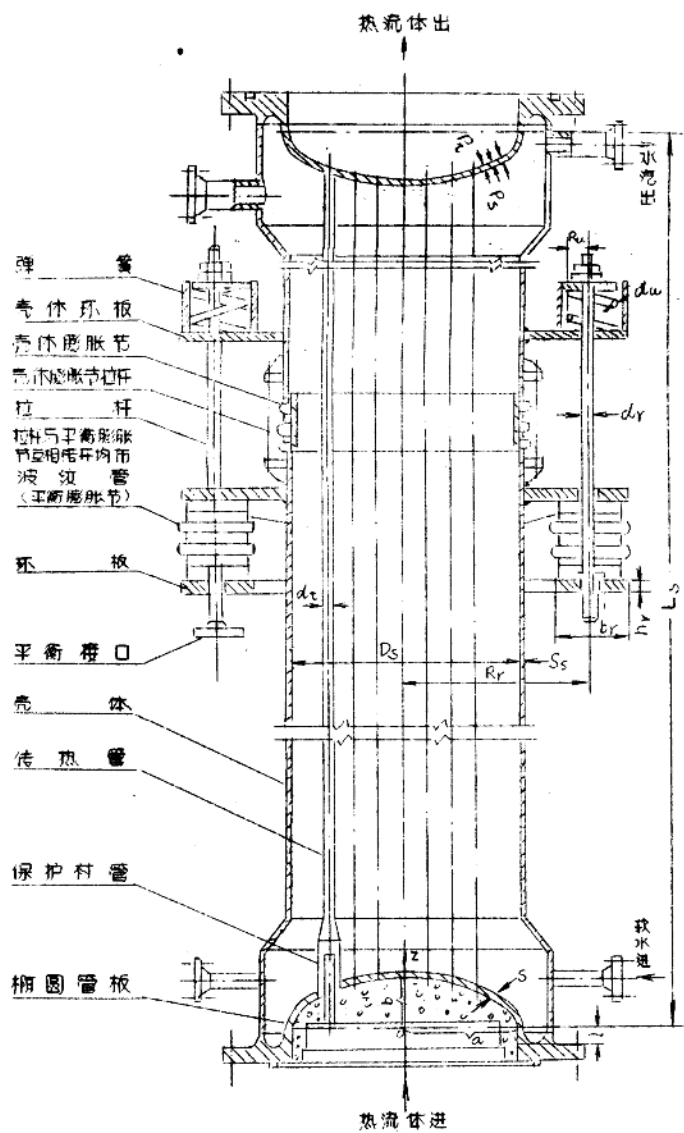


图 一

第一部分 管壳系统的计算

(一) 一般符号

- δ : 各部件互相作用的力引起的伸长
 δ' : 壳程压力和管程压力引起的伸长
 δ'' : 温度升高引起的伸长
 Δ : 变形系数 (刚度的倒数)
 E : 材料的弹性系数
 γ : 横向变形系数
 P : 轴向拉力 (压缩时为负)
 q : 管子与管板互相作用的单位折算拉力
 D : 内直径
 d : 外直径
 R, r : 中半径
 S : 厚度
 L : 长度
 n : 数目

下标: t : 管子的。 S : 外壳的。 p : 膨胀节的。

q : 波纹管的。 r : 拉杆或环板的。 不带下标为管板的。

P_s : 壳程压力

P_t : 管程压力

P_q : 波纹管内的压力

α : 温度线膨胀系数

t : 工作温度

t_0 : 常温

(二) 变形公式

$$\delta_t = \Delta t q \quad (1)$$

$$\Delta t = D_s^2 (L_s - 2Z) / 4 E_t n_t S_t (d_t - S_t) \quad (2)$$

式中， Z 为管板的竖坐标（见图一）。

$$\delta = -2 \Delta q \quad (3)$$

（管板的挠度向椭圆中心为正）

$$\Delta s = \frac{a(a^2 + b^2)}{6\psi ES b^3} (2a^2 + b^2 + 3\nu a^2) + (1 - \gamma) a^4 / 2b^2 ES \left(1 - \frac{d_t - 2St}{t}\right) \quad (4)$$

此式在以后计算管板的挠度时再证明。式中 t 为孔心距。

$$\delta_i = \Delta_i P_i \quad (i = S, p, q, r) \quad (5)$$

$$\Delta_s = (L_s - 2n_p r_{1p} - 2n_p r_{2p}) / \pi E_s S_s (D_s + S_s) \quad (6)$$

式中 n_p 为膨胀节的波数， r_{1p} 和 r_{2p} 分别为膨胀节外侧圆环和内圆环的经线曲率半径（见图二）。由文献〔1〕知：

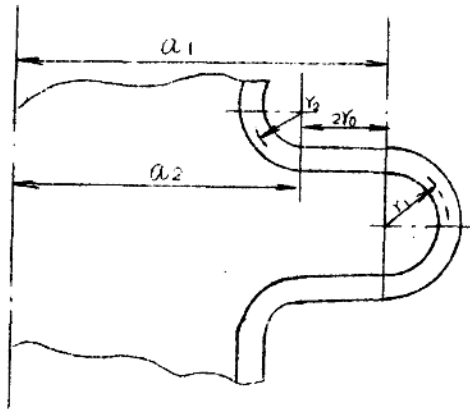


图 二

$$\Delta_p = 12(1-\gamma^2)n_p j_p^2 \left\{ \left(7.854 \times 10^{-4} + 1.0684 \times 10^{-2} \mu_{1p}^2 + \alpha_{1p}^2 (1 + 2.8699 \times 10^{-2} \mu_{1p}^2) \right) r_{1p}^3 / (1 + 2.0111 \times 10^{-4} \mu_{1p}^2) + \left(7.854 \times 10^{-4} + 1.0684 \times 10^{-2} \mu_{2p}^2 + \alpha_{2p}^2 (1 + 2.8699 \times 10^{-2} \mu_{2p}^2) \right) r_{2p}^3 / (1 + 2.0111 \times 10^{-4} \mu_{2p}^2) + \left(1 + 2.869 \times 10^{-2} \mu_{1p}^2 + \alpha_{1p}^2 (1.5708 + 1.1383 \times 10^{-4} \mu_{1p}^2) \right) 2r_{op} r_{1p}^2 / (1 + 2.0111 \times 10^{-4} \mu_{1p}^2) + 2r_{op}^2 \times \left(\frac{4}{3} r_{op} - X_p \right) \right\} f_p / \pi R_p E_p S_p^3 \quad (7)$$

式中： $\mu_{1p} = j_p m r_{1p}^2 / a_{1p} S_p$ ， $\mu_{2p} = -j_p m r_{2p}^2 / a_{2p} S_p$

$$X_p = r_{op} + (r_{1p} - r_{2p}) \left(\frac{\pi}{2} r_{op} + r_{1p} + r_{2p} \right) / \left(2r_{op} + \frac{\pi}{2} r_{1p} + \frac{\pi}{2} r_{2p} \right)$$

$$\alpha_{1p} = (2r_{op} - X_p) / r_{1p}, \quad \alpha_{2p} = X_p / r_{2p}$$

$$r_{op} = (a_{1p} - a_{2p}) / 2, \quad m = \sqrt{12(1-\gamma^2)}$$

式中 j_p 为膨胀节的层数， a_{1p} 和 a_{2p} 为外侧圆环中心和内侧圆环中心至对称轴的距离。 $f_p = f(j_p) < 1$ ，由实验确定。

波纹管 Δ_q 的计算式和等式(7)相同，但式中下标 p 应改为下标 q 。

$$\Delta_r = 4L_r / \pi E_r d_r^3 + (2\pi R_r / n_r - D_q) / 16E_r b_r h_r^3 + 64n_u R_u^3 / G_u d_u^4 \quad (8)$$

上式右边第一项为拉杆的变形系数。第二项为环板的变形系数， b_r 和 h_r 为环板横截面的宽和高。第三项为弹簧的变形系数。

$$\delta_t' = \gamma (p_s - p_t) (d_t - S_t) (L_s - 2Z) / 2E_t S_t \quad (9)$$

$$\delta' = \left\{ p_s \left(1 - \frac{n_t d_t^2}{D_s^2} \right) - p_t \left(1 - \frac{n_t (d_t - 2S_t)^2}{D_s^2} \right) \right\}$$

$$\left\{ \frac{a(a^2 - b^2)}{3\phi ESb^3} (2(a^2 - b^2) + 3\gamma(a^2 + b^2)) \right. \\ \left. + \frac{a^4}{\phi ES} \frac{1 - \gamma}{b^2} \right\} \quad (10)$$

此式在以后计算管板的挠度时再证明。式中 τ 为孔心距。

$$\delta s' = -\gamma p_s (D_s + S_s) (L_s - 2n_p r_{1p} - 2n_p r_{2p}) / 2ES S_s \quad (11)$$

$$\delta p' = 24(1 - \gamma^2) n_p p_s j_p^2 \left\{ (7.854 \times 10^{-1} + 1.0684 \times 10^{-2} \mu_{1p}^2 + \alpha_{1p}'' (1 + 2.8699 \times 10^{-2} \mu_{1p}^2)) r_{1p}^3 (2r_{op} + r_{2p}) / (1 + 2.0111 \times 10^{-1} \mu_{1p}^2) + (7.854 \times 10^{-1} + 1.0864 \times 10^{-2} \mu_{2p}^2 + \alpha_{2p}'' (1 + 2.8699 \times 10^{-2} \mu_{2p}^2)) \times r_{2p}^3 / (1 + 2.0111 \times 10^{-1} \mu_{2p}^2) + (1 + 2.869 \times 10^{-2} \mu_{1p}^2 + \alpha_{1p}'' (1.5708 + 1.1383 \times 10^{-1} \mu_{1p}^2)) 2r_{op} r_{1p}^2 (2r_{op} + r_{2p}) / (1 + 2.0111 \times 10^{-1} \mu_{1p}^2) + r_{op}^2 (2r_{op}^2 + \frac{8}{3} r_{op} r_{2p} - 2X_p'') \right\} f_{pp} / E_p S_p^3 \quad (12)$$

式中：
$$X_p'' = \left\{ \frac{4}{3} r_{op}^3 + r_{op}^2 (\pi r_{1p} + 2r_{2p}) + r_{op} r_{1p} (2r_{1p} + \pi r_{2p}) + (r_{1p}^2 - r_{2p}^2) r_{2p} \right\} / (2r_{op} + \frac{\pi}{2} r_{1p} + \frac{\pi}{2} r_{2p})$$

$$\alpha_{1p}'' = (2r_{op}^2 + 2r_{op} r_{2p} - X_p'') / r_{1p} (2r_{op} + r_{2p})$$

$$\alpha_{2p}'' = X_p'' / r_{2p}^2$$

$f_{pp} = f_p(j_p) < 1$ ，由实验确定。

波纹管 δ'_q 的计算式和等式(9)相同，但式中下标 p 应改为下标 q 。

p_s 应改为 p_q 。

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_t'' &= \alpha_t (t_t - t_0) (L_s - 2Z) \\
 \delta'' &= -\alpha (t - t_0) 2Z \\
 \delta_s'' &= \alpha_s (t_s - t_0) (L_s - 2n_p r_{1p} - 2n_p r_{2p}) \\
 \delta_p'' &= \alpha_p (t_p - t_0) 2n_p (r_{1p} + r_{2p}) \\
 \delta_q'' &= \alpha_q (t_q - t_0) 2n_q (r_{1q} + r_{2q})
 \end{aligned} \right\} (13)$$

(三) 基本理论

在以后的计算中容易看出：由于膨胀节和波纹管的刚度比起其他部件的刚度是微小的，故当膨胀节予压和波纹管予拉时，其他部件相应引起的变形将是微小的，可以略去不计。

1. 设膨胀节的予压缩量为 τ_p ，则管壳系统工作时的变形关系为：(2)

$$\delta_t + \delta_t' + \delta_t'' = \delta_s + \delta_s' + \delta_s'' + \delta_p + \delta_p' + \delta_p'' + \tau_p + \delta + \delta' + \delta'' \quad (14)$$

2. 设波纹管的予拉伸量为 τ_q ，则波纹管系统工作时的变形关系为：

$$\delta_r = \delta_p + \delta_p' + \delta_p'' + \tau_p + \delta_q + \delta_q' + \delta_q'' - \tau_q \quad (15)$$

3. 截断管与壳，则平衡关系为：

$$\begin{aligned}
 P_s + \int_0^{D_s/2} q 2\pi r dr &= p_s \frac{\pi}{4} (D_s^2 - n_t d_t^2) \\
 &+ p_t \frac{\pi}{4} n_t (d_t - 2S_t)^2
 \end{aligned} \quad (16)$$

4. 截断波纹管与拉杆，则平衡关系为：

$$P_q + P_r = p_q \frac{\pi}{4} D_q^2 \quad (17)$$

5. 截断膨胀节，外壳与拉杆，则平衡关系为

$$P_s = P_p + n_r P_r \quad (19)$$

(四) 内力计算

在求管壳系统的近似解时，可以取 q 等于常数，则等式(16)成为：

$$P_s = P - P_t \quad (19)$$

式中： $P_t = \frac{\pi}{4} D_s^2 q$ ， $P = P_s \frac{\pi}{4} (D_s^2 - n_t d_t^2) + p_t \frac{\pi}{4} n_t (d_t - 2S_t)^2$

由等式(18)得：

$$P_r = P_s / n_r - P_p / n_r \quad (20)$$

将上式代入等式(17)及：

$$P_q = P_q \frac{\pi}{4} D_q^2 - P_s / n_r + P_p / n_r \quad (21)$$

将以上二式代入等式(5)，然后代入(15)得：

$$P_p (n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r) = P_s (\Delta q + \Delta r) - \Delta q n_r P_q \frac{\pi}{4} D_q^2 - n_r (\delta_p' + \delta_p'' + \tau_p + \delta_q' + \delta_q'' - \tau_q) \quad (22)$$

将上式和等式(5)，以及等式(1)一齐代入(14)并应用到等式(19)得：

$$\begin{aligned} & P_t \left(\Delta_t / \frac{\pi}{4} D_s^2 + 2\Delta / \frac{\pi}{4} D_s^2 + \Delta_s + \Delta_p \frac{\Delta q + \Delta r}{n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r} \right) \\ & = P (\Delta_s + \Delta_p \frac{\Delta q + \Delta r}{\Delta_p n_r + \Delta q + \Delta r}) - P_q \frac{\pi}{4} D_q^2 \frac{\Delta p \Delta q n_r}{n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r} \\ & + \delta_s' + \delta_s'' + \delta_t' + \delta_t'' - \delta_t' - \delta_t'' + \frac{\Delta q + \Delta r}{n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r} (\delta_p' + \delta_p'' + \end{aligned}$$

$$+\tau_p) - \frac{\delta q' + \delta q'' - \tau_q}{n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r} \Delta p n_r$$

计算结果(见例题)表明,管子、管板、外壳、拉杆、环板的变形系数和压力引起这些零件的变形,比起膨胀节、波纹管、弹簧的变形系数和压力引起这些零件的变形是微小的,可以略去不计,将等式(13)代入上式,并略去小量后得:

$$P_t = P - n_r p_q \frac{\pi}{4} D_q^2 \frac{\Delta q}{\Delta q + \Delta r} + \frac{\delta p' + \tau_p}{\Delta p} - n_r \frac{\delta q' - \tau_q}{\Delta q + \Delta r} - \frac{n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r}{\Delta p (\Delta q + \Delta r)} \tau'' \quad (23)$$

式中: $\tau'' = (\alpha_t (t_t - t_0) - \alpha_s (t_s - t_0)) E$

将上式代入等式(19)得:

$$P_s = n_r p_q \frac{\pi}{4} D_q^2 \frac{\Delta q}{\Delta q + \Delta r} - \frac{\delta p' + \tau_p}{\Delta p} + n_r \frac{\delta q' - \tau_q}{\Delta q + \Delta r} + \frac{n_r \Delta p + \Delta q + \Delta r}{\Delta p (\Delta q + \Delta r)} \tau'' \quad (24)$$

将上式代入等式(22),并略去小量后得:

$$P_p = (\tau'' - \tau_p - \delta p') / \Delta p \quad (25)$$

将以上二式代入等式(20)和(21)得:

$$P_r = (p_q \frac{\pi}{4} D_q^2 \Delta q + \delta q' - \tau_q + \tau'') / (\Delta q + \Delta r) \quad (26)$$

$$P_q = (p_q \frac{\pi}{4} D_q^2 \Delta r - \delta q' + \tau_q - \tau'') / (\Delta q + \Delta r) \quad (27)$$

(五) 予拉、压量的计算

略去小量之后，等式(14)为：

$$\delta_{\tau}'' = \delta_{\delta}'' + \delta_p + \delta_p' + \tau_p$$

即 $\delta_p' + \delta_p = \tau'' - \tau_p$ (20)

上式左边为膨胀节的总伸长，上式右边即其计算的值。当温度未升高时， $\tau''=0$ ，即膨胀节压缩一距离 τ_p ，当温度升高时，膨胀节伸长一距离 $\tau'' - \tau_p$ ，当二距离相等时，膨胀节受力为最小，故应有 $\tau_p = \tau'' - \tau_p$ ，即 $\tau_p = \frac{1}{2} \tau''$ ，即膨胀节的予压缩量应等于温度伸长量的一半。

在没有弹簧的情形时， Δ_r 亦为小量，在略去小量之后，等式(15)为：

$$\delta_p + \delta_p' + \tau_p + \tau_q + \delta_q' - \tau_q = 0$$

将等式(20)代入上式得：

$$\delta_q + \delta_q' = \tau_q - \tau''$$

当温度未升高时， $\tau''=0$ ，即波纹管伸长一距离 τ_q ，当温度升高时，波纹管缩短一距离 $\tau'' - \tau_q$ ，故使波纹管受力为最小时应有 $\tau_q = \tau'' - \tau_q$ ，即 $\tau_q = \frac{1}{2} \tau''$ ，即波纹管的予拉伸量应为温度伸长量的一半。

在有弹簧的情形时， $\tau_q=0$ ，将等式(20)代入(14)、(15)，并略去小量后得：

$$\delta_q + \delta_q' = \delta_r - \tau''$$

将等式(20)代入(5) ($i = r$)，然后代入上式，当 $\tau_q=0$ 时，得：

$$\delta_q + \delta_q' = (\Delta_r \Delta_q P q \frac{\pi}{4} D_q^2 + \Delta_r \delta_q' - \Delta_q \tau'') / (\Delta_q + \Delta_r)$$

当温度未升高时，波纹管伸长的距离为：

$$\Delta r (\Delta q P q \frac{\pi}{4} D q^2 + \delta q') / (\Delta q + \Delta r)$$

当温度升高时，波纹管缩短的距离为

$$\tau'' \Delta q / (\Delta q + \Delta r) - \Delta r (\Delta q P q \frac{\pi}{4} D q^2 + \delta q') / (\Delta q + \Delta r)$$

令以上二式相等，即波纹管受力最小时弹簧的变形系数为：

$$\Delta r = \tau'' / 2 (P q \frac{\pi}{4} D q^2 + \delta q' / \Delta q) \quad (29)$$

弹簧的变形系数必须与上式相近，如弹簧的变形系数太大（即刚度太小），则波纹管将伸长太大以致破坏，如弹簧的变形系数太小，则可将拉杆的螺帽扭松，产生一空隙，其长度应使波纹管在工作时的伸长量和缩短量大致相等，设予留空隙的长为 τ_r ，在略去小量之后，等式(15)应为

$$\delta r + \tau_r = \delta p + \delta p' + \tau_p + \delta q + \delta q'$$

将等式(5) ($i = r$) 和(28)代入上式得

$$\Delta r P r + \tau_r = \tau'' + \delta q + \delta q'$$

将等式(17)代入上式，并应用到(5) ($i = q$) 得

$$\Delta r P q \frac{\pi}{4} D q^2 - \frac{\Delta r}{\Delta q} \delta q + \tau_r = \tau'' + \delta q + \delta q'$$

$$\text{即 } \delta q + \delta q' = (\Delta r \Delta q P q \frac{\pi}{4} D q^2 + \Delta r \delta q' - \Delta q \tau'' + \Delta q \tau_r) / (\Delta q + \Delta r)$$

当温度未升高时，波纹管伸长的距离为

$$(\Delta r \Delta q P q \frac{\pi}{4} D q^2 + \Delta r \delta q' + \Delta q \tau_r) / (\Delta q + \Delta r)$$

当温度升高时，波纹管的缩短量为

$$\Delta q \tau'' / (\Delta q + \Delta r) - (\Delta r \Delta q p q \frac{\pi}{4} D q^2 + \Delta r \delta q' + \Delta q \tau_r) / (\Delta q + \Delta r)$$

令二式相等得

$$\tau_r = \frac{\tau''}{2} - \Delta r \left(p q \frac{\pi}{4} D q^2 + \frac{\delta q}{\Delta q} \right) \quad (30)$$

(六) 计算实例

(1) 实例数据

$p_s = 0.4$ $p_t = 0$ $p_q = 0.2$ $E = 2.03 \times 10^4$ $G_u = 8 \times 10^3$
 (以上单位为 kg/mm^2) $d_t = 32$ $S_t = 3.5$ $a = 255$ $b = 130$
 $S = 10$ $t = 65$ $D_s = 470$ $S_s = 24$ $L_s = 11710$ $r_{1p} = 9$
 $r_{2p} = 8$ $a_{1p} = 254$ $a_{2p} = 245$ $S_p = 4$ $r_{1q} = r_{2q} = 7.5$
 $a_{1q} = 90.25$ $a_{2q} = 83.25$ $S_q = 1.5$ $d_r = 36$ $L_r = 1240$
 $R_r = 400$ $br_1 = 276$ $br_2 = 20$ $hr_1 = 20$ $hr_2 = 60$
 $R_u = 77.5$ (以上单位为 mm) .
 $n_t = 28$ $n_p = 8$ $j_p = 8$ $n_q = 9$ $j_q = 3$ $n_r = 6$ $n_u = 3$
 $\gamma = 0.3$

(2) 变形计算

应用变形公式(1)~(13)，略去小量后及：

$$\Delta t / \frac{\pi}{4} D_s^2 = 11710 / 28 \pi \times 2.03 \times 10^4 \times 3.5 (32 - 3.5)$$

$$= 6.58 \times 10^{-3}$$

$$2\Delta / \frac{\pi}{4} D_s^2 = 4(1 - 0.3) 255^2 / 10 \pi \times 2.03 \times 10^4 \times 130^2 \times$$

$$\times 470^2 \left(1 - \frac{32-7}{65}\right) = 8.3 \times 10^{-6}$$

$$\Delta s = 11710 / \pi 24 (470 + 24) \times 2.03 \times 10^4 = 1.5 \times 10^{-3}$$

$$m = \sqrt{12(1-0.3^2)} = 3.3 \quad R_p = (254 + 9 + 245 - 8) / 2 = 250$$

$$r_{0p} = (254 - 245) / 2 = 4.5 \quad \mu_{1p} = 8 \times 3.3 \times 9^2 / 254 \times 4 = 2.1$$

$$\mu_{2p} = 8 \times 3.3 \times 8^2 / 245 \times 4 = 1.725$$

$$X_p = 4.5 + (9 - 8) \left(\frac{\pi}{2} \times 4.5 + 9 + 8 \right) / \left(2 \times 4.5 + \frac{\pi}{2} \times 9 + \frac{\pi}{2} \times 8 \right)$$

$$= 5.175$$

$$\alpha_{1p} = (2 \times 4.5 - 5.175) / 9 = 0.425 \quad \alpha_{2p} = 5.175 / 8 = 0.647$$

将以上数值代入等式(7)得 $\Delta p = 0.01002 f_p$

$$R_q = (90.25 + 83.25) / 2 = 86.75 \quad r_{0q} = (90.25 - 83.25) / 2 = 3.5$$

$$\mu_{1q} = 3 \times 3.3 \times 7.5^2 / 90.25 \times 1.5 = 4.12 \quad \mu_{2q} = 3 \times 3.3 \times 7.5^2 / 83.25 \times 1.5 = 4.46$$

$$X_q = 3.5 \quad \alpha_{1q} = \alpha_{2q} = 3.5 / 7.5 = 0.467$$

将以上数值代入等式(7)得 $\Delta q = 0.0248 f_q$

$$\Delta r = 4 \times 1240 / 2.03 \times 10^4 \pi \times 36^2 + (800\pi / 6 - 150)^2 / 16 (276 \times 20^3 + 20 \times 60^3) \times 2.03 \times 10^4 = 6.97 \times 10^{-3} \text{ (不包括弹簧)}$$

由此可见 $\Delta t / \frac{\pi}{4} D_s^2$, $2\Delta / \frac{\pi}{4} D_s^2$, Δs , $\Delta r \ll \Delta p, \Delta q$

$$\delta t' = 0.3 \times 0.4 \times (32 - 3.5) \times 11710 / 2 \times 3.5 \times 2.03 \times 10^4 = 0.279$$

$$\delta' = 0.4 \times (1 - 0.3) \left(1 - \frac{28 \times 32^2}{470^2} \right) \times 255^4 / 10 \times 2.03 \times 10^4 \times$$

$$\times 130^2 \left(1 - \frac{32-7}{65}\right) = 0.496 \text{ (二个管板的)}。$$

$$\delta_s' = -0.3 \times 0.4(470+24) \times 11710 / 2 \times 2.03 \times 10^4 \times 24 =$$

$$= -0.715$$

$$X_p'' = \left(\frac{4}{3} \times 4.5^3 + 4.5^2(9\pi + 2 \times 8) + 4.5 \times 9(2 \times 9 + 8\pi) + \right.$$

$$\left. + (9^2 - 8^2) \times 8 \right) \div \left(2 \times 4.5 + \frac{\pi}{2} \times 9 + \frac{\pi}{2} \times 8 \right) = 81.6$$

$$\alpha_{1p}'' = (2 \times 4.5^2 + 2 \times 4.5 \times 8 - 81.6) / 9(2 \times 4.5 + 8) = 0.203$$

$$\alpha_{2p}'' = 81.6 / 8^2 = 1.276$$

由等式(9)得 $\delta_p' = 76.2 f_{pp}$

$$X_q'' = \left(\frac{4}{3} \times 3.5^3 + 3.5^2 \times 7.5(2 + \pi) + 3.5 \times 7.5^2(2 + \pi) \right) /$$

$$(2 \times 3.5 + 7.5\pi) = 50.4$$

$$\alpha_{1q}'' = (2 \times 3.5^2 + 2 \times 3.5 \times 7.5 - 50.4) / 7.5(2 \times 3.5 + 7.5)$$

$$= 0.1525$$

$$\alpha_{2q}'' = 50.4 / 7.5^2 = 0.895$$

由等式(9)得 $\delta_q' = 29.9 f_{pq}$

(3) 内力计算 没有弹簧时, 应用等式(23)~(27)并假设 $f_p = f_{pp}$, $f_q = f_{pq}$ 得

$$P_p = - \frac{76.2}{0.01002} = -7600$$

$$P_q = - \frac{29.9}{0.0248} = -1200$$

$$P_r = 0.2 \times \frac{\pi}{4} \times 150^2 - (-1200) = 4730$$