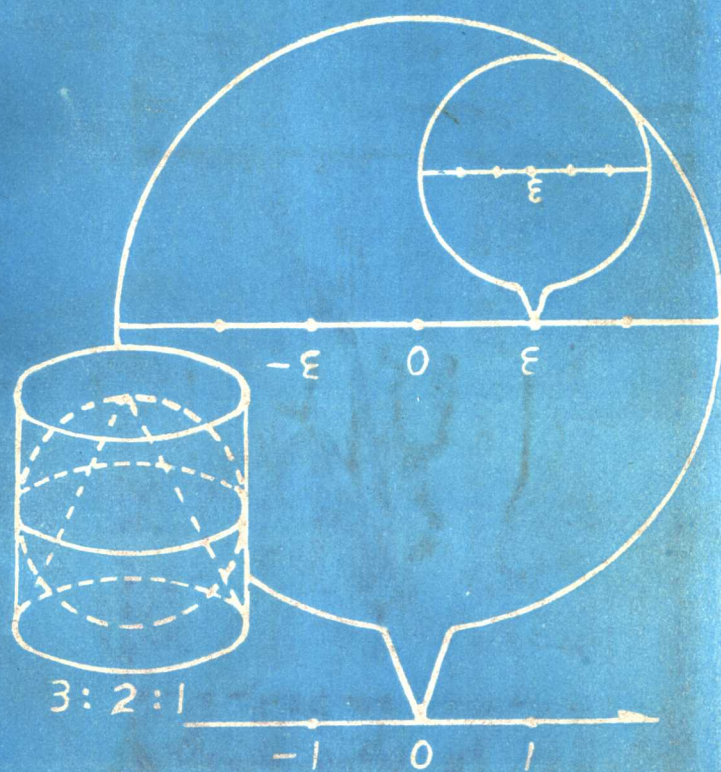


数学史数学方法论

选 讲

朱 学 志



41

黑龙江省林业教育学院

数学史数学方法论

选 讲

朱 学 志

黑龙江省林业教育学院

前 言

作为一门新的课程《数学史数学方法论》选讲，近几年来曾在黑龙江大学、哈尔滨师范大学、哈尔滨工业大学、东北林学院以及省内的几个师专、教育学院等单位，给有关专业（数学、物理、自然辩证法、哲学）的研究生、本科、专科、教师进修班的学生讲过多次，由于对象和时间不同，所讲内容也有所差异。

数学史、数学方法论实属两个学科；数学方法论作为一门课。在我国目前尚少为人们所理解和接受，我没有按数学方法论的诸范畴来立论。意在通过数学各学科的概念、理论的形成和发展的过程来揭示方法的本质和内在的统一性；以期在数学史的知识、数学方法的演变、数学哲学的理解等诸方面满足学生们一定的需要。尽管注意了作为讲授用的教材和供数学、哲学基础尚比较有限的学生来阅读的资料（并非什么学术性专著），并能开阔思想等特点；但是仍难于作得使自己和学生满意。

1983年上半年把讲过的某些内容匆促整理成稿，由哈尔滨师范大学首次打印，1984年初由东北林学院再次打印。开设此课，以及编写、打印讲义过程中曾得到有关单位的领导和同志们们的热情鼓励和支持，在此一并表示感谢。

现在这部讲义可作为60—70学时选修课的教材；由于各篇章都相对独立，从而可供各种讲座，按时间多少和需要选用其中某些部份。

自《关于开设数学史、数学方法论的几点看法》一文在《数学通报》八四年三期发表后，引起了很大的反响，收到了来自北京、上海、南京、重庆、沈阳、云南、福建几乎全国各省市的大专院校、教育学院、中学、各种学校乃至机关和边远县社中学教师和学生的数百封信件。对拙文给予热情洋溢的鼓励，对我所作的一点工作给予了肯定和很高的评价。并非我本人作了什么重要工作，而是反映了一种重要的社会需要。

其中有不少大专院校中有修养的也作过些类似工作的同行的来信，谈到工作中类似的感受，给我很大帮助，我向这些老师们深表敬意，愿与这些同志们共同努力，为教育工作尽力，在今后的工作中互相联系、互相帮助。

其中也有大量各级中学教师的来信，都谈到了教学实践中具体、深刻的体会。这些对我也有极大的帮助，还有现在正在大学数学科系中学习的学生的来信，也表达了相同的热情和愿望，都反映学习和开设这方面课程的现实和长远的意义。

这些信中情真意切的文字，都共同的反映了，现在处于科学文化走向新时代的过程中，数学教育的改革问题，不仅是具体知识信息的编排和传递，而在科学史，在科学方法论、科学哲学方面也不可避免的要迅速赶上来。这一点在我国科学教育方面确显得薄弱，相信在更多人的努力下会很快有所改变，我愿与大家起尽微薄之力。

鉴于我院教学上作教材之用，结合各省市兄弟院校急切的需要，在我院领导和同志们们的热情支持下，本讲义得以迅速付印，以应急需。

本讲义仓促成稿，短缺、草率之处不少，由于工作忙、时间紧，付印前不仅没得机

会作必要的修改和增删（如准备写的非欧几何、几何基础、希尔伯特与哥廷根学派、近世代数与群论的应用、统计数学、泛函分析与近代物理、宇宙几何与相对论、计算机科学与人工智能等），有些明显的遗漏尚未得到弥补，对其中的不足实感不安。

对本讲义现在正从体系上进行重新安排，在内容上作较大的增删，努力突出数学思想史、数学方法、数学哲学相溶合之特色；争取正式出版时，能以更好、更完整的面貌与广大读者见面。

本讲义在这次付印过程中，我们部的一些同志们在制图、校对、发行工作中付出了很大的劳动；在编写讲义过程中一些师友给予了不少的帮助，哈尔滨师专数学科刘培杰同学等在修改中作了不少有益的工作，对此我都表示衷心的感谢。

朱 学 志

1984年5月于哈尔滨。

目 录

绪 论

- 一、有关科学史和科学方法论的几点认识…………… (1)
- 二、科学分类：…………… (6)
 - 于光远的分类；钱学森的分类、思维科学
- 三、科学与美学、逻辑与直觉…………… (8)
- 四、科学史分期…………… (11)
 - (一) 科学学和科学中心的转移…………… (11)
 - (二) 科学史分期的原则…………… (12)
 - (三) 科学史的三个时期…………… (12)
 - (四) 近代科学的三个时期…………… (13)
 - (五) 现代科学的一些特点…………… (14)
- 五、数学史分期…………… (15)
 - (一) 萌芽时期…………… (15)
 - (二) 初等数学时期…………… (15)
 - (三) 变量数学时期及特点…………… (15)
 - (四) 近代数学时期及特点…………… (15)
 - (五) 现代数学时期的特点及标志…………… (15)

第一篇 古代数学思想和初等数学

- 第一章 远古在数学上有贡献的几个民族…………… (18)
 - (一) 埃 及…………… (18)
 - (二) 巴比伦…………… (19)
 - (三) 印 度…………… (21)
- 第二章 中国古代数学…………… (22)
 - 一、悠久的历史文化…………… (22)
 - 二、先秦时期的哲学和数学…………… (23)
 - (一) 易经，八卦和排列组合…………… (23)
 - (二) 老庄哲学和辩证法、极限思想…………… (24)
 - (三) 《墨经》中的数学和逻辑…………… (25)
 - (四) 中国古代的“元气说”与笛卡尔的“以太旋涡论”…………… (26)
 - (五) 西方科学界的东方哲学热…………… (27)
 - 三、算经十书…………… (28)
 - (一) 算经十书的形成…………… (28)
 - (二) 《周髀算经》…………… (28)
 - (三) 《九章算术》…………… (29)
 - (四) 刘徽对中国古算学理论的贡献…………… (30)

(五) 《孙子算经》和“物不知其数”——中国的剩余定理	(33)
(六) 其它算经	(34)
四、古代数学家	(34)
(一) 祖冲之、祖暅	(34)
(二) 沈括及其《梦溪笔谈》	(35)
(三) 秦九韶和“大衍求一术”	(36)
(四) 杨辉三角、莱布尼兹三角、递归模型、数学归纳法	(37)
(五) 明、清前其他各家：一行(张遂)、郭守敬、 朱世杰、理学家	(42)
五、西方数学的输入	(43)
启蒙大师徐光启、梅氏家族、承前启后的李善兰、 沟通中西文化的先驱者利马窦	
六、十四世纪我国数学中断之原因	(46)
附录：圆周率之今昔	(48)
(一) 中国古代关于圆周率的计算和研究	(48)
(1) “周三径一”之说	(48)
(2) “割圆术”与“徽率”	(48)
(3) 约率、密率、祖率	(49)
(二) 古代外国的圆周率	(50)
阿基米德的割圆术、鲁道夫数	
(三) π 的级数展开，分析法的应用	(51)
(四) π 、 e 、 i 的奥秘	(52)
(五) π 值的计算竞赛	(53)
几何法、分析法和计算机的使用	
(六) “蒲丰氏问题”与 π 的计算	(53)
(七) π 的性质	(54)
π 的无理性、超越性和统计规律性	
第三章 古希腊哲学和几何学	(57)
一、光辉的希腊文化	(57)
二、泰利斯和爱奥尼亚学派	(58)
三、毕达哥拉斯学派和“万物皆数”	(58)
四、毕达哥拉斯及其教育、哲学思想评介	(60)
(一) 概 况	(61)
(二) “数的系统”——毕达哥拉斯哲学基本观点，数是什么、 数和范畴、数和宇宙、数和音乐	(61)
(三) 实践、道德哲学	(65)
(四) 对于数及数的哲学的一些评论	(65)
五、“宇宙的和谐”——数、天体运动和音乐	(67)
六、德谟克里特的原子论	(68)

七、爱利亚学派和芝诺疑难	(69)
八、诡辩学派和尺规作图三大不能问题	(70)
(一) 普罗他哥拉斯、高尔吉亚的怀疑论	(70)
(二) 尺规作图三大不能问题	(71)
(三) 割圆曲线	(73)
(四) 穷竭法	(75)
九、伯拉图学派的哲学和数学	(75)
十、亚里士多德	(77)
(1) 概 况	(77)
(2) 关于点、线、连续性和无限	(78)
(3) 亚里士多德的自然哲学著作	(78)
(4) 关于时间、空间和运动	(79)
(5) “四因说”和“整体性悖论”	(81)
(6) 逻辑学	(83)
十一、欧几里得和《几何原本》	(85)
(一) 欧几里得其人	(85)
(二) 《几何原本》的形成	(85)
(三) 《几何原本》内容、方法简介	(86)
(四) 《原本》的意义和局限性	(89)
(五) 第五公设和非欧几何	(89)
十二、阿波罗尼斯及其《圆锥曲线论》	(89)
(一) 亚历山大时期三大家之一	(89)
(二) 《圆锥曲线论》内容简介	(90)
(1) 圆锥曲线之直径	(90)
(2) 极线、极点调和性质	(90)
(3) 焦点性质	(90)
(4) 极大线、极小线、法线、渐屈线	(91)
(5) 阿波罗尼斯(切触)问题	(91)
(6) 座标的萌芽	(91)
十三、阿基米德——“数学的神”	(91)
(一) “我可以移动这个地球”	(92)
(二) “砂粒计算器”	(92)
(三) “圆柱内切球”的墓碑	(92)
(四) 阿基米德螺线	(92)
(五) 数学中的力学方法——“阿基米德方法”	(93)
(六) 兼收并蓄、抽象与具体相结合	(93)
十四、罗马帝国和希腊文化的衰退	(93)
(一) 希腊、罗马文化的差异	(93)
(二) 排斥异教、“焚书坑儒”	(93)

十五、蜂房数学	(94)
第四章 算术和代数	(96)
(一) 数系的演变	(96)
(1) 印度——阿拉伯数字	(96)
(2) 无理数	(96)
(3) 负数	(97)
(4) 虚数、复数、闵可夫斯基的四维空间	(97)
(5) 哈密顿的四元数和向量；三维复数的寻找。四元数 的性质，四元数和场论、四元数和向量	(100)
(6) 格拉斯曼的“扩张论”、超复数和张量	(102)
(7) 复数域扩张的不可能性和结合代数	(102)
(8) 非正统复数及其物理意义、泡利矩阵	(103)
(二) 从算术到代数的飞跃，代数符号的使用和改进	(104)
(三) 皮卡克关于《型的永恒性原理》	(105)
(四) 波恩的《符号和实在》	(107)
(五) 丢番图方程	(108)
(六) 斐波那契数、黄金分割和优选法	(108)
(七) “黄金分割”与美学	(109)
(八) 方程式和笛卡尔法则	(110)
(九) 对数和指数	(110)
(十) 其它：三角、计算器	(111)
第五章 数论及其猜想的意义	(112)
(1) 《几何原本》、费尔马和数论	(112)
(2) 费尔马的无限递降法	(112)
(3) 费尔马大定理与莫德尔猜想	(113)
(4) 费尔马无限减小原理； 用代数方法、几何方法证明正方形 一边与对角线的不可通约性	(114)
(5) 华林猜想	(115)
(6) 哥德巴赫猜想和筛法	(116)
(7) 素数的无限性 素数无限性的欧几里得证明、欧拉证明、素数分布的特性	(116)
(8) 数论中的“华罗庚——王元方法”及评论	(118)
(9) 数论和多体稳定性理论	(119)
(10) 黎曼猜想	(120)
(11) 素数分布和人才学的一个数学模型	(121)
(12) 素数的一些猜想	(122)
(13) 数学猜想的意义	(123)
第六章 欧洲的中世纪和文艺复兴的科学思想和数学	(125)

(一) 中世纪	(125)
(二) 文艺复兴	(126)
(三) 代数和几何关系	(127)

第二篇 变量数学

第七章 解析几何(座标几何)	(130)
(一) 笛卡尔哲学	(130)
(1) 培根—笛卡尔科学(归纳演绎科学)	(130)
(2) 笛卡尔哲学的原则	(130)
(3) 笛卡尔的“空间”和“旋涡”	(130)
(二) 笛卡尔的《几何》	(131)
(1) 《方法论》与解析几何的诞生	(131)
(2) 座标、曲线和方程、帕卜斯问题	(131)
(3) 折射定律和“最小作用原理”	(132)
(4) 笛卡尔卵形线	(132)
(三) 费尔马的工作	(133)
(四) 解析几何的意义和进一步的完备	(133)
(五) 牛顿的 n 阶曲线的直径的理论	(134)
(六) 惯性椭圆	(134)
(七) 直纹二次曲面——直、曲关系	(135)
(八) 各种座标系、 n 维空间	(135)
向量分解、付氏级数、流形	
(九) 摆线的性质和历史	(135)
(1) 摆线的直观定义、参数方程	(136)
(2) 亚里士多德的诡辩	(136)
(3) 托勒密宇宙系	(136)
(4) 渐伸线、渐屈线	(136)
(5) 各种摆线的关系	(136)
(6) 甲虫“数学家”	(137)
(7) 摆线的弧长和所围的面积	(137)
(8) 具无穷多拱的外摆线	(138)
(9) 摆线名称的由来	(138)
(10) 狡黠的光线—最速降线问题	(138)
第八章 射影几何、克莱因及其爱尔兰根纲领	(140)
(一) 仿射变换	(140)
仿射变换定义和不变性、二阶曲线的 9 个仿射分类、 仿射变换的公式	
(二) 正交变换	(141)
(三) 用仿射变换求椭圆面积	(141)

(四) 伽里略变换和洛伦兹变换·····	(142)
(五) 射影变换、射影几何·····	(143)
(六) 克莱因的科学和教育活动·····	(144)
(1) 十九世纪中叶的数学·····	(144)
(2) 克莱因的科学研究·····	(144)
(3) 克莱因的数学教育思想·····	(144)
(七) 爱尔兰根纲领·····	(145)
(1) 几何理论的“伟大的综合”·····	(145)
(2) 基本观点·····	(145)
(八) 自守函数理论的形成·····	(146)
(1) 椭圆积分·····	(146)
(2) 椭圆函数·····	(147)
(3) 自守函数·····	(148)
(九) 克莱因学术思想评介·····	(148)
(1) 前辈的影响·····	(148)
(2) 综合的能手·····	(149)
(3) 对科学的“人文主义观点”·····	(149)
(4) 从抽象中得到具体·····	(149)
(5) 局限性——对公理法的否定·····	(149)
(6) 实证主义的色彩·····	(150)
第九章 微积分、无限小的思想渊源·····	(151)
(一) 古代哲学中相关的数学思想·····	(151)
(1) 毕氏学派的“万物皆数”和数学单子论·····	(151)
(2) 伯拉图的“理性主义”·····	(151)
(3) 芝诺疑难·····	(151)
(4) 穷竭法与割圆术·····	(151)
(5) 亚里士多德的“直觉主义”·····	(152)
(6) 兼收并蓄的阿基米德·····	(153)
(二) 中世纪的欧洲·····	(154)
(1) 思辨的经院哲学·····	(154)
(2) 不可分量和连续统·····	(154)
(3) 两种无限·····	(154)
(4) 关于“形态幅度”的论述·····	(155)
(5) 连续性原则、思辨精神对无限概念的意义·····	(156)
第十章 一百年的孕育·····	(157)
微积分产生的社会背景(简述)·····	(157)
(一) 解析几何方法的应用·····	(158)
(二) 切线和变化率问题·····	(158)
(三) 极值问题·····	(159)

(四) 求积问题.....	(160)
(五) 二项式定理和级数.....	(161)
(六) 不可分量、无穷小、连续、极限.....	(162)
(七) 微分三角形.....	(164)
(八) 运动的“倾向”，量的“生成”.....	(165)
(九) 微积分基本问题及其互逆关系，求切线与求积问题的互逆关系.....	(165)
第十一章 牛顿、莱布尼兹，微积分的诞生.....	(167)
(一) 牛 顿.....	(167)
(1) 牛顿的“流数术”.....	(168)
(2) 最初比、最后比和极限.....	(169)
(3) 对牛顿科学思想的几点看法.....	(170)
(二) 莱布尼兹的无限小微积分.....	(170)
(1) 莱布尼兹的各阶差、微分.....	(171)
(2) 微分三角形、连续性原理.....	(172)
(3) 莱布尼兹科学思想的分析.....	(173)
(三) 莱布尼兹哲学及其对科学意义.....	(174)
(1) “披着宗教外衣”反对宗教，“数学设计”的信念.....	(174)
(2) 单子论——德国古典哲学辩证法的先驱.....	(175)
(3) 单子论和无穷小的阶、微分三角形、连续性原理、全息律思想.....	(175)
(四) 牛顿、莱布尼兹的比较.....	(177)
(1) 共同点.....	(177)
(2) 牛顿的“物理”方向、莱布尼兹的“哲学”方向.....	(177)
(五) 优先权的争论.....	(177)
(六) 关于微积分基础的争论.....	(178)
(1) 争论的必然性.....	(178)
(2) 贝克莱对微积分的攻击.....	(178)
第十二章 无穷小、极限、级数、微积分概念的进一步演变.....	(181)
(一) 罗必达的“无穷小分析”.....	(181)
(二) 达朗贝尔的极限论——“理性的微分学”.....	(182)
(三) 拉格朗日和欧拉的“纯代数的微分学”.....	(182)
(四) 继往开来的哥西.....	(184)
(五) 波尔察诺、外尔斯特拉斯的“ ϵ - δ ”方法.....	(185)
(六) 函数的连续性、可微性、可积性、微积分基本定理.....	(186)
(七) 实数理论的建立.....	(188)
(八) 级数和微积分.....	(189)
(1) 级数扼要的历史.....	(189)
(2) 渐近级数及其应用.....	(191)

(3) 发散级数求和.....	(192)
-----------------	-------

第三篇 现代数学思潮评介、数学基础

第十三章 模糊数学评介.....	(195)
(一) “模糊中偶见光明”.....	(195)
(二) 集合的特征函数、函数的图.....	(195)
(三) 模糊集、程度函数、分解定理.....	(196)
(四) 观念和方法的重大变革.....	(198)
(五) 模糊集的贴近度、距离、模糊度(熵).....	(198)
(六) 模糊数.....	(199)
(七) 模糊点.....	(200)
(八) 模糊函数和扩张原理.....	(201)
(九) 乘积模糊集、模糊关系、模糊图、模糊矩阵.....	(201)
(十) 模糊聚类分析、模糊模型识别.....	(203)
(十一) 模糊集的推广: L-模糊集、高阶模糊集.....	(204)
(十二) 概率性、模糊性、可能性及其在认识论上的意义.....	(205)
(1) 可能性理论的提出, 三者的关系.....	(205)
(2) 模糊约束.....	(206)
(3) 可能性分布.....	(206)
(4) 可能性的意义及其与概率的区别.....	(207)
(十三) 应用举例: “他出之石, 可以攻玉”.....	(208)
(十四) 发展、问题和展望.....	(208)
(十五) 简要的哲学分析.....	(209)
第十四章 非标准分析及其在认识论上的意义.....	(211)
(一) 非标准分析的提出.....	(211)
(二) 数学结构和形式语言.....	(212)
(1) 数学结构、标准实数域 \mathbb{R}	(212)
(2) 形式语言、分析的标准模型 \mathbb{R}	(212)
(三) 紧致性定理、分析的非标准模型 ${}^*\mathbb{R}$	(213)
(1) 紧致性和哥德尔完全性定理.....	(213)
(2) 紧致性定理.....	(213)
(3) 分析的非标准模型 ${}^*\mathbb{R}$ 、无穷小数.....	(213)
(四) ${}^*\mathbb{R}$ 的单子结构.....	(214)
(五) ${}^*\mathbb{R}$ 中数的种类、单子显微镜.....	(214)
(六) 关于极限	
$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$	(215)
(七) ${}^*\mathbb{R}$ 上的函数的概念.....	(215)
(八) 微分、连续、积分.....	(215)

(九) 微分三角形、 $(\sin \theta)' = \cos \theta$ 证明	(216)
(十) δ -函数与无穷小分析	(217)
(十一) 在数学物理中的若干应用	(218)
(1) 源极和偶极子	(218)
(2) 量子力学和自共轭算子的特征值	(218)
(3) 其他方面	(219)
(十二) 非标准实数域的一个实现	(219)
(1) 康妥的实数理论	(219)
(2) 非标准实数域 ${}^*\mathbb{R}$ 的高桥模型	(219)
(十三) 非标准数学的方法论意义	(220)
微积分和辩证法	(221)
——非标准分析与《数学手稿》的关系及其在认识论上的意义	
1. 无穷小的演变	(221)
(1) 无穷小和微积分的创建	(221)
(2) “ ε - δ ”方法和无穷小	(222)
(3) 标准分析应该怎样更数学化	(222)
2. 马克思《数学手稿》与标准分析、非标准分析的关系	(223)
3. 数学的量子化—— ${}^*\mathbb{R}$ 的单子结构	(224)
(1) 无穷小增量和微分	(224)
(2) 微、积运算的互逆性	(224)
(3) 对立面转化的环境	(225)
(4) 局部性质的精确表现	(226)
4. 非标准数学在认识论、方法论上的启发	(226)
(1) 科学和哲学	(226)
(2) 理论层次和物质世界的层次性	(227)
(3) 点的可分性	(228)
(4) 时、空观念	(229)
(5) 无穷小、单子结构的意义	(230)
(6) 非标准数学的综合作用	(231)
第十五章 突变理论	(233)
(一) 系统稳定性与“拉普拉斯决定论”	(233)
(二) $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ 的芽空间	(234)
(三) 分类定理	(235)
(四) 应用	(236)
(五) 分析与评论	(237)
第十六章 泛系分析与科学方法论	(239)
(一) 综合性、横断性学科——方法论的数学化	(239)
(二) 泛系、泛对称	(239)
(三) 形影关系、会诊原理、观控水平	(240)

(四) 泛系重演律、树结构	(240)
(五) 泛箱原理、泛系观控律	(240)
(六) 宏、微兼顾, 对应原理	(241)
(七) 潜会诊与未来学	(241)
(八) 等价对应原理与异同观	(241)
第十七章 悖论及其科学意义	(243)
(一) 悖论的起源、意义和现状	(243)
(二) 常见的悖论	(244)
(1) 康妥最大基数悖论	(244)
(2) 最大序数悖论	(244)
(3) 罗素悖论	(244)
(4) 理发师悖论	(244)
(5) 理查德悖论	(244)
(6) 格雷林悖论	(245)
(7) 说谎者悖论	(245)
(8) 语义悖论与集合论的关系	(245)
(9) 其他	(245)
(a) 梵学者的预言	(245)
(b) “意料之外的考试”	(246)
(c) 阿洛(选举)悖论	(246)
(d) 奇妙的方阵	(246)
(e) 蠕虫爬橡皮绳	(246)
(f) 哪辆车上异性多	(247)
(g) 广义的芝诺悖论	(247)
(三) 悖论的性质、成因、分类	(248)
(1) 认识论方面的因素	(248)
(2) 方法论方面的因素	(249)
(a) 康妥概括原则的分析	(249)
(b) 语义学方面的因素	(250)
(c) 悖论与方程的解	(250)
(3) 分类	(250)
(四) 解决悖论的方案	(250)
(1) 罗素的“分支类型论”	(250)
(2) 塔尔斯基的语言层次	(251)
(3) 公理集合论、ZFC 系统	(252)
(a) 划分公理与概括原则	(252)
(b) ZFC 公理系统	(253)
(c) ZFC 系统与实数理论	(254)
(4) 其他	(254)

(五) 数学、物理的发展与悖论, 悖论的意义·····	(254)
(1) 悖论与数学“危机”·····	(255)
(a) 希帕索斯的不可通约量、芝诺疑难——数学 的第一次“危机”·····	(255)
(b) 贝克莱悖论、微积分基础的争论——数学 的第二次“危机”·····	(255)
(c) 罗素悖论——数学的第三次“危机”·····	(255)
(2) 悖论与哥德尔不完全性定理·····	(255)
(3) 科学革命与悖论、热情和追求·····	(256)
(4) 光速悖论与物理学革命·····	(257)
(a) 光速悖论与光速不变原理·····	(258)
(b) 狭义相对性原理·····	(258)
(5) “引力佯谬”、“光度佯谬”和宇宙论、哈 勃宇宙、宇宙膨胀与宇宙无限性·····	(258)
(6) “整体性悖论”与现代系统论·····	(259)
(六) “逻辑悖论”与“悖论逻辑”·····	(260)
第十八章 数学基础、数学哲学·····	(261)
(一) 几个学派·····	(261)
(1) 逻辑主义学派·····	(261)
(2) 直觉主义学派·····	(261)
(3) 形式主义学派·····	(262)
(4) 现代的伯拉图主义与形式主义·····	(262)
(5) 数学中经验主义的复兴·····	(262)
(二) 无限论·····	(263)
(1) 实无限、潜无限·····	(263)
(2) 不断延伸原理、相对穷竭原理·····	(263)
(3) 潜尾理论·····	(263)
(4) 双相无限·····	(263)
(5) 选择公理与决定性公理·····	(264)
(6) 连续统假设·····	(264)
(三) 数学的本质·····	(264)
(1) 数学研究的对象·····	(264)
(2) 数学理论的真理性问题·····	(265)
(3) 数学中的实验方法·····	(265)
数学是科学还是艺术?·····	(267)
数学是发明还是发现·····	(269)

绪 论

一、有关科学史和科学方法论的几点认识

(一) 本讲座将以数学史为线索,以数学的理论体系为主导,同时结合数学基础、数学方法论和数学哲学问题,也会涉及一些数学学派和数学家的评介。本课程与纯粹的数学课,或数学哲学课或单纯的数学史课都不一样,在内容的选择角度和讲法上。力求在历史、数学、哲学几个方面兼顾,并使其溶合起来,这无疑是一个大胆的冒昧的“尝试”。作为数学方法论在我国为徐利治教授所倡导和研究,博学而颇有激情的王梓坤教授经常著文很值得学习,近几年来钱学森先生对科学哲学问题、自然辩证法很是关注,并深入的进行研究提出很有见解的看法。这对我国科学界、哲学界都是大有好处的。

钱三强同志指出“科学技术史是一块蕴藏着巨大精神财富的宝地,如果我们都能重视这块宝地,从中吸取营养,我相信对各行各业的工作都会大有益处的。”

(二) 对于科学史,不应理解为简单的年代和史实的罗列。科学史是人类理智的演变、发展过程。从朦胧走向文明,从粗浅走向智慧的过程是非常生动,充满激情的。科学是在还没有科学的时候开始的。它的历史演变表明,什么是科学和怎样才能成为科学,它的历史、现实、过程关系的总和就是它本身。列宁说:“没有人的“感情”就从来没有,也不可能有人对于真理的追求。”学习科学史能培养人对科学的热爱和追求科学真理的信念和热情、溶深刻的科学家与激情的诗人于一身的人物历史上大有人在,如巴斯嘎、达·芬奇、哥德,原子之父奥本海默及爱因斯坦。

一些不甚了解数学的人,或既使了解尚体验不深的人觉得数学枯燥无味,其实不是这样,就是贝多芬的交响乐,对没有音乐修养的人也会觉得乏味的。霍尔顿指出:“在科学方法中有这样一个悖谬,研究人员常常像一个艺术家一样思索着工作着,但他从一些事实、数字、逻辑顺序说话时不得不像个记帐员。”现代数学泛函分析创始者巴拿哈说“最重要的是掌握技艺的光荣感——众所周知数学家们的技艺有着像诗人一样的秘诀”。狄摩根认为“科学发明的动力不是推理而是想象。”

数学是不像音乐、美术等容易为群众所了解和发生兴趣,而学习些数学史和方法论会有些好处,那些从事于普及的人是值得赞许的如爱因斯坦写的“物理学的进化”和乔治·波利亚写的“数学的发现”霍夫曼写的“量子史话”盖莫夫写的“从一到无穷大”及我国莫绍葵作的“数理逻辑初步”,徐利治的“数学方史论”王梓坤的“科学方法纵横谈”“科学发现纵谈”,以及沈小峰(北师大),黄耀枢(北大)许良英、赵洪州(科学院)等同志都发表一些很有份量的文章。目前,一些刊物上这方面的文章也很多,学习自然科学的人,特别是作教师的人,抽出一些时间阅读这些东西对学习和工作是大有好处的,陆游说“工夫在诗外”,同理“工夫在数学之外”,这样我们就会同进化论先行者拉马克有同样的体会:“观察自然、研究它所生的万物,追求万物推究其普

遍或特殊的关系，再想法抓住自然界的秩序，抓住它进行的方向，抓住它发展的法则，抓住那些变化无穷的构成自然界的秩序所用的方法。这些工作在我看来，乃是追求真实知识的唯一法门，这等工作还能给予我以真正的益处，同时还能给我们找出许多最温暖最纯洁的乐趣，以补偿生命场中种种不能避免的痛苦。”

（三）通过数学史和方法论的学习，可看到数学概念、理论的形成是经过怎样复杂、曲折艰苦的过程，这一点往往被人们忘却和忽视。而已被公认的东西也还远没有成熟和结束。科学中任何一个即使看来平凡简单的概念都不是一开始就很清楚的。学习科学史可以澄清和克服绝对化、简单化和神秘化，要“即不奉若神明，也不嗤之以鼻”。

学习和研究科学史和方法论作为教师有特殊的意义，在科学教学中，加入历史观点是有百利而无一害的，观察那些新学说的创始者是怎样比他的继承者更详细，更清楚地认识到自己理论系统的弱点和不充分处是很有教育意义的。如数学中的欧氏公设，物理中的牛顿引力学说的原始面貌。都不是那么“神圣的”，而是后来人们把它神圣化，僵化，固定化了，以致使有新的事实和理论出现时，人们难于理解和接受。

应该赋予科学以一种动的意义，应该指出科学是怎样通过一系列矛盾进步的，应倡导科学、历史、哲学三者的统一与协调。自然科学教学不应只给未来的科技人员一个装满公式和事实的沉重包袱。应该使他们掌握一个很好使用，并且容易修补的工具，使他们在科学实践的过程中不断的推动科学的发展，当然，这并不是很容易做到的，应努力培养和提高这种修养和能力。

纵观科学史，可以了解科学发展的趋势又可以从前人的过失和成就中得到教育和鼓舞，正是古人所说“以铜为镜可以正衣冠，以古为镜可以知兴替，以人为镜可以明得失”。

研究一下现代西方一些科学思想的演变也会有启发，例如库恩的“科学革命的结构”，“必要的张力”在科学界影响很大。库恩的思想演变过程：开始他认为在科学中有两种势力。一种称为保守的，另一种是革命的，这两种势力是互相冲突的。后来他的思想有了变化，认为：这两种势力不见得是互相冲突的，而是不同的科学研究特征，它们是互相交替出现。互相补充的。他的这种思想是否正确，我们不去下简单的结论，但是很有启发性，这使我们认识到在科学中，不同的思想不一定是一定要互相对立，互相抵消，互相起反作用的。辩证法强调对立统一。但是现实生活里，科学史当中把保守的一面看作永远起坏作用。这个问题现在我国哲学界也开始提出来研究。在科学史中更值得研究。保守一方坚持原来的科学原则进行研究，它对科学本身也还起着更加丰富的作用，而又起一个扫尾的作用。很多事实证明：它为新的东西的诞生准备了条件。因此完全否定保守一面的历史作用也不一定合适。不少科学史的著作中提出了这方面的问题。特别是唯心主义观点是不是在任何历史条件下都是起消极作用，矛盾是双方依存的，一方是否永远是绝对消极的尤其是在科学史中应该认真探讨。

这里应该说明一点，前面所说的观点，和科学史上反动势力对新兴科学和革命科学家的镇压和围剿是两回事，这在以后要讲的科学史中是会看到的那些反动宗教和政治对科学的破坏。在科学中追求真理的征途中，虽然不像战争中那样刀光剑影，充满铁血和污垢，虽然少有舍身炸碉堡的壮举，但是要不畏强暴，不怕牺牲勇于献身，这不但表现为被焚的布鲁诺和被迫害者是如此。就是那些大量的平常的奋斗者也是需作出充分的牺牲。