

《现代应用数学》培训班讲义

计 算 机 模 拟

郭 绍 僖

(中国科学院应用数学研究所)

黄委会水利科学研究所印

一九八四年二月

目 录

第一章	什么是计算机模拟.....	1
第二章	均匀随机数的产生.....	49
第三章	产生随机变量的方法.....	100
第四章	连续型模拟的通用方法——等步长法.....	128
第五章	事件表法.....	194
第六章	主导实体时钟值扫描法.....	252

第一章 什么是计算机模拟

自从20世纪50年代以来，由于计算机科学和系统科学的发展，出现了一个新的科学方法——计算机模拟。计算机模拟是一种对问题求数值解的技术。它利用数字计算机对一个客观复杂系统的结构和行为进行动态地仿真或表演，以安全和经济的方法，获得系统或过程的数量反应结果。然后经过考察、分析和研究，去预测发现，认识了解或比较评价一个系统的行为效果，为决策者提供决策的依据。

1.1 系统模拟

计算机模拟研究的对象是一个复杂的系统。目前，系统这个术语应用得极为广泛。从计算机模拟的角度来看，一个系统是客观世界的一个组成部份，是其中各种不同客体的一个有机综合体。所谓客体，是指系统中的各个要素。在计算机模拟中，我们称客体为实体(entity)。很明显，所谓不同的客体是指它们各自有其本身的特点或特性，计算机模拟是使用属性(attribute)这个术语来表示客体的特性。也就是说，每一个实体都有若干个属性值来描述它。诸客体的有机综合体是指它们之间是按照一定的规律或原则相互作用和相互依存着，并组成一个有机整体。客体的相互作用，使得系统发生某种变化，任何使得系统发生某种变化的过程或行为，

在计算机模拟中称之为活动 (activity) 。由此可见，活动的作用使得系统不断地发生变化，或者说，使得系统成为一个动态系统。

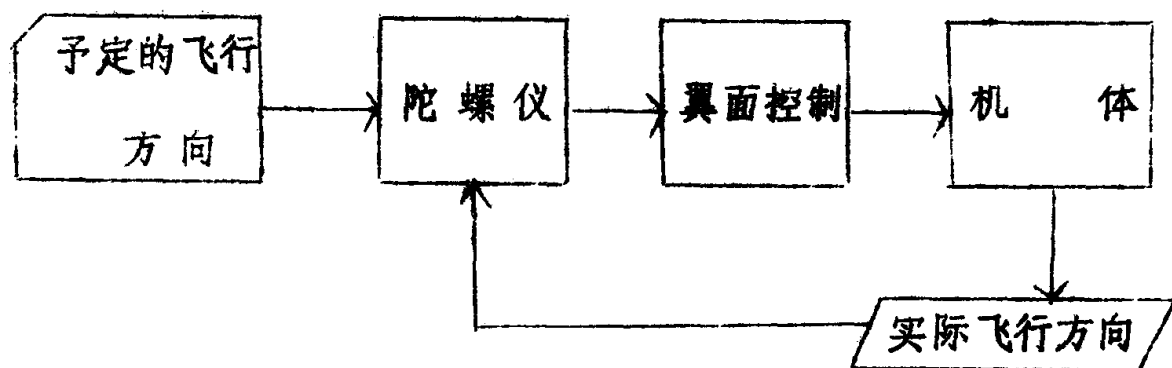
在系统的动态过程中，在任一时点上全部实体、属性和活动的瞬间表象，叫作系统的状态 (state of the system) 。模拟时，我们是用一组数值对其进行记录的。这一组反映系统状态的数值称之为系统的一个映象 (image) 。这样，活动不断地改变着系统的状态，而系统则不断地由一个映象变为下一个映象。任一引起系统状态变化的因素，我们称作一个事件。事件这个概念在计算机模拟中是非常重要的，后面会经常用到它。

任一个事件都是在一个时点上出现的。这些出现事件的时点我们叫它们为事件点。在模拟中，各种活动的作用引导出了一系列事件点，它们形成了一个事件点序列。模拟的进行就是在这些事件点上对系统映象进行各种判断，考察在此时点上出现了那些事件？是否可以立即执行？怎样对系统映象进行变化？以及下一个事件何时出现等。为了记录这些事件点，在模拟中用一个专用的单元来表示它，这就是所谓模拟时钟。

下面举两个简单系统的例子。

例 1：一个自动驾驶仪控制下的飞行。其示意图如下：

图 1—1

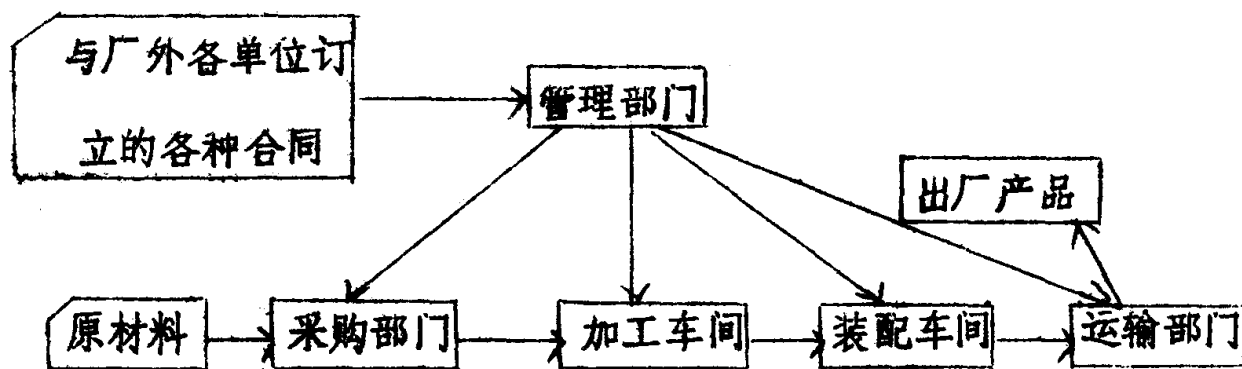


当信息输入后，陀螺仪检查实际方向与预定方向的差别，它发出信号去启动翼面控制相应于翼面控制的操作，机体沿着希望的方向飞行。

在这个例子中，系统的实体是陀螺仪、翼面控制和机体。它们的属性是陀螺仪的定位、翼面控制角度和速度等。活动是翼面控制操作和机体对此操作的反应。

例 2：考虑一个工厂生产的简单系统。如下图所示。

图 1—2



在这个系统中，两个重要的部门是加工车间和装配车间，采购部门的任务是保证原材料的供应。运输部门的作用是将出厂产品发送给用户。管理部门是按照各种合同对各部门分派工作任务。

在这里，实体是车间（部门）、合同、原材料、工件、机器和出厂产品等。属性有数量、种类，订货量和能力等。活动有合同处理活动、进货活动、生产活动和发运活动等。

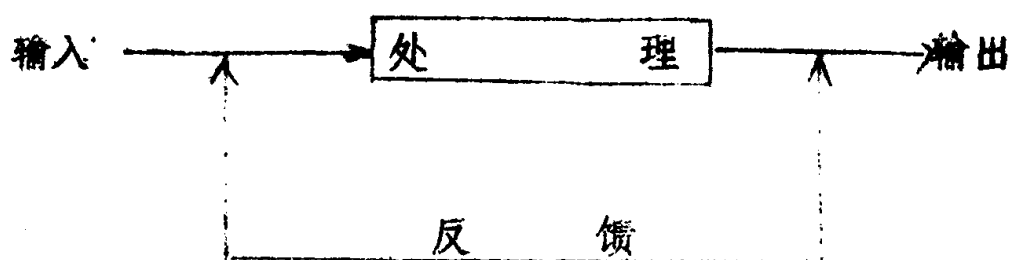
下面列出其他几个方面的例子。

表 1—1

系 统	实 体	属 性	
市内交通	汽车、线路、交通灯和车站等	数量、种类、容量、乘客数目等	发车、运行、上下车交通灯控制等。
银 行	储户、窗口和队长等	储存金额、人数和类别等	储存活动等
通 信	信息等	距离和优先顺序等	传输等
海 运	船只、港口和货物等	数量、能力和种类等	装卸活动和运输活动等

从上面的例子中可以看到，一个系统具有输出某种实体的目的，但是它不能凭空输出，也就是说，必须输入某种实体，再经过各种活动或过程的处理，才能变为输出。从这一角度来看，系统具有输入、处理和输出三个要素或阶段。如下图所示。

图 1—3



在第二个例子中，输入原材料（流经系统的实体，在形式上可以是物质的、信息的或价值的等等），经过加工或作业，生产出出厂产品。这种系统称谓生产系统。计算机模拟研究的重点是中间这个环节，亦即处理要素。这就需要构造一个模仿真实系统的模拟模型。关于输入和输出两个要素，在计算机模拟中，主要是怎样设计输入和输出的结构问题，也就是数据结构问题，这在构造模型和编制程序时，是必须考虑的一个重要问题。

用计算机模拟来研究系统，不是使用数学解析方法或物理试验方法，而是应用模拟模型对一个客观系统进行仿真或表演，亦即采用仿真的方法*。模拟这个概念，乍听起来好像是一个新的概念，其实早在我国几千年以前，就出现了对一个系统进行模拟的思想。像众所周知的中国象棋，便是模拟古代战争的一种游戏。在实际的作战研究中，使用军事地图、沙盘作业和实战演习等来模拟两军对峙的活动情况。早在19世纪中叶，德国就把沙盘作业模拟应用于普法战争中去，在后来的两次世界大战中，都应用并发展了沙盘作业的模拟。计算机模拟是上述模拟自然发展的产物。

在生产的管理中，为了研究和分析生产组织与管理问题，过去曾采用“生产写实”的方法，此方法是用大量的人力对生产过程中各种活动的状态进行动态的记录，然后利用记录下的信息对生产过程进行重演，以便提出改进的技术组织措施。这也就是西万所讲的纸上模拟。

*国内也有人称计算机模拟为仿真技术。

以上所讲的模拟方法，不仅需要化费大量的人力和物力，而且还会耽误时机或影响生产。在许多情况下，还得不到理想的资料，即便得到了理想的资料，要对其进行动态模拟那也是非常复杂的，看时间直是不可能的事情。

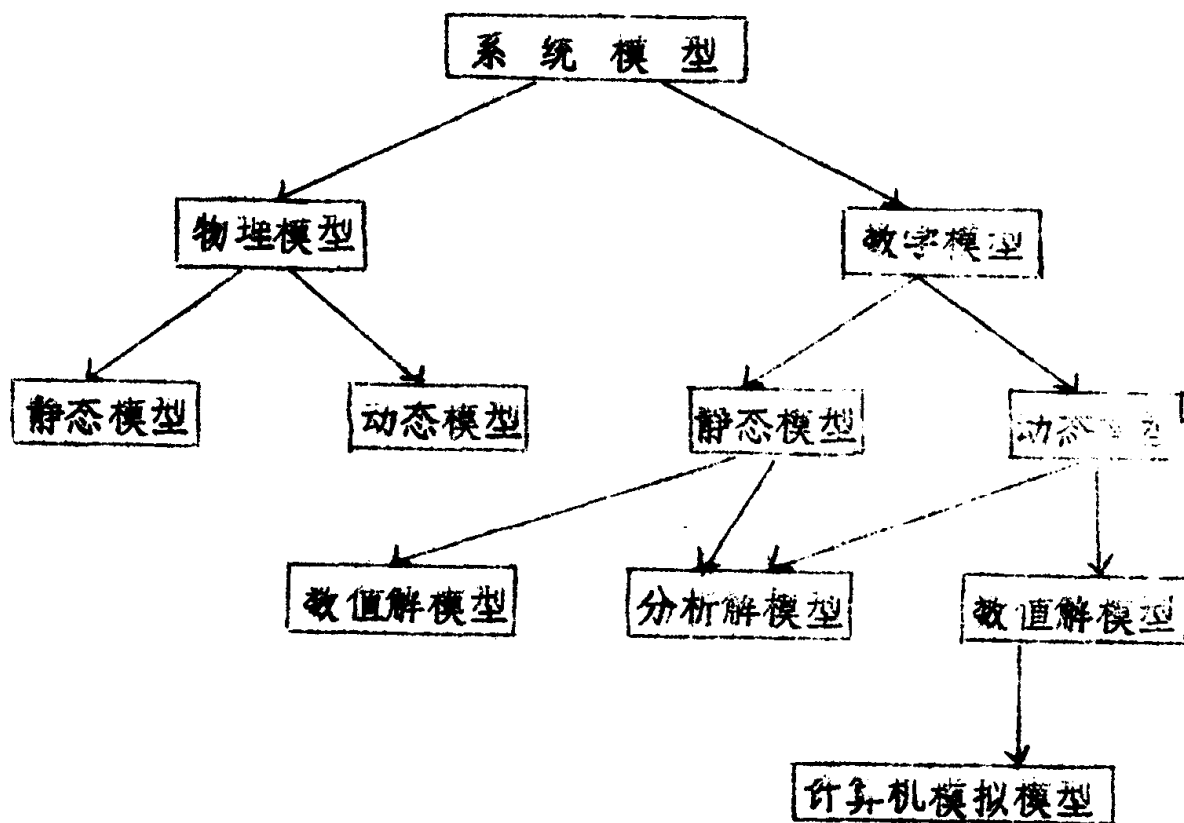
电子计算机的出现，大大改变了模拟方法的面貌。由于计算机具有记忆力强，速度快和逻辑严格等功能，再加上计算机软件的高度发展，使得上述模拟工作有可能在计算机上进行。与此同时，人们对于—个复杂系统的数量关系和逻辑关系的研究也大大地推进了一步，这又使得计算机模拟成为研究复杂系统的一个重要方法，成为运筹学的一个独立分支，也是帮助人们作决策的一个有效的工具。不过我们要指出一点，从数学的角度来看，计算机模拟是一种没有办法的办法。如果某一个—问题或系统能够应用解析的数学方法构造出模型来，那么就没有必要再去应用计算机模拟。这不仅仅是为了经济上的考虑，更重要的是因为计算机模拟所提供的数值解是一种近似的和不精确的模拟量

1.2 模拟模型

研究—个复杂系统的结构和行为是利用系统的模型来实现的。所谓模型，它是应用某种方法对—个真实系统的结构和行为进行描述的一种形式，凡是以任何方法将真实系统或过程转变为另—种形态者，都可以称之为模型。在科技领域中，模拟可以定义为—个系

统的信息整体。在物理模型中，信息具体体现为模型的特性。在数学模型中，信息表现为解析或数值方程的形式。而在模拟模型中，信息表现为逻辑流程图的形式。目前，对于系统模型有各种各样的分类，下图是一种分类方法。

图 1—4



由此可见，模拟模型具有如下三个特点。

1、模拟模型是属于数学模型。在苏联等国家称计算机模拟为数字模拟。但是它与其他的数学模型不同，它不是用数学表达式的

形式，而是用逻辑流程图的形式来描述量的关系。

2、模拟模型适宜于描述动态系统，它是与一个时间进程联系在一起，它是用来研究一个时期的系统行为。所以几乎每一个计算机模拟模型至少有一个模拟时钟。

3、模拟模型的运算是数值运算。它既不同于数学解析方法，也不同于模拟计算机 (analog computer) 的运算。它是应用数字电子计算机进行数值逻辑运算，对问题提供近似的数值解。

模拟模型与其他种类的模型之间的差别列于下表。

表 1—2

模型的形式	予测方法	优化方法	费用	与真实系统的耦合程度	缺陷
叙述(分析)式模型	判断	直观比较	高	差	难以作大量的方案比较，对系统的数量分析很粗略。
物理模型	物理操作	选优	低	好	无法描述信息的处理过程。
解析模型	数学方程	解析最优解	中等或低	好	需要有现成的方法和模型可用
数值模型	数值近似计算	近似最优解	中等或低	中等	需要有现成的方法和模型可用。
模拟模型	模拟	选优	中等	最好	从模型中难以得出普遍性的规律或总性质。

借助于一个逻辑流程图或者某一计算机语言，对系统的诸要素及其相互作用进行表述的过程，称之为计算机模拟的模型化。一个模拟系统的逻辑流程图或者是综合计算机程序，称之为一个模拟模型。模型建立后，往往要用已知数据和经验对其进行验证，以检查它的正确性。然后，可以改变模型的参数，对其进行模拟试验，由模型输出的数据和统计量来判断系统的行为。

为了直观起见，下面我们给出两个简单的计算机模拟模型的例子。

例 1：一个飞机场，到达机场上空的飞机需要跑道降落。假若跑道上已有飞机占用了跑道，则上空到达的飞机无法降落，只能在空中盘旋等待。当跑道上没有飞机，并且轮到这架飞机的降落次序时，它就降落，并滑行到指定的地点。见下图

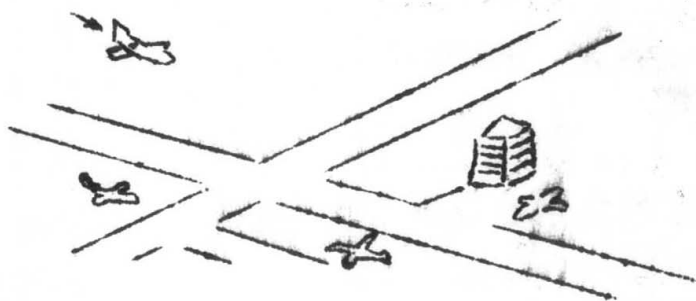


图 1—5

例 2：假若把火车站购买车票的情形当作一个系统。旅客按一

定的规律到达售票口。如果他前面没有其他旅客买票。他就可以马上购票。如果前面有人排队，他就排在队尾等后买票。旅客需要说明去向和购买什么种类的票，售票员需要进行收款售票。当旅客被服务完之后就离开系统。如下图所示。

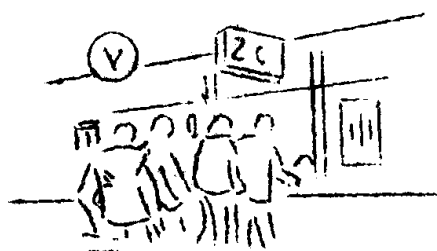
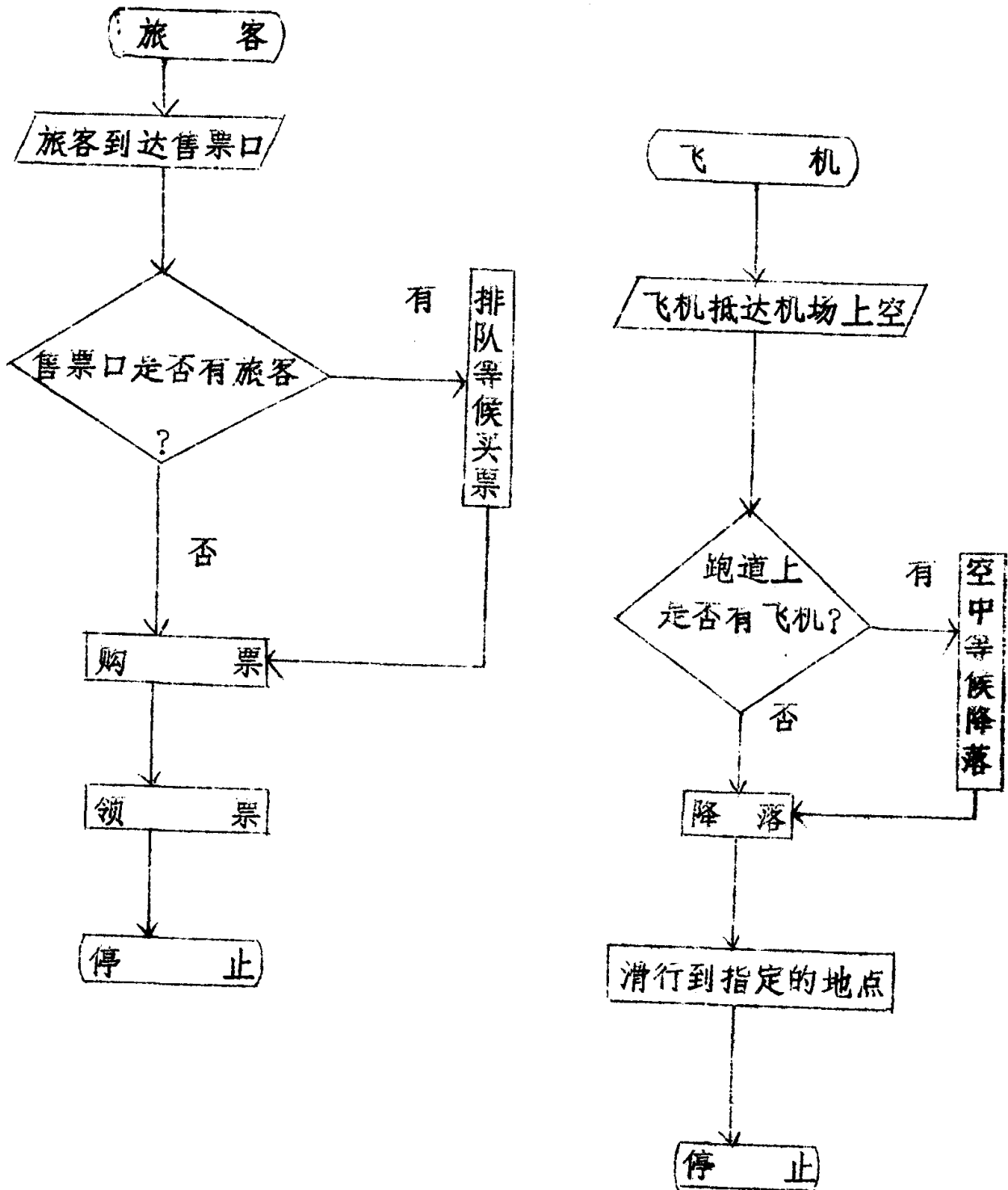


图 1—6

上面的两个例子虽然是两个不同的问题，但是就其系统的结构和行为来说完全一样。下面是两者的流程图。

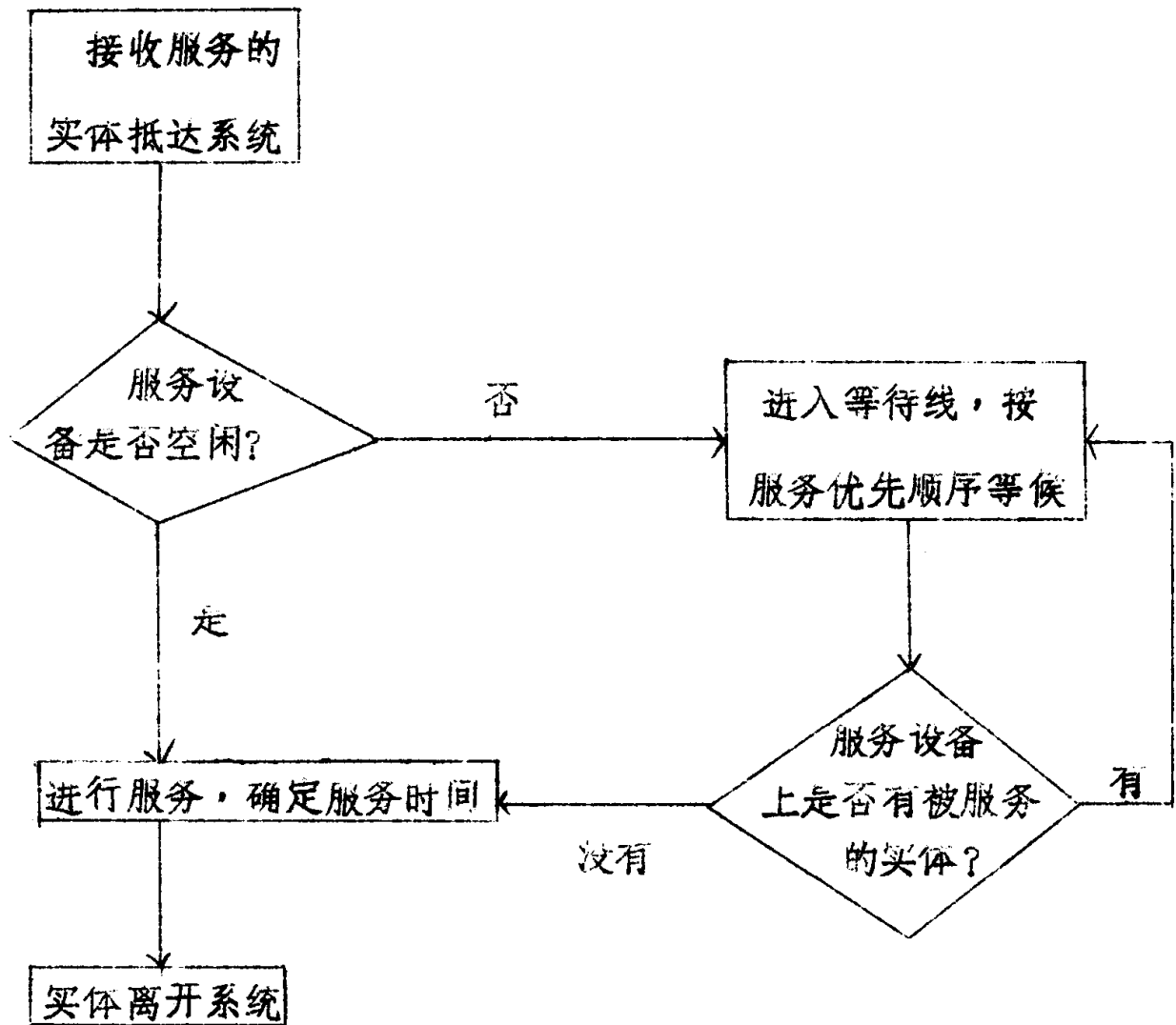
图 1-7



我们抛开两者的特殊性，按其结构和相互关系来看，可以归为

下面的模型。

图 1—8



我们称上面的逻辑流程图为一个简单的等待线系统的计算机模拟模型。其中包括四个过程或活动：

- (1) 实体到达活动；

- (2) 执行服务活动；
- (3) 由于以上两个活动不协调而产生的等候排队活动；
- (4) 买体离开活动。

假若我们让所有到达系统的买体都进入等待线，而对于那些根本不需要等待的买体，使其等待时间为零，则上面的逻辑流程图可以改变为图 1—9 (a) 的形式。对应着每一个方块，我们在图 1—9 (b) 中用专用模拟语言 G P S S 的方块符号将其表示出来，每一个方块符号的名子写在旁边。相应于这个方块框图，我们在图 1—9 (c) 中写出了 G P S S 程序。在这里，只是为了说明一下计算机模拟模型的具体形式，至于每一个 G P S S 语言的方块符号和语句的含义或功能是什么，我们这里不再介绍。

上面的方块符号流程图或程序都可以认为是此系统的计算机模拟模型。如果变动系统的参数，如平均到达间隔和服务时间长度等，就可以对模型进行模拟试验，从而输出不同的结果。

1.3 模拟模型分类

系统和模型分类问题是一个非常重要的问题。如果我们能够把客观存在的各种各样的具体系统和模型进行分类、抽象和规格化，然后作成标准的软件包，这将把系统科学推向一个新阶段，但是这有待将来的努力。我们这里所讲的对计算机模拟模型分类，只是在形式上从不同的角度作一些简单的划分。

1.3.1 模拟模型的应用范围

最近十几年以来，在科学技术发达的国家中，计算机模拟得到了广泛的应用，诸如在生产管理、工程技术、军事演习、科学试验、财政经济以及社会科学中都得到了广泛的应用。从运筹学的角度来看，主要是应用在下面几类模型中。

1、存储模型：如何确定和控制一个企业的存储量是企业管理中的一个重要问题。如果存量过多，就会在资金、原材料和产品的周转率以及原材料或产品的劣化等方面带来损失。但是另一方面，假若存量过低，就可能因为原材料供应不上而影响生产的正常进行。此外，降低仓库利用率，甚至违犯合同而被罚款等。因此，怎样找出最优的存储量，确定合理的匹配关系，在经济上是一个很重要的问题。用计算机模拟是最适宜的解决这一类问题的一些复杂模型。

2、排队和排序模型：在客观实际中，存在大量的排队和排序现象。为了研究这类现象，在运筹学中发展起了排队论和排序两个独立的分支。对于那些标准的排队和排序问题，可以用排队论和排序等解析方法去解决，但是当问题较为复杂时，就只能借助于计算机模拟来解决。在国外，已经研制出了许多有关排队和排序问题的模拟软件包，甚至还出现了专门求解排队问题的专用计算机。

3、预测模型：计算机模拟这门技术非常适用于预测模型。如预测未来一段时期的总产量、销售额和总收益等。在西方一些国家