武汉纺织工学院论文选编

WHFZGXYLWXB

3

武汉纺织工学院科研处编

庆贺湖北省纺织工程学会1987年

学术年会在我院召开！

庆贺武汉纺织工学院纺

织工程学会成立！

武汉纺织工学院论文选编

第三期　　1987年6月

目　录

剑杆的弹性振动 ……………………………… 潘宏根 (1)

摇架皮辊自调平行作用的定量分析 ……………… 钱家德（17）

关于牵伸摇架操作力计算精确性探讨 ……………… 陈明时（25）

多功能除尘实验台设计 ……………………………… 程建武（30）

MY1400 印花机技术改进 ………………… 张扬勉、王一刚（41）

变性洋麻的染色性研究 ………………… 陈克强、胡思斌（45）

经纱上浆新技术展望 ………………………………… 沈瑞庆（52）

信息论原理在织物手感评定中的应用 ……………… 胡金莲（61）

略谈现代服装的审美特征 …………………………… 冯泽民（67）

纺纱过程中纱条回潮率与品质指标相关分析及成因探讨 ……………… 向新柱（70）

湖北省纺织工程学会１９８７年年会宣读交流论文目录 ……………… （84）

剑杆的弹性振动

力学教研室潘宏根

提要：

剑杆引纬，由于剑加速度峰值达几十个g，周期变化的惯性力不可避免地引起剑杆弹性振动。当剑尾以名义加速度 $\ddot{S}(t)$ 运动时，剑杆纵向振动方程为：

$$\rho A\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\ddot{S}(t)\right]=\frac{\partial}{\partial x}\left(EA\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

在现有的设计中，$\ddot{S}(t)$ 均满足展成收敛的富氏级数的条件。从而可以应用谐波分析法研究剑杆强迫振动的解。

本文假设剑杆为等截面直杆，对于梯形加速度规律实际计算剑杆的纵向振动对位移的影响，并给出杆内动态正应力的计算式，为剑杆的强度设计提供了理论依据。

关键词：强迫振动，富利埃级数，迭加原理，正交性。

剑杆织机，在剑杆引纬时，剑尾运动按传统设计方法采用摆线或五次多项式作位移规律，此时剑杆的加速度高达几十个g。当采用梯形加速度规律后降低了加速度峰值改善了引纬系统的动态特性，但此时名义加速度峰值仍有25g左右（实测峰值远高于此值）[1]。由于惯性负荷大，而且这种惯性力以 2π 为周期。从而不可避免地使整个剑杆引纬系统产生振动，其中剑杆的强迫振动对于动态运动及剑杆强度设计究竟有多大影响？对于梯形加速度规律，本文应用谐波分析法给出剑杆强迫振动的理论解并提供了计算实例。

为了简化计算过程，现将如图1（a）所示接纬剑简图[2]假设

为等截面直杆如图（b）。杆长l，密度ρ，弹性模量E。剑杆支承端（剑尾）以名义加速度$\ddot{S}(t)$〔$\ddot{S}(\varphi)$〕运动，且$\ddot{S}(t)$具有梯形加速度规律如图2。

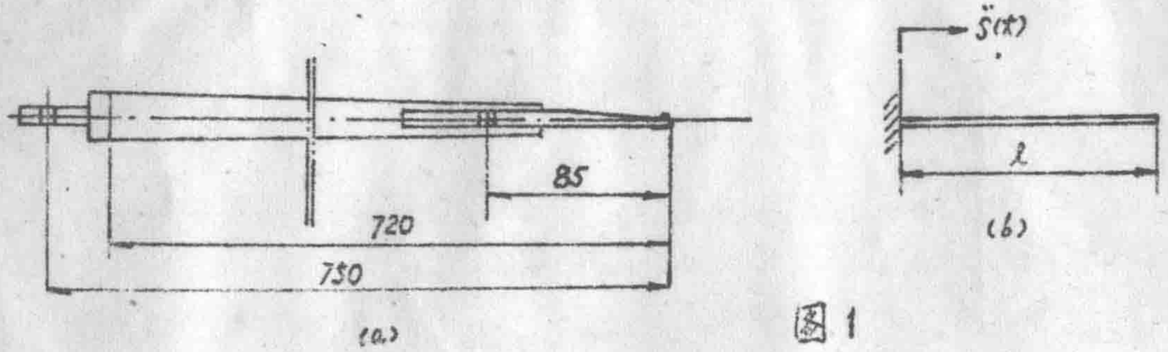

图1

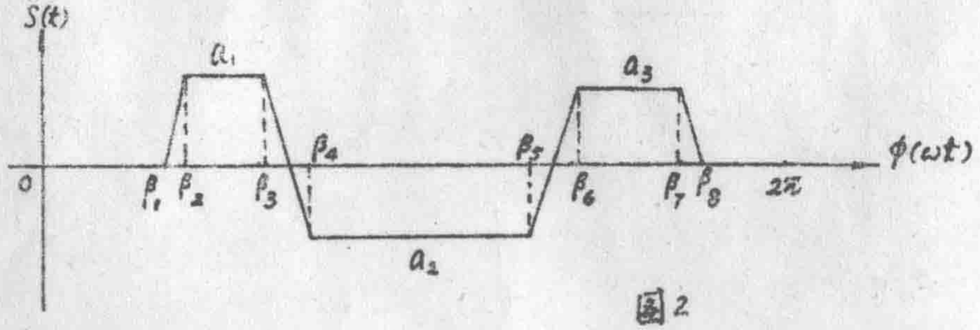

图2

一、剑杆的弹性振动

我们先导出剑杆弹性振动的微分方程。建立动坐标系如图（3）。坐标 x 处微段 dx，其相对位移 u（x，t）。微段受轴力 N(x，t)，$N+\frac{\partial N}{\partial x}dx$，惯性力 $\rho A dx\cdot(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\ddot{S})$，其中 $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\ddot{S}(t)$ 为微段之绝对加速度。又因 $N=EA\varepsilon=EA\frac{\partial u}{\partial x}$，从而有

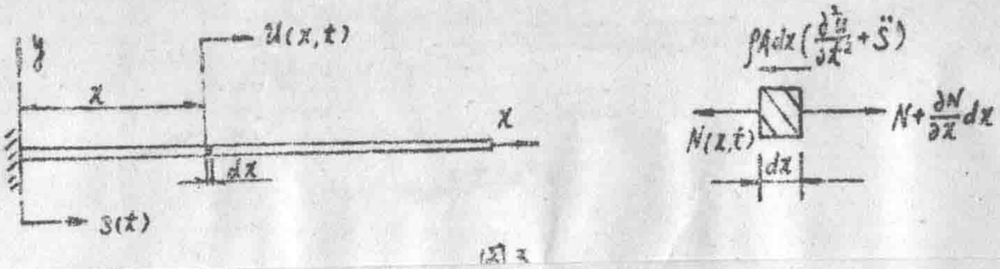

图 3

$$\rho A(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\ddot{S})=\frac{\partial}{\partial x}(EA\frac{\partial u}{\partial x}) \tag{1}$$

由设定 A 为常数，即有：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\ddot{S}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad [3] \tag{2}$$

其中 $a=\sqrt{E/\rho}$ 为弹性波的波速。$\ddot{S}(t)$ 可折成 $\ddot{S}(\varphi)$ 如图

(2)是以2π为周期的连续函数，因此可展成收敛的富利埃级数：

$$\ddot{S}(\varphi)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\varphi+b_n\sin n\varphi=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\varphi+b_n\sin n\varphi \qquad (8)$$

其中a_0由于工艺的限制，$a_0=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\ddot{S}(\varphi)d\varphi=0$，其余

$$\left.\begin{aligned}a_n&=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\ddot{S}(\varphi)\cos n\varphi d\varphi\\ &\qquad (n=1,2\cdots)\\ b_n&=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\ddot{S}(\varphi)\sin n\varphi d\varphi\end{aligned}\right\} \qquad (8)'$$

不计织机回转不匀率$\varphi=\omega t$。

方程(2)的解满足迭加原理，即：

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}+a_j\cos j\omega t=a^2\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}+a_1\cos i\omega t=a^2\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}$$

则 $$\frac{\partial^2(u_1+u_j)}{\partial t^2}+(a_1\cos i\omega t+a_j\cos j\omega t)=a^2\frac{\partial^2(u_1+u_j)}{\partial x^2}$$

把$\ddot{S}(\varphi)$〔$\ddot{S}(t)$〕的富氏级数(3)代入方程(2)、有

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{4}$$

式(4)的解为

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x,t) \tag{b}$$

其中$u_n(x,t)$满足

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}+(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)=a^2\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \tag{c}$$

为简化(c)式的求解，令

$$\left.\begin{aligned}&a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t=d_n\sin(n\omega t+\alpha_n)\\&d_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}\\&\mathrm{tg}\,\alpha_n=\frac{a_n}{b_n}\end{aligned}\right\} \tag{d}$$

代入(c)有

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}+d_n\sin(n\omega t+\alpha\ )=a^2\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}$$

设上述方程之解为：

$$u_n(x, t)=U_n(x)\cdot\sin(n\omega t+\alpha_n)$$

则

$$\left.\begin{aligned}&a^2U_n''(x)+(n\omega)^2U_n(x)=d_n\\&U_n(x)=(A_n\cos\frac{n\omega}{a}x+B_n\sin\frac{n\omega}{a}x)+\frac{d_n}{(n\omega)^2}\end{aligned}\right\}\quad(e)$$

$$u_n(x、t)=[(A_n\cos\frac{n\omega}{a}x+B_n\sin\frac{n\omega}{a}x)+\frac{d_n}{(n\omega)^2}]\cdot\sin(n\omega t+\alpha_n)$$

从而式(4)之解为

$$u(x、t)=\sum_{n=1}^{\infty}(A_n\cos\frac{n\omega}{a}x+B_n\sin\frac{n\omega}{a}x)\sin(n\omega t+\alpha_n)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{d_n}{(n\omega)^2}\sin(n\omega t+\alpha_n)\quad(5)$$

级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{d_n}{(n\omega)^2}\sin(n\omega t+\alpha_n)$收敛且其导数构成的级数一致收敛，从而该级数可逐项求导．可以证明式(5)第一项也可逐项求导．以下我们利用边界条件确定常数A_n、B_n．对于支承端$x=0$，其

相对位移u（0，t）=0，相对加速度$\ddot{u}$（0，t）=0，即

$$0=\sum_{n=1}^{\infty}(-n^2\omega^2)A_n\sin(n\omega t+\alpha_n)-\sum_{n=1}^{\infty}d_n\sin(n\omega t+\alpha_n) \tag{f}$$

再利用式（d）有

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n\omega)^2}{d_n}A_n(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

$$=-\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \tag{g}$$

上式乘cos iωt dt 从0到T积分，利用三角函数系数正交性，有

$$\frac{(i\omega)^2}{d_i}A_i a_i\int_0^T\cos^2 i\omega t\,dt=-a_i\int_0^T\cos^2 i\omega t\,dt$$

(*)

$$a_i\int_0^T\cos^2 i\omega t\,dt\neq 0$$

从而

$$A_i=-\frac{d_i}{(i\omega)^2}=-\frac{\sqrt{a_i^2+b_i^2}}{(i\omega)^2} \tag{6}$$

对于剑头x=l，轴力N（l，t）=0，从而 $\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=l}=0$，由

（*）注：若a =0则对（g）式乘sin iωt dt 从0到T积分有同样结果。如果某项有$a_i=b_i=0$，则对应该项$A_i=0$。

式(5)

$$0=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n\omega)}{a d_n}\left(B_n\cos\frac{n\omega l}{a}-A_n\sin\frac{n\omega l}{a}\right)(a_n\cos n\omega t+$$

$$b_n\sin n\omega t) \qquad (h)$$

再以$\cos i\omega t dt$乘(h)式从0到T积分。同时利用式(6)有:

$$0=\frac{(i\omega)}{a d_i}\left(B_i\cos\frac{i\omega l}{a}-A_i\sin\frac{i\omega l}{a}\right)\cdot a_i\int_0^T\cos^2 i\omega t dt$$

从而

$$B_i=A_i\,tg\frac{i\omega l}{a}=-\frac{\sqrt{a_i^2+b_i^2}}{(i\omega)^2}\,tg\frac{i\omega l}{a} \qquad (7)$$

剑杆的相对运动(强迫振动)规律为

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[-\frac{d_n}{(n\omega)^2}\cos\frac{n\omega x}{a}-\frac{d_n}{(n\omega)^2}\,tg\frac{n\omega l}{a}\sin\frac{n\omega x}{a}\right]$$

$$\sin(n\omega t+\alpha_n)+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n\omega}\right)^2(a_n\cos n\omega t+$$

$$b_n\sin n\omega t) \qquad (8)$$

或

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{\cos\frac{n\omega l}{a}}\right)\cos\left(\frac{n\omega x}{a}-\frac{n\omega l}{a}\right)\cdot$$

$$\left(\frac{1}{n\omega}\right)^2(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)+$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n\omega}\right)^2(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \quad (8)'$$

对于剑头 x＝1 有

$$u(l,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n\omega}\right)^2\left(1-\frac{1}{\cos\frac{n\omega l}{a}}\right)(a_n\cos n\omega t+$$

$$b_n\sin n\omega t) \quad (9)$$

式(9)给出了剑头的附加动程。剑头的实际位移为：

$$u^*(l,t)=u(l,t)+S(t)$$

剑杆内动态正应力

$$\sigma=\frac{N}{A}=E\varepsilon=E\frac{\partial u}{\partial x}$$

从而

$$\sigma=E\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\cos\frac{n\omega l}{a}}\sin\left(\frac{n\omega x}{a}-\frac{n\omega l}{a}\right)\cdot\left(\frac{1}{a n\omega}\right)\cdot$$

$$(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

$$=\sqrt{\frac{\rho A}{\omega^2}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cos\frac{n\omega l}{a}}\sin\left(\frac{n\omega x}{a}-\frac{n\omega l}{a}\right)\cdot$$

$$(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \tag{10}$$

对于x＝0端

$$\sigma(0,t)=\frac{\sqrt{\rho E}}{\omega}\sum_{n=1}^{\infty}\left(-tg\frac{n\omega l}{a}\right)\frac{(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)}{n} \tag{11}$$

二计算实例

取$\ddot{S}(\varphi)$如图2，其中$a_1=233\cdot5m/s^2$， $a_2=-194\cdot6m/s^2$，$a_3=168\cdot7m/s^2$. $\beta_1=1\cdot0472(60°)$, $\beta_2=1\cdot2217(70°)$，$\beta_3=1\cdot9199(110°)$，$\beta_4=2\cdot2689(130°)$，$\beta_5=4\cdot1141(235\cdot72°)$，$\beta_6=4\cdot4632(255\cdot72°)$，$\beta_7=5\cdot4105(310°)$，$\beta_8=5\cdot5851(320°)$。〔1〕

四段斜线的斜率及方程依次如下：

$$K_1=\frac{a_1}{\beta_2-\beta_1},\quad \ddot{S}(\varphi)=K_1(\varphi-\beta_1),\ (\beta_1\le\varphi\le\beta_2)$$

$$K_2=\frac{a_1-a_2}{\beta_3-\beta_4},\ \ddot{S}(\varphi)=K_2(\varphi-\beta_3)+a_1\quad (\beta_3\le\varphi\le\beta_4)$$

$$K_3=\frac{a_2-a_3}{\beta_5-\beta_6},\ \ddot{S}(\varphi)=K_3(\varphi-\beta_5)+a_2,\ (\beta_5\le\varphi\le\beta_6)$$

$$K_4=\frac{a_3}{\beta_7-\beta_8},\ \ddot{S}(\varphi)=K_4(\varphi-\beta_7)+a_3,\ (\beta_7\le\varphi\le\beta_8)$$

$$A_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\ddot{S}(\varphi)\cos n\varphi\, d\varphi$$

$$=\frac{1}{\pi}\Big\{\Big[K_1\Big(\frac{\varphi}{n}\sin n\varphi+\frac{1}{n^2}\cos n\varphi\Big)-\frac{K_1\beta_1}{n}\sin n\varphi\Big]\Big|_{\beta_1}^{\beta_2}$$

$$+\frac{a_1}{n}\sin n\varphi\Big|_{\beta_2}^{\beta_3}$$

$$+\Big[K_2\Big(\frac{\varphi}{n}\sin n\varphi+\frac{1}{n^2}\cos n\varphi\Big)+\frac{(a_1-K_2\beta_3)}{n}\sin n\varphi\Big|_{\beta_3}^{\beta_4}$$

$$+\frac{a_2}{n}\sin n\varphi\Big|_{\beta_4}^{\beta_5}$$

$$+\left[K_3\left(\frac{\varphi}{n}\sin n\varphi+\frac{1}{n^2}\cos n\varphi\right)+\frac{(a_2-K_3\beta_5)}{n}\sin n\varphi\right]\Bigg|_{\beta_5}^{\beta_6}$$

$$+\frac{a_3}{n}\sin n\varphi\Bigg|_{\beta_6}^{\beta_7}$$

$$+\left[K_4\left(\frac{\varphi}{n}\sin n\varphi+\frac{1}{n^2}\cos n\varphi\right)+\frac{(a_3-K_4\beta_7)}{n}\sin n\varphi\right]\Bigg|_{\beta_7}^{\beta_8}\Bigg\}$$

同理

$$B_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\ddot{s}(\varphi)\sin n\varphi\, d\varphi$$

$$=\frac{1}{\pi}\Bigg\{\left[K_1\left(\frac{1}{n^2}\sin n\varphi-\frac{\varphi}{n}\cos n\varphi\right)+\frac{K_1\beta_1}{n}\cos n\varphi\right|_{\beta_1}^{\beta_2}$$

$$-\frac{a_1}{n}\cos n\varphi\Bigg|_{\beta_2}^{\beta_3}$$

$$+\left[K_2\left(\frac{1}{n^2}\sin n\varphi-\frac{\varphi}{n}\cos n\varphi\right)-\frac{(a_1-K_2\beta_3)}{n}\cos n\varphi\right|_{\beta_3}^{\beta_4}$$

$$-\frac{a_2}{n}\cos n\varphi\Big|_{\beta_4}^{\beta_5}$$

$$+\left[K_3\left(\frac{1}{n^2}\sin n\varphi-\frac{\varphi}{n}\cos n\varphi\right)-\frac{(a_2-K_3\beta_5)}{n}\cos n\varphi\right]\Big|_{\beta_5}^{\beta_6}-$$

$$\frac{a_3}{n}\cos n\varphi\Big|_{\beta_6}^{\beta_7}$$

$$+\left[K_4\left(\frac{1}{n^2}\sin n\varphi-\frac{\varphi}{n}\cos n\varphi\right)-\frac{(a_3-K_4\beta_7)}{n}\cos n\varphi\right]\Big|_{\beta_7}^{\beta_8}\}$$

此时$\ddot{S}(\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos n\varphi+B_n\sin n\varphi$.

如选合金钢作剑杆则$\rho=7\cdot81\times10^3(kg/m^3)$, $E=2\cdot10\times10^{11}(N/m^2)$. 取$l=0\cdot75(m)$, [2], n=210 r. p. m ,

$\omega=7\pi(1/s)$, 则

$$a=\sqrt{\frac{E}{\rho}}=\sqrt{\frac{2\cdot10\times10^{11}}{7\cdot81\times10^3}}\approx5185\ (m/s)$$

接纬时$\omega t_I=\varphi_1=185°(3\cdot2288\ rad)$, 由计算机算得 n 从1到15时的$A_n$和$B_n$及附加动程$u(l,\varphi)$如下:

$\longrightarrow s(t)$

图3

n	1	2	3	4	5	6	7
$A_n(m/s^2)$	117.096	-155.322	-17.0375	71.507	-15.6812	-6.3557	20.6403
$B_n(m/s^2)$	13.9314	-27.8851	-19.3528	22.3789	13.7812	4.6244	3.7446

n	8	9	10	11	12	13	14	15
A_n	-15.838	-1.9408	13.8806	-7.4316	-8.147	3.8027	2.1852	3.9323
B_n	-18.093	-13.6054	9.0597	6.5835	3.0125	3.5847	-4.7801	[illegible]

$u(l,\varphi_1)=2.0672\times10^{-6}(m)$ （只计算前15项）

由式(9)可见，由于 $|A_n|$、$|B_n|$ 下降且系数 $\left(\frac{1}{n\omega}\right)^2$ 很快趋于零，对于 $u(1、t)$ 展开式不必继续增加计算项数

由上述实际计算可见剑杆纵向弹性振动的附加动程对于总动程影响不大。

还应指出进一步的精确计算应把剑杆简化成变截面直杆的模型用方程(1)进行。

关于固定端 $x=0$ 的动应力计算式(11)，如果我们只取前N项作为近似值则。

$$\sigma(0,t)\approx\frac{\sqrt{\rho E}}{\omega}\sum_{n=1}^{N}\left(-tg\frac{n\omega l}{a}\right)\frac{a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t}{n} \qquad (11)''$$