理论力学

学习指导书

上海工业大学

一九八二年一月

前　言

《理论力学》,是现代工程技术的理论基础之一，是工科院校大多数专业的必修课。学好它，无论对学好大学的许多后继课程，或是对学生毕业后处理各种工程实际问题，都有着重要的意义。

历届的学生，都突出地反映“理论力学”是“理论易懂解题难”。探究其原因，固然很多，但两个方面是重要的：一是对有关的理论、概念没有真正熟练地吃透；一是缺乏一定的分析问题、解决问题的能力。解决这些问题，需要作多方面的研究和努力。编写本书，只是想使学生在课堂教学的基础上，在自学、消化的过程中，进一步加深理解，融会贯通，开阔视野，灵活应用。我们预期：本书将成为对学生自学的一份指导性的辅助材料；如注意与课堂教学适当配合，则可指望使教师的讲解，多侧重于学生智能的培养。

本书以机械类教学大纲为基础，与1978年南京工学院等九院校编“理论力学”教材基本相配合。编写过程中，尽量体现了如下几个特点：

1．内容较全面，既概括了基本理论，又有一定的难度与深度；

2．既分章作了扼要的小结、归纳和适当提示，又强调了对“理论力学”内容的整体性、连贯性的综合认识；

3．选入了近期国外教材中的某些新题，因而充实、丰富了过去常见的习题类型；

4．例题叙述中，加强了解题思路的分析、方法讨论及初学者容易搞错的某些问题的注释，以避免单纯的解题。

本书的编写，在我校、系直接领导下，经我组逐章集体讨论，

笔，动力学由徐明德执笔。

由于水平有限，经验不足，时间仓促，错误之处在所难免。诚望老师们和广大读者批评指正。

上海工业大学　　机械系

教研组　　理论力学教学小组

十九八二年一月

目　　录

绪　　论

理论力学是研究物体作机械运动(平衡)时普遍规律的一门学科。

所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化，它是宇宙间一切物质运动形式中最低级最简单的一种形式。

物体相对地球保持静止或作匀速直线运动的状态。称为平衡，它是机械运动的特殊情况，然而一切平衡都只是相对的和暂时的。

由于物体相互之间的机械作用，即力的作用，它使物体产生两种效应：一是外效应，是指物体产生位移(包括位置变化、速度、加速度)。一是内效应，是指物体产生变形(包括几何形状、尺寸大小的改变)

理论力学主要是研究机械作用的外效应。

为了便于研究，理论力学通常分为三个部份，即：

静力学：研究物体平衡的一般规律。

运动学：研究物体运动的几何性质。

动力学：研究物体运动的普遍规律。

研究机械作用的内效应，考虑物体的变形，将是材料力学的任务。

一般的力学课程包括理论力学、材料力学和其它一些力学均属于以牛顿定律为基础的古典力学范畴，它不适用微观粒子和接近光速的运动。

学习理论力学首先是掌握本门学科的规律，从而去解决这一方面的工程技术问题，例如机、电结构、工程设备、土木建筑等。其次是为学习后继课程提供理论基础，例如材料力学、机械原理与零件、专业设备课等。最后由于本学科的特点将有助于培养学生的辩证唯物主义世界观以及分析问题和解决问题的能力。

理论力学的特点是不仅具有系统理论而且要联系一定的工程实际，不仅需要数学运算而且要掌握必要的物理概念。因为理论力学在工科大学里是一门相当重要的承先启后的基础理论课程，学习理论力学首先要对一般的机械和机构具有初步了解，其次要注意克服对物理力学的自满感，这将对学习理论力学是会有好处的。

随着社会主义祖国建设事业的不断发展，对于力学提出了许多迫切需要解决的课题，因此我们要树雄心，攀高峰，为了社会主义祖国早日实现四个现代化而奋发学习和贡献力量。

第一编　静　力　学

第一章　静力学基础

一、内容提要

静力学是研究物体受力作用下平衡的一般规律，作为静力学基础将要介绍下述一些基本内容:

1．静力学的三个基本概念

（一）刚体——在任何作用下完全不变形的物体。

（二）力——物体相互之间的机械作用，其结果使物体的动态和形态发生改变。

力对物体的效应取决于力的三要素（大小、方向、作用点），力是矢量，可用“箭号”表之，并符合矢量运算法则。

在力学中经常碰到的力的类型有:

(1)集中力——作用于某一点上的力。

(2)分布力——作用于某长度、或某面积、体积上的力。

(3)转矩——使物体产生转动效应的“一种力”。例如力矩、力偶等。

在力学中将矢量区分为:

(1)定位矢量——除大小、方向外，并具有一定作用点的矢量。

(2)滑动矢量——除大小、方向外，作用点的位置可在作用线上任意选定的矢量。

(3)自由矢量——除大小，方向外，作用点的位置可以任意选定的矢量。

（三）平衡——在一般工程问题中是指物体相对固结于地球表面的参考系保持静止或作匀速直线运动的状态。

2．静力学的五条基本公理

（一）两力平衡公理

刚体受两力作用而平衡，其必要与充份条件是两力等值、共线、反向。

（二）两力合成公理

刚体受汇交二力作用，其合力由以此两力矢为边所组成平行四边形的对角线来决定。

（三）加减平衡力系公理

在已知力系内加入或取出任何平衡力系，不会改变该力系对刚体的作用。

根据本公理可得到一个重要推论：力的可传性原理——作用于刚体上的力可以沿其作用线任意滑移而不会改变它对刚体的作用。

（四）作用与反作用公理

两物体相互之间的作用力与反作用力总是成对出现，且等值、共线、反向，分别作用在两个物体上。

（五）刚化公理

变形体受已知力系作用而平衡，如将此变形体换成刚体，则平衡不受影响。

3．五种基本约束类型与约束力分析

(一) 柔索

$\vec{T}$
- 方位：沿着柔索
- 指向：背离物体
- 作用点：接触处

(二) 光滑接触面

$\vec{N}$
- 方位：沿着公法线
- 指向：朝向物体
- 作用点：接触处

(三) 活动支座

$\vec{R}$
- 方位：沿着支承面法线
- 指向：未定(可假定)
- 作用点：接触处

(四) 固定支座、销钉、铰链

$\vec{R}$
- 方位：未定
- 指向：未定
- 作用点：未定

这种约束力的方位必然通过销孔中心，一般可用两个正交分量表示。

(五) 两力构件(不计自重仅受两力作用而平衡的构件)

$\vec{S}$
- 方位：沿着两个作用点连线
- 指向：未定(可假定)
- 作用点：接触处

4．受力图

受力图——正确表达某个物体受力情况的一张图称为受力图。它是解决力学问题的一张关键图。

5．静力学基本问题

(一) 力系分类

为了便于研究，将力系在空间是否处于同一平面和是否相交或平行可区分为：

(1) 平面力系
- 平面汇交力系
- 平面平行力系
- 平面一般力系

(2) 空间力系
- 空间汇交力学
- 空间平行力系
- 空间一般力系

(二) 基本问题

(1)力系的合成或简化

(2)力系的平衡条件和平衡方程

应用力系平衡条件可求解静力学三类问题：即求约束反力，求平衡位置，求主动力之间关系。

（三） 解题步骤

⑴ 根据题意，确定研究对象，并把它隔离开来。

⑵ 对研究对象进行受力分析，画出受力图。

⑶ 选取适当的座标轴和矩心，然后按照力系类型列出必要的平衡方程。

⑷ 如果未知数与方程数相等则可解题，否则需另选研究对象画出受力图再列平衡方程，直至全部未知数与独立方程数相等则全部答案可以求得。

二、注意点

1．对五种基本约束力分析要熟悉。

2．画受力图时注意当解除约束时约束力将成对出现(符合公理四)，不解除约束时约束力将不会出现。

3．画出作用于分离体上的所有力(主动力、约束力)、并按规定符号标出，不要随意乱写。

4．画受力图时尽量保持系统的相对位置，绘画、标注要簪洁。

三、例题、

1．试绘下图中各物体的受力图，已知杆重为$\vec{P}$，块重为$\vec{Q}$，定滑轮重量不计。

解：

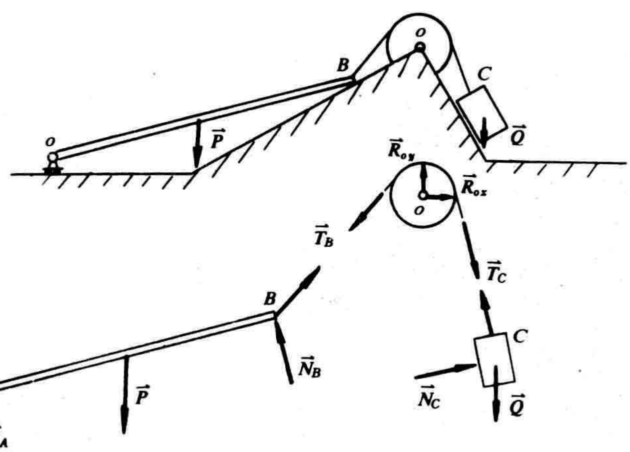

图 1—1

2．试绘下图中各物体的受力图，拱重不计，已知左拱作用水平力$\vec{Q}$，右拱作用铅垂力$\vec{P}$，如果Q＝0则有何变化？

说明：⑴当Q＝0时，则左拱AC 为两力构件，

因而$\vec{R}_A$与$\vec{R}_C$两个约束反力的方位可定，即沿A、C两点连线。[见图1—2（a）]

⑵ 如不解除约束则不出现约束反力。例如对中间销钉C 处不解除约束，则约束反力$\vec{R}_C$将不会出现。[见图1—2（b）]

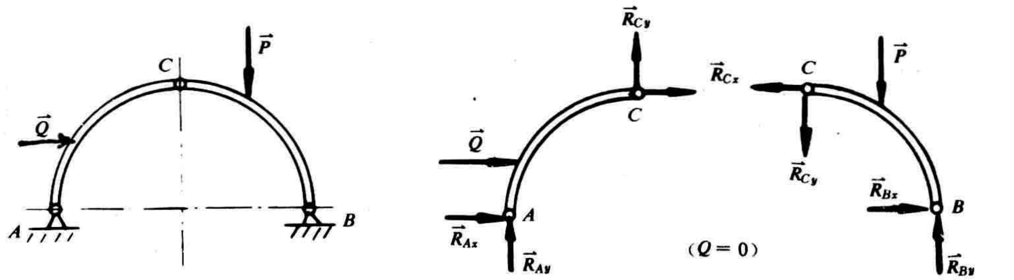

图 1 — 2

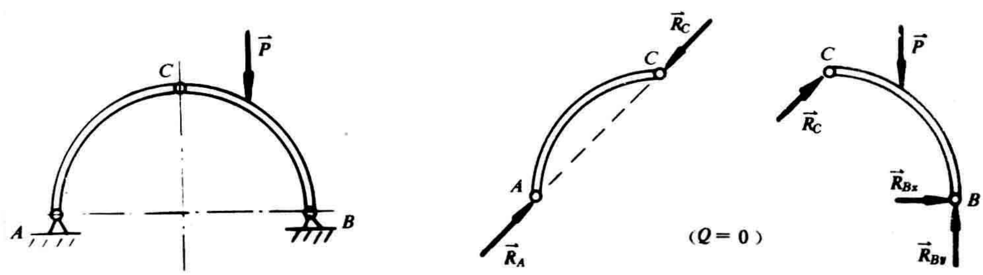

图 1 — 2（a）

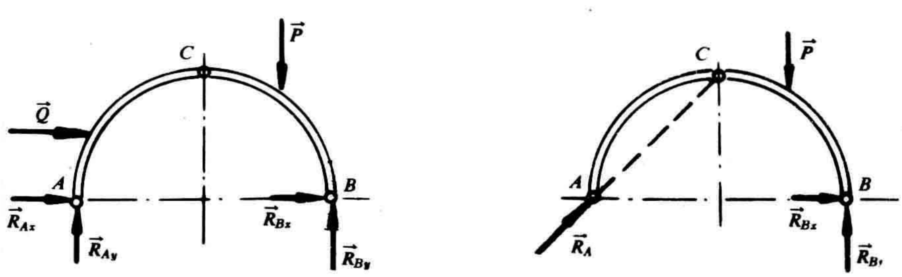

图 1 — 2（b）

3．试绘下图中各物体的受力图，自重均不计，已知凸轮上转矩M 作用，顶杆阀门受弹簧力$\vec{F}$ 和气体压力 P 作用。

解:

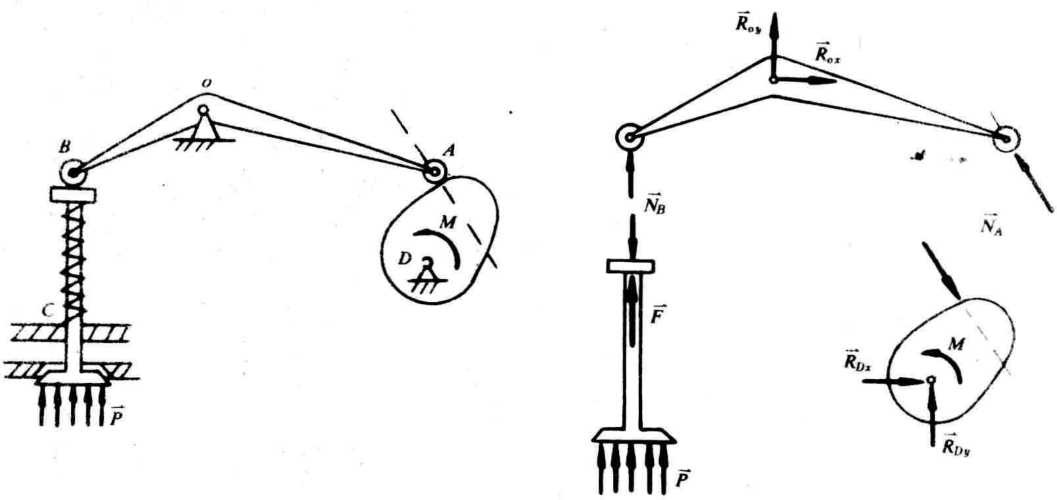

图　1 — 3

4、试绘下图中各物体的受力图，自重均不计，已知绞车受转矩M 作用，重物重量为$\vec{P}$。

解：

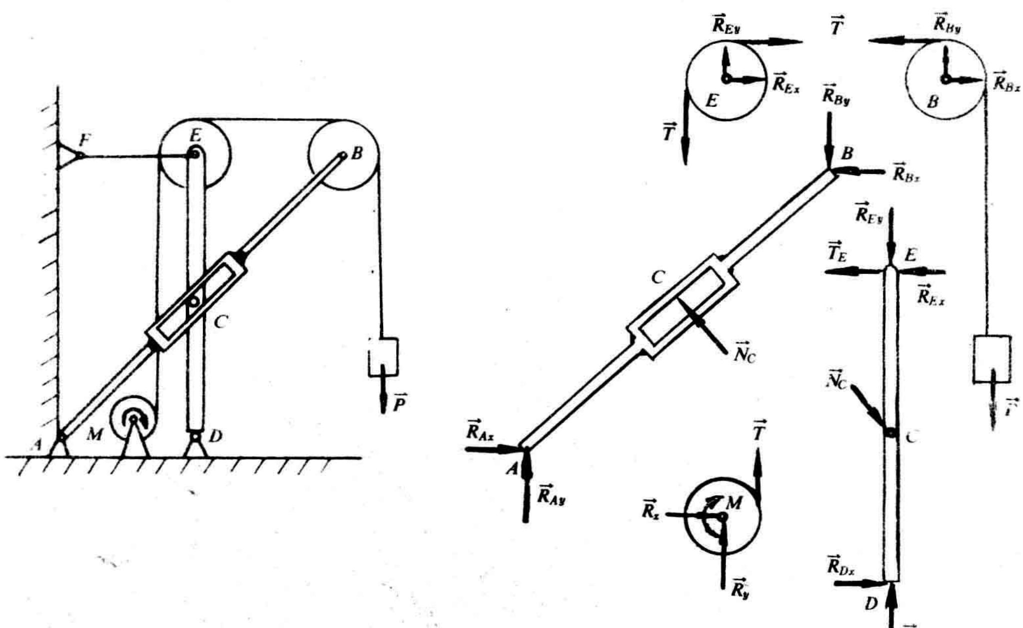

图　1 — 4

第二章　汇交力系

一、内容提要

作用在物体上所有力的作用线都汇交于一点的力系称为汇交力系。

汇交力系的合成与平衡问题不仅是研究复杂力系平衡的基础，而且由于它涉及的基本概念和分析方法具有一般性，因而在静力学理论中占有重要地位。

学习本章要求掌握作力多边形与力的投影等基本方法以及力系平衡条件的应用。

1．汇交力系几何法

汇交力系按照力多边形法则合成的方法称为几何法。

汇交力系合成的结果可得一个合力$\vec{R}$，它由力多边形的封闭边来决定。

汇交力系平衡的必要与充份条件是汇交力系的合力等于零，或汇交力系的力多边形为封闭力多边形。

2．汇交力系解析法

汇交力系按照矢量解析式合成的方法称为解析法。

汇交力系合成的结果可得一个合力$\vec{R}$，它可用矢量解析式表之，即

$$\begin{aligned}\vec{R} &= R_x\vec{i}+R_y\vec{j}+R_z\vec{k}\\ &= (\Sigma X)\vec{i}+(\Sigma Y)\vec{j}+(\Sigma Z)\vec{k}\end{aligned}\quad\left\{\begin{array}{l}\text{大小：}\ R=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2}\\ \qquad\qquad =\sqrt{(\Sigma X)^2+(\Sigma Y)^2+(\Sigma Z)^2}\\ \text{方向：}\left\{\begin{array}{l}\cos\alpha=\dfrac{R_x}{R}\\ \cos\beta=\dfrac{R_y}{R}\\ \cos\gamma=\dfrac{R_z}{R}\end{array}\right.\\ \text{作用点：汇交点}\ o\end{array}\right.$$

汇交力系平衡的必要与充份条件是汇交力系的合力等于零，或汇交力系诸力的几何和等于零。

即　$\vec{R}=\Sigma\vec{F}=0$

汇交力系平衡方程是诸力在三个坐标轴上投影的代数和分别都等于零。

$$\text{即}\left\{\begin{array}{l}\Sigma X=0\\ \Sigma Y=0\\ \Sigma Z=0\end{array}\right.$$

3．三力平衡汇交定理

刚体受三力作用而平衡，若其中两力汇交，则此三力必共面共点。

二、注意点

1．几何法通常适用平面情况，解析法则适用一般情况。

2．画清受力图，若采用几何法则根据受力图作力多边形，并由草图标出其几何关系，要注意力多边形与受力图既有关系又有区别。

3．三力平衡汇交定理在几何法解题中比较实用，它可以确定未知的第三个力的方位，并

由力三角形自成封闭可以确定该力的指向。

4．画清受力图，若采用解析法则适当选择投影坐标轴，尽量使一个方程里只出现一个未知量，可避免解联立方程。

5．力在轴上的投影是代数量，因此投影时要特别注意正负号，未知力的指向可事先假定，它可以由答案的正负号来正确判断。

6．力的投影与力的分力是两个概念，只有在直角坐标系中力对坐标投影的数值与力沿坐标分力的大小两者相等。因为在静力学中要建立投影平衡方程式，故对力的投影要熟悉。

7．一个力对某轴进行投影，若力与轴之间的夹角已知时就可利用直接投影法。若力与轴之间的夹角未知时一般采用二次投影法进行投影。即先将该力投影到包含这个轴的平面上，后再将该力在平面上的分力投影到这个轴上去。这种方法在空间力系情况经常用到。

8．在求解空间汇交力系的平衡问题时，根据题设条件最好自己能画出一个辅助图（某平面投影图）以助解题分析。

三、例题

1．一个斜齿轮节园半径为r，压力角为α，螺旋角为β，装在转轴中间，距离轴承A、B各为a、b，齿轮受压力作用，试求压力$\vec{P}$对直角坐标系$Axyz$之投影。

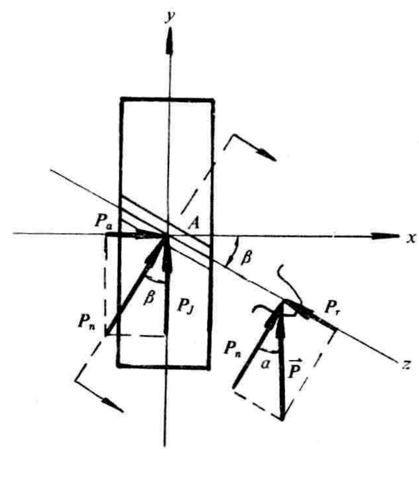

图 2 — 1

解：因这是空间力的投影故采取二次投影法。

$\vec{P}$对z轴的投影可利用直接投影法

$$P_z=-P\sin\alpha$$

$\vec{P}$对x、y轴的投影可采用二次投影法，即先将$\vec{P}$投影到包含这两个轴的平面上，可得$P_n=P\cos\alpha$，然后再将$\vec{P}_n$投影到x、y轴上

$$P_x=-P_n\sin\beta=-P\cos\alpha\sin\beta$$

$$P_y=P_n\cos\beta=P\cos\alpha\cos\beta$$

在工程中令$P_a=P_x$称为轴向力。$P_t=P_y$称为园周力。$P_r=P_z$称为径向力。

2．半园形三铰拱ABC，半径为r，拱重不计，若在右拱BC的$r/2$处作用一铅垂力$\vec{P}$，试求三铰处的约束反力。

解：

（1）研究对象：右拱BC

（2）受力分析：$\vec{P}$、$\vec{R}_B$、$\vec{R}_C$

这里左拱AC为两力构件，故约束反力$\vec{R}_C$的方位可定，即沿AC连线，而指向可假定。

右拱BC为三力平衡，因$\vec{R}_C$与$\vec{P}$的作用线相交于O点，则$\vec{R}_B$的作用线必沿连线BO，而指向也可假定。

（3）应用理论：平面汇交力系

（a）几何法——作力多边形如图所示，首先画已知主动力$\vec{P}$，然后由箭头处作未知约束反力$\vec{R}_B$的作用线，由箭尾处作未知约束反力$\vec{R}_C$的作用线，构成一封闭的力三角形。可见未知力$\vec{R}_B$、$\vec{R}_C$的指向可依据已知力$\vec{P}$来确定，并看到事先假定是正确的。

因力三角形与结构简图中△ODE相似，故力三角形上的角度可以找到，应用正弦定理可

得：

$$\frac{R_B}{\sin 45^\circ}=\frac{R_C}{\sin a}=\frac{P}{\sin[180^\circ-(45^\circ+a)]}$$

因 $\sin a=\dfrac{DB}{OB}=\dfrac{\frac{1}{2}r}{\frac{\sqrt{10}}{2}r}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

$$\sin[180^\circ-(45^\circ+a)]=\sin(45^\circ+a)=\frac{CB}{OB}=\frac{\sqrt{2}r}{\frac{\sqrt{10}}{2}r}=\sqrt{\frac{8}{10}}$$

得 $R_B=\dfrac{\sin 45^\circ}{\sin(45^\circ+a)}P=\dfrac{\sqrt{10}}{4}P$

$$R_C=\frac{\sin a}{\sin(45^\circ+a)}P=\frac{\sqrt{2}}{4}P=R_A$$

（b）解析法——取直角坐标如图所示，列投影方程：

$\Sigma X=0 \qquad -R_B\sin(45^\circ+a)+P\sin 45^\circ=0$

$\Sigma Y=0 \qquad R_B\cos(45^\circ+a)-P\cos 45^\circ+R_C=0$

同样可以求得上面答案。直角坐标的这样选取显然可使解题得到简化。

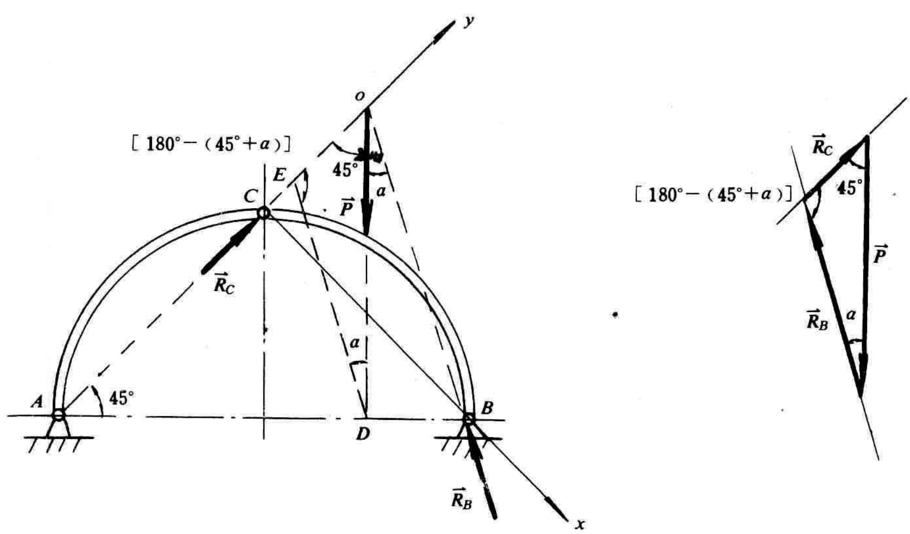

图 2 — 2

3．直杆$AB=2a$，重量为$\vec{P}$，放在半径为r的半园槽内，若$a>r$，试求平衡时杆AB与水平线的夹角φ以及约束反力。

解：

（1）研究对象：直杆AB

（2）受力分析：$\vec{P}$、$\vec{N}_A$、$\vec{N}_D$

直杆AB为三力平衡，因$\vec{N}_A$的作用线必沿半径OA并与$\vec{P}$的作用线相交于O'点，则$\vec{N}_D$的作用线必沿连线DO'。

(3)应用理论：平面汇交力系

三力平衡汇交于O'点，由结构简图根据几何关系应用正弦定理可得：

$$\frac{2r}{\sin(90^\circ+\varphi)}=\frac{a}{\sin(90^\circ-2\varphi)}$$

(4)解题

上式可改写为

$$\frac{2r}{\cos\varphi}=\frac{a}{\cos 2\varphi}=\frac{a}{2\cos^2\varphi-1}$$

或 $4r\cos^2\varphi-a\cos\varphi-2r=0$

得 $\cos\varphi=\dfrac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A}=\dfrac{a+\sqrt{a^2+32r^2}}{8r}$

(5)求约束反力

几何法——作力多边形如图所示，因力三角形与结构简图中$\triangle OCE$相似，故力三角形上的角度可以找到，应用正弦定理可得：

$$\frac{N_A}{\sin\varphi}=\frac{N_D}{\sin(90^\circ-2\varphi)}=\frac{P}{\sin(90^\circ+\varphi)}$$

得 $N_A=P\,\mathrm{tg}\varphi$

$$N_D=P\frac{\cos 2\varphi}{\cos\varphi}$$

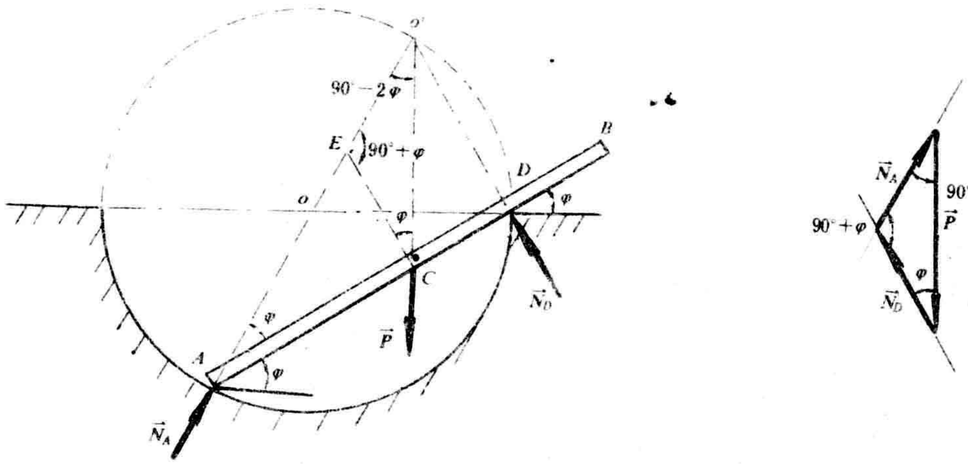

图 2—3

4．不计自重的四连杆机构，在销钉A和B上分别作用了$\vec{P}$和$\vec{Q}$如图所示，试求在图示位置平衡时$\vec{P}$与$\vec{Q}$之间关系以及各杆内力。

解：

(1)研究对象：销钉A

(2)受力分析：$\vec{P}$、$\vec{S}_{AB}$、$\vec{S}_{AC}$

杆AB与杆AC均为两力构件

(3)应用理论：平面汇交力系

解析法——取坐标如图所示，如需求平衡时$\vec{P}$与$\vec{Q}$之关系，则可先列投影方程$\Sigma X=0$即

$\Sigma X=0 \qquad P-S_{AB}\cos 45^\circ=0$

（4）解题：

得 $S_{AB}=\dfrac{P}{\cos 45^\circ}$

（5）说明：

上式表达了平衡时$\vec{P}$与$\vec{S}_{AB}$之间关系，如能找到$\vec{Q}$与$\vec{S}_{AB}$之间关系，则问题解决。为此可再取销钉B来研究。

（1）研究对象：销钉B

（2）受力分析：$\vec{Q}$、$\vec{S}_{AB}$、$\vec{S}_{BD}$

杆AB与杆BD均为两力构件

（3）应用理论：平面汇交力系

解析法——取坐标如图所示，可先列投影方程$\Sigma X=0$即

$\Sigma X=0 \qquad S_{AB}-Q\cos 30^\circ=0$

（4）解题：

得 $S_{AB}=Q\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}Q$

最后联解上述两式可得：

$\dfrac{P}{Q}=\cos 30^\circ\cdot\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

（5）求约束反力

对销钉A列出$\Sigma Y=S_{AC}-S_{AB}\sin 45^\circ=0$

对销钉B列出$\Sigma Y=S_{BD}-Q\sin 30^\circ=0$

得 $S_{AC}=Q\cos 30^\circ\cdot\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{6}}{4}Q$

$S_{BD}=Q\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}Q$

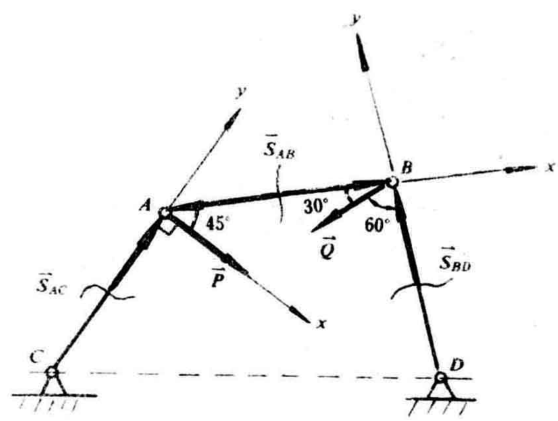

图 2—4

5．四个半径为r的均质球在光滑的水平面上堆成锥形如图所示，下面的三个球用绳缚住，绳与三个球心在同一水平面内，如球重均为$\vec{P}$，试求绳索张力，忽略当上面球未放上时在绳索内的初张力。

（1）研究对象：园球D

（2）受力分析：$\vec{P}$、$\vec{N}_1$、$\vec{N}_2$、$\vec{N}_3$

（3）应用理论：空间汇交力系

$\Sigma X=0 \qquad -N_1\cos a\sin 30^\circ-N_2\cos a\sin 30^\circ+N_3\cos a=0$

$\Sigma Y=0 \qquad N_1\cos a\cos 30^\circ-N_2\cos a\cos 30^\circ=0$

$\Sigma Z=0 \qquad (N_1+N_2+N_3)\sin a-P=0$

（4）解题：

由前两式可知：$N_1=N_2=N_3=N$

由后式可解得：$N=\dfrac{P}{3\sin\alpha}$

现需求出绳索张力T，为此则再取球A来研究。

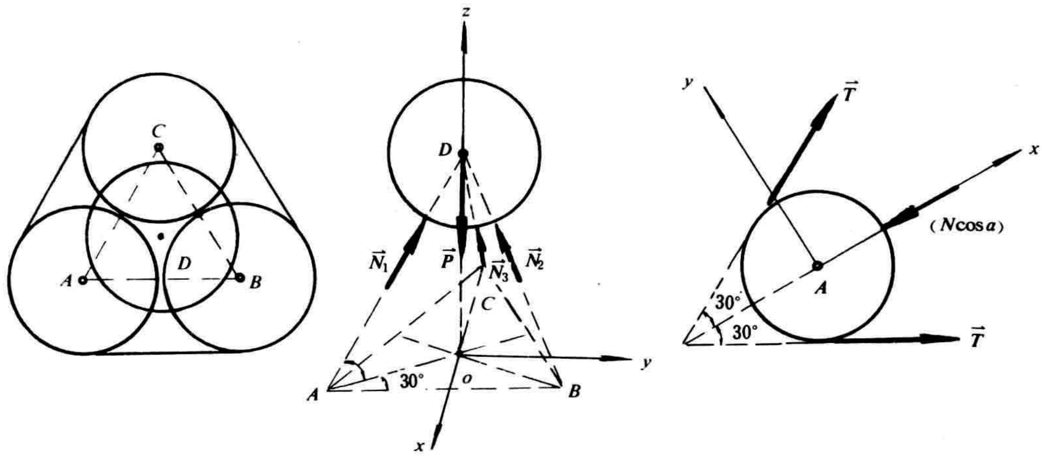

图 2 — 5

(1)研究对象：园球A

(2)受力分析：$\vec{P}$、$\vec{N}$、$\vec{N}_A$、$\vec{T}$

由于忽略了绳索初张力，因而A、B、C三球相互之间作用力可以不计。

(3)应用理论：空间汇交力系

取通过球心A的水平面为Axy平面，且x轴为对称轴，

列 $\Sigma X=0 \qquad 2T\cos30°-N\cos\alpha=0$

(4)解题：

$$T=\frac{\cos\alpha}{2\cos30°}N=\frac{\cos\alpha}{2\cos30°}\cdot\frac{1}{3\sin\alpha}P=\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{6\cos30°}P$$

因 $AO=\dfrac{r}{\cos30°}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}r$

$$DO=\sqrt{AD^2-AO^2}=\sqrt{(2r)^2-(\frac{2}{\sqrt{3}}r)^2}=\sqrt{\frac{8}{3}}r$$

故 $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{AO}{DO}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

得 $T=\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{6\cos30°}P=\dfrac{1}{3\sqrt{6}}P$

6．一重物重量Q，由不计自重的三杆支持如图所示，如$\sqrt{\dfrac{2}{3}}\,l<L<l$，其中$AD=BD=CD=L$，$OA=OB=OC=l$，试求三杆内力。

解：首先求出D的坐标(x、y、z)，由于对称性可知$x=y=z$，由oxy平面图根据几何关系可得：

$$x=Od\cdot\cos45°=\sqrt{L^2-(l-z)^2}\cos45°=\sqrt{L^2-(l-x)^2}\cos45°$$

整理上式可得：

$$3x^2-2lx-(L^2-l^2)=0$$

解得 $$x=\frac{1}{3}(l-\sqrt{3L^2-2l^2})=y=z$$

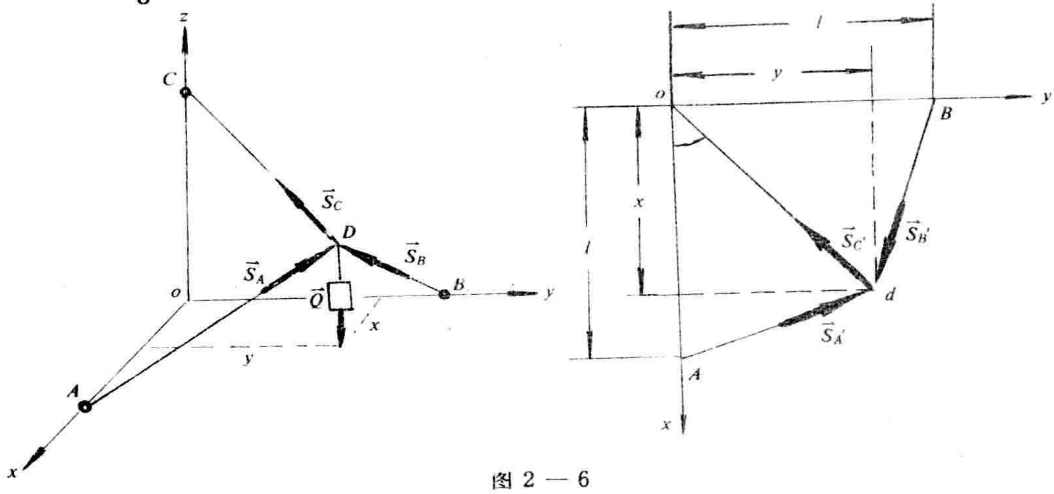

图 2—6

以下可根据空间汇交力系解题

（1）研究对象：节点 D

（2）受力分析：$\vec{Q}$、$\vec{S}_A$、$\vec{S}_B$、$\vec{S}_C$

（3）应用理论：空间汇交力系

$$\Sigma X=0 \qquad -S_A\frac{l-x}{L}+S_B\frac{x}{L}-S_C\frac{x}{L}=0$$

$$\Sigma Y=0 \qquad S_A\frac{y}{L}-S_B\frac{l-y}{L}+S_C\frac{y}{L}=0$$

$$\Sigma Z=0 \qquad S_A\frac{z}{L}+S_B\frac{z}{L}-S_C\frac{l-z}{L}=0$$

（4）解题：

$$令\quad D=\begin{vmatrix}(x-l) & x & x\\ y & (y-l) & y\\ z & z & (z-l)\end{vmatrix}=l^2(3k-l)$$

$$S_A=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix}O & x & x\\ O & (y-l) & y\\ QL & z & (z-l)\end{vmatrix}}{l^2(3k-l)}=\frac{2k}{l(3k-l)}Q$$

$$S_B=\frac{D_y}{D}=\frac{\begin{vmatrix}(x-l) & O & x\\ y & O & y\\ z & QL & (z-l)\end{vmatrix}}{l^2(3k-l)}=\frac{2k}{l(3k-l)}Q$$

$$S_C=\frac{D_z}{D}=\frac{\begin{vmatrix}(x-l) & x & O\\ y & (y-l) & O\\ z & z & QL\end{vmatrix}}{l^2(3k-l)}=\frac{a(l-2k)}{l(3k-l)}Q$$

式中 $k=x=y=z=\frac{1}{3}(l-\sqrt{3L^2-2l^2})$

$a=\sqrt{2k^2+(k-l)^2}$

将k与a之值代入答案化简后可得:

$$S_A=S_B=\frac{(l-\sqrt{3L^2-2l^2})L}{3l\sqrt{3L^2-2l^2}}Q$$

$$S_C=\frac{(l+2\sqrt{3L^2-2l^2})L}{3l\sqrt{3L^2-2l^2}}Q$$

(5)说明:

(a)由答案可见其分母不能等于零，则$\sqrt{3L^2-2l^2}>0$，从而可得 $L>\sqrt{\frac{2}{3}}l$。

(b)因确保AD、BD两杆为压杆，由答案可见其分子不能等于零，则$(l-\sqrt{3L^2-2l^2})>0$，从而可得$L<l$。因而必需满足$\sqrt{\frac{2}{3}}l<L<l$。这就是题设的意义。