

# 大学物理简明教程

## 第四篇 分子物理与量子物理(初稿)

林祥芬编

赵景聪主编

林应茂主审

承 泰国

丁政曾先生

蔡悦诗女士

赞助此书出版

# 大学物理简明教程

## 第四篇 分子物理与量子物理(初稿)

林祥芬编

赵景聪主编

林应茂主审

承 泰国

丁政曾先生

蔡悦诗女士

赞助此书出版

## 编者的话

本教材参照我国 80 年代通用教材的优秀传统进行编写。由于《大学物理》课程的授课时间为两个学期，本教材分成四篇编写。第一学期讲授第一篇力学（包含狭义相对论）和第二篇电磁学。第二学期讲授第三篇波动学和第四篇分子物理与量子物理。

第四章狭义相对论紧接在经典力学后面讲授，有利于学生深刻理解经典力学的应用条件和适用范围，也有利于学生认识已熟悉的力学知识的局限性。如果感到如此讲授的难度太大，也可将第四章移到第十四章后面讲授。教材中有 \* 号的内容是供选择的内容。

本教材由王兆华、李培官、徐浩、林祥芬四位教师分工编写四篇内容，由赵景聪于 80 年代在福州大学有关工科专业讲授数次，并共同改写数次。整个编写过程都在林应茂老师的关怀和指导下进行，特表示深切的谢意和思念之情。本教材选用了国内外优秀教材的文字、图表、例题和习题，也表示诚挚的谢意！

# 第四篇 分子物理与量子物理

## 目 录

|                        |        |
|------------------------|--------|
| 第十三章 气体分子运动论           | ( 1 )  |
| § 13.1 理想气体的状态方程       | ( 1 )  |
| § 13.2 理想气体的压强         | ( 6 )  |
| § 13.3 理想气体的温度和能量      | ( 12 ) |
| § 13.4 理想气体分子的速率分布定律   | ( 18 ) |
| § 13.5 气体分子的平均碰撞频率和自由程 | ( 27 ) |
| § 13.6 气体分子的输运过程       | ( 30 ) |
| 附录 13                  | ( 35 ) |
| 习题 13                  | ( 40 ) |
| 第十四章 热力学定律             | ( 43 ) |
| § 14.1 系统,准静态过程和功      | ( 43 ) |
| § 14.2 热量,热力学第一定律      | ( 51 ) |
| § 14.3 循环过程,卡诺循环       | ( 60 ) |
| § 14.4 热力学第二定律         | ( 65 ) |
| § 14.5 卡诺定理,热力学温标      | ( 71 ) |
| § 14.6 * 熵、熵增加原理       | ( 76 ) |

|                                |       |
|--------------------------------|-------|
| 附录 14 .....                    | (83)  |
| 习题 14 .....                    | (88)  |
| <b>第十五章 早期的量子论</b> .....       | (93)  |
| § 15.1 黑体热辐射,普朗克的量子假设 .....    | (93)  |
| § 15.2 光电效应,爱因斯坦的光子假说 .....    | (98)  |
| § 15.3 康普顿效应,光的波粒二象性 .....     | (105) |
| § 15.4 原子光谱的实验规律,原子有核模型的提出 ..  | (111) |
| § 15.5 玻尔的氢原子理论.....           | (116) |
| 附录 15 .....                    | (124) |
| 习题 15 .....                    | (126) |
| <b>第十六章 量子力学初步</b> .....       | (130) |
| § 16.1 德布罗意的物质波假设,电子衍射实验 ..... | (130) |
| § 16.2 物质波的波函数,玻恩的统计解释 .....   | (137) |
| § 16.3 一维定态薛定谔方程的建立和求解举例.....  | (141) |
| § 16.4 薛定谔方程对氢原子的应用.....       | (149) |
| § 16.5 量子力学对原子的应用举例.....       | (160) |
| § 16.6 测不准原理.....              | (166) |
| 附录 16 .....                    | (173) |
| 习题 16 .....                    | (177) |

## 第十三章 气体分子运动论

第一篇《力学》所研究的机械运动是指宏观物体的整体运动,它不考虑该物体的内部结构及其运动,本篇要进一步研究这个属于微观物理学的问题。

17世纪中叶,人们开始提出物质是由分子构成的假设。经历一个多世纪的时间,陆续提出热是分子运动的表现,以及气体分子运动是永不休止的、杂乱无章的(无序的)等重要思想,并使得气体分子运动论得到迅速的发展。<sup>①</sup>

本章 § 13.1 至 § 13.3 阐述理想气体的状态方程,以及压强  $P$  和温度  $T$  的微观实质。§ 13.4 至 § 13.6 阐述气体分子的速率分布(麦克斯韦分布律),并进一步说明分子的碰撞频率、自由程,以及其质量、动量和能量的输运过程。

[本章符号举例]气体质量  $M$ , 一摩尔气体质量  $M_m$ , 标准状态下气体体积  $V_0$ , 气体密度  $\rho = M/V$ , 分子质量  $m$ , 分子量  $\mu$ , 分子数  $N$ , 一摩尔气体分子数  $N_m$ , 分子数密度  $n = N/V$ , 摩尔数  $\nu = M/M_m = N/N_m$ , 气体内能  $E$ , 分子平动动能  $\epsilon_t$ , 分子动能  $\epsilon_k$ , 分子总能  $\epsilon$ 。

### § 13.1 理想气体的状态方程

#### (一)理想气体状态方程

气体不受外界影响时(不作功,不传热),将达到一个确定的宏观状态。这种不随时间变化的状态,叫平衡态。气体处于平衡态,它的分子仍处于不停的无序热运动之中,所以严格地说,

<sup>①</sup> 李椿,章立源,钱尚武编《热学》5-6页。人民教育出版社,1978年版。

此平衡态应称为热动平衡状态。

在研究气体的热学性质时,常用它的体积  $V$ , 压强  $P$  和温度  $T$  描述它的平衡状态。这三个量叫做它的状态参量。十七世纪,玻意耳、马略特、吕萨克和查理等人做实验寻找  $P$ 、 $V$ 、 $T$  之间的关系。实验结果可归纳为理想气体的状态方程,也称克拉珀龙方程。

[理想气体状态方程] 
$$PV = \nu RT \quad (13 \cdot 1 \cdot 1)$$

此式的  $V$  为气体的体积,即气体所能到达的空间。在密闭容器中的气体,其体积等于容器的容积。

压强  $P$  的概念在 § 13.2 中说明,热力学温度  $T$  在 § 13.3 和 § 14.5 中说明。本节先介绍气体的摩尔数  $\nu$  和常量  $R$ 。

实验表明,在压强不太大(与大气压比较)、温度不太低(与室温比较)的情况下,各种实际气体都只是近似地遵从  $(13 \cdot 1 \cdot 1)$  式。严格遵从该式的气体称为理想气体。理想气体是研究实际气体时的近似模型。<sup>①</sup>

## (二)有关单位的说明

在国际单位制中,体积  $V$  的单位是米<sup>3</sup>,符号是  $m^3$ 。我国法定单位也可用升,符号  $L$ 。  $1 \text{ 升} = 10^{-3} \text{ 米}^3$ 。

在国际单位制中,热力学温度(亦称绝对温度)  $T$  的单位是开尔文,简称开,符号  $K$ 。法定单位中也可用摄氏度,符号  $^{\circ}C$ 。这两种温标的零点不同,其换算关系式如下:

[摄氏温度  $t$ ] 
$$t = T - 273, \quad T = t + 273 \quad (13 \cdot 1 \cdot 2)$$

用摄氏度表示的温度  $t$ ,应按上式换算成热力学温度  $T$ ,才可代入  $(13 \cdot 1 \cdot 1)$  式进行计算。

<sup>①</sup> 程守洙,江之永主编《普通物理学》第一册 311—321 页,1978 年第 3 版。

某些讲英语的国家还常用华氏温标(符号 $^{\circ}\text{F}$ ),见[附录 13A]。

在国际单位制中,压强  $P$  的单位是帕斯卡,简称帕,符号 Pa。它等于牛顿/米<sup>2</sup>。下列常见压强单位应废除:

$$1 \text{ 毫米水柱}(\text{mmH}_2\text{O}) = 9.81 \text{ 帕}$$

$$1 \text{ 毫米汞柱}(\text{mmHg}) = 133.3 \text{ 帕}$$

$$1 \text{ 标准大气压}(\text{atm}) = 1.013 \times 10^5 \text{ 帕}$$

$$1 \text{ 工程大气压}(\text{at}) = 9.81 \times 10^4 \text{ 帕} \quad (13.1.3)$$

在水银血压计中,原用 mmHg 单位,现已逐渐改用千帕(kPa)单位。10 毫米汞柱 = 1.33 千帕。

摩尔数  $\nu$  的单位用摩尔,简称摩,符号 mol,<sup>①</sup>它是国际单位制中,七个基本单位之一。1 摩尔的物质,就是含有  $6.022 \times 10^{23}$  个该物质粒子的集合。这个常数  $N_m$  称为阿伏伽德罗常数,即  $N_m = 6.022 \times 10^{23} \text{ 摩尔}^{-1}$ 。

1 摩尔物质的质量  $M_m$ ,恰好等于该物质的克分子量。例如氮的分子量  $\mu = 28$ ,则 1 摩尔氮的质量便是 28 克。

$$\left[ \begin{array}{l} \text{阿伏伽德罗常数 } N_m \\ \text{气体质量 } M, \text{ 摩尔质量 } M_m \\ \text{分子质量 } m, \text{ 分子量 } \mu \\ \text{分子数 } N, \text{ 摩尔数 } \nu \end{array} \right] \quad N_m = 6.022 \times 10^{23} \text{ 摩}^{-1} \quad (13.1.4)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{阿伏伽德罗常数 } N_m \\ \text{气体质量 } M, \text{ 摩尔质量 } M_m \\ \text{分子质量 } m, \text{ 分子量 } \mu \\ \text{分子数 } N, \text{ 摩尔数 } \nu \end{array} \right] \quad M_m = mN_m = \mu \text{ 克/摩} = \quad (13.1.5)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{阿伏伽德罗常数 } N_m \\ \text{气体质量 } M, \text{ 摩尔质量 } M_m \\ \text{分子质量 } m, \text{ 分子量 } \mu \\ \text{分子数 } N, \text{ 摩尔数 } \nu \end{array} \right] \quad = \mu \times 10^{-3} \text{ 千克/摩} \quad (13.1.6)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{阿伏伽德罗常数 } N_m \\ \text{气体质量 } M, \text{ 摩尔质量 } M_m \\ \text{分子质量 } m, \text{ 分子量 } \mu \\ \text{分子数 } N, \text{ 摩尔数 } \nu \end{array} \right] \quad \nu = M/M_m = N/N_m \quad (13.1.6)$$

### (三)摩尔气体常量 $R$

(13.1.1)式中的常量  $R$  可由已知实验数据来确定。已知在标准状态下,即  $P_0 = 1$  大气压、 $T_0 = 273$  开时,1 摩尔的气体所占体积  $V_0 = 22.4$  升。将此数据代入(13.1.1)式得:

① 程守洙、江之永主编《普通物理学》第一册 268,392--393 页,1978 年第 3 版。

$$\left[ \begin{array}{l} \text{摩尔气体} \\ \text{常量 } R \end{array} \right] R = P_0 V_0 / \nu T_0 = 1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3} / 273$$

$$\boxed{R = 8.31 \text{ 焦/(摩} \cdot \text{开)}} \quad (13 \cdot 1 \cdot 7)$$

此式表明  $PV$  可用功和能的单位。在热学计算中,除了长度、质量、时间的三个基本单位以外,还要用到热力学温度的开尔文,以及物质的量的摩尔,两个基本单位。

### 〔例题 13.1A〕

1 摩尔的氧气和氢气。(1)它们的分子数  $N_m$ , 摩尔质量  $M_m$  和分子质量  $m$  各等于何值? (2)在标准状态下,它们的体积  $V_{m0}$ , 密度  $\rho$  和分子数密度  $n$  各等于何值?

〔解〕(1) 1 摩尔氧气和氢气的分子数  $N_m$ , 都等于阿伏伽德罗常数, 即  $N_m = 6.022 \times 10^{23} \text{ 摩}^{-1}$ 。

按 (13·1·5) 式, 摩尔质量  $M_m = \mu \times 10^{-3} \text{ 千克/摩}$ 。已知氧的分子量  $\mu = 32$ , 氧气的  $M_m = 32 \times 10^{-3} \text{ 千克/摩}$ 。因此, 氧分子的质量  $m = M_m / N_m = 32 \times 10^{-3} / 6.022 \times 10^{23} = 5.31 \times 10^{-26} \text{ 千克}$ 。氢分子的  $\mu' = 2.02$ ,  $M_m' = 2.02 \times 10^{-3} \text{ 千克/摩}$ 。

$m' = 2.02 \times 10^{-3} / 6.022 \times 10^{23} = 0.335 \times 10^{-26} \text{ 千克}$ 。

(2) 在标准状态下, 氧气和氢气的摩尔体积都等于  $V_{m0} = 22.4 \times 10^{-3} \text{ 米}^3$ 。因此, 它们的分子数密度  $n$  也都相等, 即  $n = N_m / V_{m0} = 6.022 \times 10^{23} / 22.4 \times 10^{-3} = 2.69 \times 10^{25} \text{ 米}^{-3}$ 。

氧气和氢气的密度  $\rho = M_m / V_{m0}$  则不相等。

氧气的  $\rho = 32 \times 10^{-3} / 22.4 \times 10^{-3} = 1.43 \text{ 千克/米}^3$ 。

氢气的  $\rho' = 2.02 \times 10^{-3} / 22.4 \times 10^{-3} = 0.0902 \text{ 千克/米}^3$ 。

〔说明〕按 (13·1·5) 式可知,  $\rho, n$  与  $m$  的关系式:

$$\rho = M/V = mN/V = mn \quad (13 \cdot 1 \cdot 8)$$

〔例题 13.1B〕

1 克的氧气和氢气。(1)它们的摩尔数  $\nu$  和分子数  $N$  各等于何值? (2)在标准状态下,它们的体积  $V_0$ , 密度  $\rho$  和分子数密度  $n$  各等于何值?

〔解〕(1)按 (13.1.6) 式, 1 克氧气的摩尔数  $\nu$  和分子数  $N$  为:

$$\nu = M/M_m = 10^{-3}/32 \times 10^{-3} = 1/32 = 0.0313 \text{ 摩};$$

$$N = \nu \times N_m = (1/32) \times 6.022 \times 10^{23} = 0.188 \times 10^{23}.$$

1 克氢气的  $\nu' = 10^{-3}/2.02 \times 10^{-3} = 1/2.02 = 0.495 \text{ 摩};$

$$N' = \nu' \times N_m = 6.022 \times 10^{23}/2.02 = 2.98 \times 10^{23}.$$

(2)参照 (13.1.6) 式, 摩尔数  $\nu = V/V_m = V_0/V_{m0}$ .

1 克氧气在标准状态下的  $V_0, \rho$  与  $n$  值计算如下:

$$V_0 = \nu V_{m0} = (1/32) \times 22.4 \times 10^{-3} = 0.70 \times 10^{-3} \text{ 米}^3.$$

$$\rho = M/V_0 = 10^{-3}/0.70 \times 10^{-3} = 1.43 \text{ 千克/米}^3.$$

$$n = \rho/m = 1.43/5.31 \times 10^{-26} = 2.69 \times 10^{23} \text{ 米}^{-3}.$$

本题求得的  $\rho$  与  $n$  值, 与上题应该相等。

1 克氢气在标准状态下的  $V_0', \rho'$  与  $n'$  值计算如下:

$$V_0' = \nu' V_{m0} = 22.4 \times 10^{-3}/2.02 = 11.09 \times 10^{-3} \text{ 米}^3,$$

$$\rho' = M'/V_0' = 10^{-3}/11.09 \times 10^{-3} = 0.0902 \text{ 千克/米}^3,$$

$$n' = N'/V_0' = 2.98 \times 10^{23}/11.09 \times 10^{-3} = 0.269 \times 10^{23} \text{ 米}^{-3} = n.$$

〔说明〕从上述两例题可知, 各类气体(可看成理想气体的), 如果摩尔数  $\nu$  相同, 则分子数  $N$ 、分子数密度  $n$  和体积  $V$  也相同。得知其摩尔数, 即便于计算上述诸量。在 § 13.3 指出它们的内能  $E$  可与自由度  $i$  成正比。因此, 在热学计算中, 用摩尔表示物质的量, 比用质量表示显得方便些。

〔例题 13.1C〕

一气缸的容积为  $V_1 = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ , 其中空气的温度  $t_1 = 47^\circ\text{C}$ ,

压强  $P_1 = 8 \times 10^4 \text{ Pa}$ 。已知空气的平均分子量  $\mu = 28.9$ 。(1)设此空气可看成理想气体,求其摩尔数  $\nu$  和质量  $M$ 。(2)当此气缸容积压缩到  $V_2 = V_1/17$  时,压强  $P_2 = 4 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。求其温度  $t_2$ 。

[解](1)  $\nu = P_1 V_1 / RT_1 = 8 \times 10^4 \times 8 \times 10^{-4} / 8.31(47 + 273) = 0.0241 \text{ mol}$ 。

$$M = \nu M_m = \nu \mu \times 10^{-3} = 0.0241 \times 28.9 \times 10^{-3} = 0.696 \times 10^{-3} \text{ kg}。$$

(2)  $T_2 = P_2 V_2 / \nu R = 4 \times 10^6 \times 8 \times 10^{-4} / 17 \times 0.0241 \times 8.31 = 940 \text{ K}$ ,

$$t_2 = T_2 - 273 = 940 - 273 = 667^\circ\text{C}。$$

或按  $T_2 = P_2 V_2 T_1 / P_1 V_1 = 4 \times 10^6 V_2 (47 + 273) / 8 \times 10^4 \times 17 V_1 = 941 \text{ K}$ 。

## § 13.2 理想气体的压强

### (一)理想气体的微观模型

理想气体定义为严格遵守状态方程(13·1·1)的气体,这是理想气体的宏观模型。为了便于分析和讨论气体的分子运动,还需要与这个宏观模型相适应的微观模型。从实验结果分析,理想气体的微观模型可作如下几点假设:<sup>①</sup>

[A]关于单个分子的力学性质的假设:

(1)分子本身大小的线度,与分子之间的平均距离相比,可忽略不计。除碰撞的瞬间外,分子之间的相互作用力可略去不计;分子与器壁之间的相互作用力也略去不计。

(2)分子宛如不停运动的弹性小球,其运动遵从牛顿力学定律。碰撞时,可看作完全弹性碰撞;不碰撞时,分子作匀速直线运动。

[B]关于平衡态时,大量分子无序运动的统计性假设:

(1)分子在空间的分布是均匀的,这要求各处的密度相等。

<sup>①</sup> 张三慧编著《力学与热学》下册 23-25, 62-65 页,清华大学出版社,1985 年版。

(2)分子在各个方向上的运动分布是均匀的。说明如下:

在相当短的时间内,分子向任一方向(含相反方向)运动的速度平均值为零;而各方向速度平方的平均值应相等。

设将各分子的速度  $\vec{v}$  分解为  $v_x, v_y, v_z$ , 则应有:

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0 \quad ; \quad \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \neq 0 \quad (13.2.1)$$

$$\therefore v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

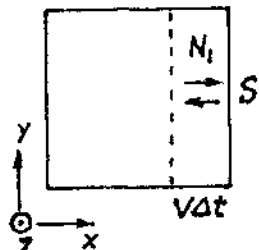
$$\therefore \overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3 \overline{v_x^2} = 3 \overline{v_y^2} = 3 \overline{v_z^2} \quad (13.2.2)$$

## (二)压强公式的推导

气体分子运动论,是由伯努利在1738年推出气体对容器壁的压强,而开始建立的。<sup>①</sup>

本教材用较简单的假设,推算理想气体的压强。<sup>②</sup>如(图 13.2a),设理想气体密闭在长方体形状的容器中。令  $x, y, z$  轴与容器各边平行。为简化计算,假设在任一单位体积中的分子数  $n$ ,可 (图 13.2a)压强公式的推导平分成六组。各组分子都以相同的速率  $v$  (相当于分子的平均速率),沿着正负  $x, y, z$  轴的六个方向中的一个方向运动。

如图,沿  $+x$  方向移动的一组分子,连续不断向器壁的  $S$  面碰撞。在短时间  $\Delta t$  内,分子都向前移动  $v\Delta t$  距离。与  $S$  面的距离小于  $v\Delta t$  的这组分子数  $N_1$ ,就是在  $\Delta t$  时间内,与  $S$  面碰撞的分子数。设  $S$  面的面积为  $S$ ,则  $N_1$  值可计算如下:



<sup>①</sup> 许国保主编《热力学与统计物理学》233-236页,华东师范大学出版社,1982年版。

<sup>②</sup> [美]F·瑞夫著《统计物理学》(伯克利物理学教程)第五卷 57-61页,科学出版社,1979年版。

$$N_1 = \left(\frac{1}{6}n\right)v\Delta tS \quad (13.2.3)$$

上述分子与 S 面作完全弹性碰撞后,沿  $-x$  方向反弹回来,其速率仍为  $v$ 。设分子的质量为  $m$ ,按动量定理表式(2.1.3)与(2.1.4)可知,各分子与器壁碰撞时,得到的冲量为  $I_1$ :

$$I_1 = -mv - mv = -2mv \quad (13.2.4)$$

在  $\Delta t$  时间内,  $N_1$  个分子给予 S 面的冲量为  $I$ :

$$I = -N_1 I_1 = \frac{1}{3}nmv^2\Delta tS \quad (13.2.5)$$

按(2.1.5)式可知 S 面受到的平均冲力  $\bar{F}$  与压强  $P$ :

$$\bar{F} = I/\Delta t = \frac{1}{3}nmv^2S \quad ; \quad P = \bar{F}/S = \frac{1}{3}nmv^2 \quad (13.2.6)$$

考虑到气体分子速度的大小和方向的多样性,上式的  $v^2$  应改用方均值  $\bar{v}^2$  表示,可参阅[附录 13B]。

[理想气体压强公式]

$$P = \frac{1}{3}nm\bar{v}^2 = \frac{2}{3}n\bar{\epsilon}_t$$

(13.2.7)

[气体分子的平均平动动能]

$$\bar{\epsilon}_t = \frac{1}{2}m\bar{v}^2$$

(13.2.8)

设  $N$  个气体分子的速率为  $v_1, v_2, \dots, v_N$ , 则速率的方均值(即速率平方的平均值)为  $\bar{v}^2$ 。计算如下:

[速率的  
方均值]

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{N} \sum v_i^2 = \frac{1}{N}(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2)$$

(13.2.9)

务请注意  $\bar{v}^2$  与  $\bar{v}^2$  不同。 $\bar{v}^2$  为平均速率  $\bar{v}$ (算术平均值)的平方:

[速率平均  
值的平方]

$$\bar{v}^2 = \left(\frac{1}{N} \sum v_i\right)^2 = \frac{1}{N^2}(v_1 + v_2 + \dots + v_N)^2$$

(13.2.10)

在(13.2.7)式,  $P$  正比于分子的平均平动动能  $\bar{\epsilon}_t$ , 即  $P$  正比于  $\bar{v}^2$ 。

### (三) 压强公式的物理意义

压强公式(13·2·7)表明,  $P$  与  $n$  和  $\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$  成正比。分子数密度  $n$  越大, 单位时间内撞击器壁的分子数越多; 分子速率  $v$  较大, 不但撞击器壁的分子多, 而且给予器壁的冲量也大。压强公式把宏观量  $P$  与微观量  $\epsilon_i = \frac{1}{2} m v_i^2$  的平均值  $\bar{\epsilon}$  联系起来了。它揭示压强  $P$  的微观本质。它指明压强是由于大量分子运动的统计平均结果。对于单个分子, 压强是没有意义的。在[例题 13.1A, B]已求得在标准状态下、理想气体的分子数密度  $n = 2.69 \times 10^{25} \text{ 米}^{-3} = 2.69 \times 10^{16} \text{ 毫米}^{-3}$ 。如果某一气体处于稀薄状态, 它的  $n$  值远小于上述数值, 则此气体内各处的  $n$  值, 时大时小、涨落不定的情况就会表现得较明显。因而它的压强的涨落现象也较明显。统计规律与涨落现象是不可分割的。<sup>①</sup>

在[例题 13.5A]指出, 在标准状态下, 氢气中的每个分子与其他分子的平均碰撞次数是每秒  $8.1 \times 10^9$  次。气体分子之间如此频繁的碰撞, 是否会影响分子对器壁的压强呢? 假设一个分子以速度  $v_i$  向着器壁的某一面积  $\Delta S$  运动。由于分子间的碰撞, 会使此分子偏离它的运动路线。但是必然有其他分子因碰撞而具有  $v_i$  速度, 代替上述分子向着  $\Delta S$  运动。因此, 推导压强公式(13·2·7)时, 未考虑分子间碰撞, 并不影响结论的正确性。<sup>②</sup>

如果在气体内部安置一个小平面  $\Delta S$ , 可仿照上述计算, 求得  $\Delta S$  所受压强  $P$  与(13·2·7)式一致。 $\Delta S$  的方向改变时,  $P$  值不变。可知, 压强公式可应用于整个气体, 且  $P$  值与方向无关。

① 李椿, 章立源, 钱尚武编《热学》54, 83 ~ 86 页, 1978 年版。

② 费苴龄等编《物理学》上册 232 页, 高等教育出版社, 1987 年版。

#### (四)玻耳兹曼常量 $k$

为了与压强公式  $P = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_t$  比较, 可将理想气体状态方程

$PV = \nu RT$  写成与上述类似的简单表式:

$$[P \text{ 与 } T \text{ 的关系}] \quad P = \nu RT/V = NRT/N_m V = nkT \quad (13.2.11)$$

推导此式用到(13.1.6)式:  $\nu = N/N_m$  和(13.1.8)式:  $n = N/V$ 。此式的最后一项, 将  $R$ 、 $N_m$  两个常量合并成一个常量  $k$ :

$$\left[ \begin{array}{l} \text{玻耳兹曼} \\ \text{常量 } k \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} k = R/N_m = 8.31/6.02 \times 10^{23} = \\ = 1.38 \times 10^{-23} \text{ 焦/开} \end{array} \right] \quad (13.2.12)$$

玻耳兹曼常量  $k$  在微观物理学中的重要地位, 与真空光速  $c$  常量在相对论中的重要地位相当。

#### [例题 13.2A]

在分子射线的路径上, 放一个光滑平板。假设射线中分子的速度  $v = 10 \text{ m/s}$  都相等。分子数密度  $n = 1.5 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ , 分子的质量  $m = 3.3 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 。试按下列三种情况, 分别求出平板所受压强  $P$ : (1) 平板静止, 且与射线垂直。(2) 平板静止, 射线对平板的入射角与反射角均为  $i = 30^\circ$ 。(3) 平板与射线垂直, 并以速率  $u = 2 \text{ m/s}$  与线射反向运动。

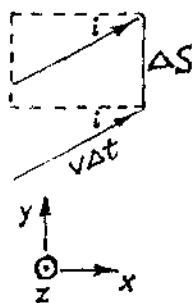
[解](1) 仿照(13.2.3)式, 在  $\Delta t$  时间内, 分子射线冲击平板的  $\Delta S$  面积内的分子数为  $\Delta N = n v \Delta t \Delta S$ 。每个分子冲击平板时的动量变化为  $-2mv$ , 平板  $\Delta S$  面得到冲量  $I = 2mv^2 n \Delta t \Delta S$ 。仿照(13.2.4)至(13.2.6)式,  $P = I/\Delta t \Delta S = 2mv^2 n$ 。

$$\therefore P = 2 \times 3.3 \times 10^{-27} \times 10^2 \times 1.5 \times 10^{17} = 9.9 \times 10^{-3} \text{ Pa}。$$

(2) 如(图 13.2b), 分子射线对平板  $\Delta S$  面积斜入射时, 设  $\Delta S$  为长方形, 则斜高  $v \Delta t$  与  $\Delta S$  形成斜方体的体积  $\Delta V$ , 与图中虚线所示长方体的体积相等, 即  $\Delta V = v \Delta t \cos i \Delta S$ 。

在  $\Delta t$  时间内, 冲击  $\Delta S$  的分子数为  $\Delta N = n\Delta V \approx nv\Delta t \cos i \Delta S$ 。

将分子速度  $v$  分解成  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的分量, 即  $v = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$ 。令  $x$  轴垂直指向平板,  $y$  与  $z$  轴均与平板平行。对光滑平板, 分子冲击前后的  $v_y$  与  $v_z$  都不改变, 因此每个分子的动量变化为  $\Delta(mv) = \Delta(mv_x \hat{x}) = -2mv \cos i \hat{x}$ 。



(图 13.2b) 分子斜入射

$\Delta t$  时间内,  $\Delta S$  得到冲量  $I = -\Delta(mv_x) \Delta N$ , 即

$$I = 2mv^2 \cos^2 i \cdot n \Delta t \Delta S, \quad P = I / \Delta t \Delta S = 2mv^2 \cos^2 i \cdot n_0.$$

$$\therefore P = 9.9 \times 10^{-8} \cos^2 30^\circ = 9.9 \times 10^{-8} \times 3/4 = 7.4 \times 10^{-8} \text{ Pa}.$$

(3) 反向运动的平板, 接受分子的动量为  $m(v+u)$ , 使分子反弹回去的动量为  $-m(v+u)$ , 冲击使每个分子动量变化  $-2m(v+u)$ 。

$\Delta t$  时间内, 冲击  $\Delta S$  的分子数为  $\Delta N = n(v+u) \Delta t \Delta S$ ,  $\Delta S$  得到冲量  $I = 2m(v+u) \Delta N = 2m(v+u)^2 n \Delta t \Delta S$ 。

$$\therefore P = I / \Delta t \Delta S = 2m(v+u)^2 n = 2 \times 3.3 \times 10^{-27} \times 12^2 \times 1.5 \times 10^{17} = 14.3 \times 10^{-8} \text{ Pa}.$$

### 〔例题 13.2B〕

一水银气压计的水银柱高  $h_1 = 749$  毫米。水银面至封闭管顶的距离为  $l_1 = 80$  毫米。这段真空管内混进少量气体。(1) 这时气温为  $t_1 = 17^\circ\text{C}$ , 气压为  $P_1 = 1.023 \times 10^5$  帕。求混进气体的压强  $P_1'$ 。(2) 后来气温升至  $t_2 = 27^\circ\text{C}$ , 此水银柱高度降至  $h_2 = 730$  毫米。求气压  $P_2$  以及混进气体的压强  $P_2'$ 。

〔解〕(1)  $P_1' = P_1 - h_1 \times 133$ , 此式参照 (13.1.3) 式; 1 毫米汞柱的压

强为 133 帕。∴  $P_1' = 1.023 \times 10^5 - 749 \times 133 = 2700$  帕。

(2) 后来水银面至管顶距离  $l_2 = (l_1 + h_1) - h_2 = 99$  毫米。对混进的气体有关系式:  $P_1' l_1 / T_1 = P_2' l_2 / T_2$ , ∴  $P_2' = P_1' l_1 T_2 / T_1 l_2$ 。

即  $P_2' = 2700 \times 80 \times (27 + 273) / (17 + 273) \times 99 = 2260$  帕。

$P_2 = P_2' + h_2 \times 133 = 2260 + 730 \times 133 = 99350$  帕。

[例题 13.2C]

一氧气瓶内的压强  $P = 1.013 \times 10^5$  帕, 温度  $t = 27^\circ\text{C}$ 。求:

(1) 氧气的分子数密度  $n$ 。(2) 氧气的密度  $\rho$ 。(3) 氧分子的质量  $m$ 。

(4) 氧分子间的平均距离  $l$ 。

[解](1)  $P = nkT$ ,

$n = P/kT = 1.013 \times 10^5 / 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 2.45 \times 10^{25} \text{ 米}^{-3}$ 。

(3)  $m = M_m / N_m = \mu \times 10^{-3} / N_m = 32 \times 10^{-3} / 6.02 \times 10^{25} =$   
 $= 5.32 \times 10^{-28} \text{ 千克}。$

(2)  $\rho = mn = 5.32 \times 10^{-28} \times 2.45 \times 10^{25} = 1.30 \text{ 千克/米}^3$ 。

(4) 每个分子平均占有空间  $V = l^3 = 1/n$ 。

∴  $l = \sqrt[3]{1/n} = \sqrt[3]{1/24.5 \times 10^{24}} = \sqrt[3]{10^3/24.5 \times 10^{-9}} = 3.44 \times 10^{-9} \text{ 米}$

## § 13.3 理想气体的温度和能量

### (一) 温度 $T$ 的微观实质

从气体压强公式(13·2·7)和气体状态方程(13·2·11)消去  $P$  和  $n$ , 可得到  $\bar{\epsilon}_t$  与  $T$  的关系式:

[温度  $T$  的微观意义]

$$\bar{\epsilon}_t = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT \quad (13\cdot3\cdot1)$$

此式表明, 气体分子的平均平动动能  $\bar{\epsilon}_t$  决定于热力学温度  $T$ , 与气体的其他性质无直接关系。换句话说, 气体的热力学温度  $T$