

志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿



高中同步测控

全优设计

- 依据《普通高中课程标准》和最新高考信息编写
- 8000名一线特高级教师倾心打造,持续创新,畅销10年
- 与读者建立了足够心理默契与情感依恋的图书品牌
- CCTV 助学读物知名上线品牌,“希望之星”指定教辅

数学

◀ 必修Ⅳ ▶

知识出版社

配 新 课 标 人 教 A 版

志鸿优化系列丛书



高中同步测控

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

全优设计

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

丛书主编 王培花 李道波

数学

◀ 必修Ⅳ ▶

知识出版社

配新课标人教A版

志鸿优化系列丛书



高中同步测控

全优设计

答案

数学

◀ 必修Ⅳ ▶

配 新 课 标 人 教 A 版

图书在版编目(CIP)数据

高中同步测控全优设计. 数学. 4: 必修/任志鸿主编. —北京:
知识出版社, 2006. 10
配新课标人教 A 版
ISBN 7-5015-5045-X

I. 高... II. 任... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 125419 号

责任编辑: 崔小荷

知识出版社出版

<http://www.ecph.com.cn>

北京阜成门北大街 17 号 电话 010-88390797

新华书店经销

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

济南申汇印务有限责任公司印刷

*

开本 890×1240 毫米 1/16 印张 8.25 字数 264 千字

2006 年 11 月第 1 版 2006 年 11 月第 1 次印刷

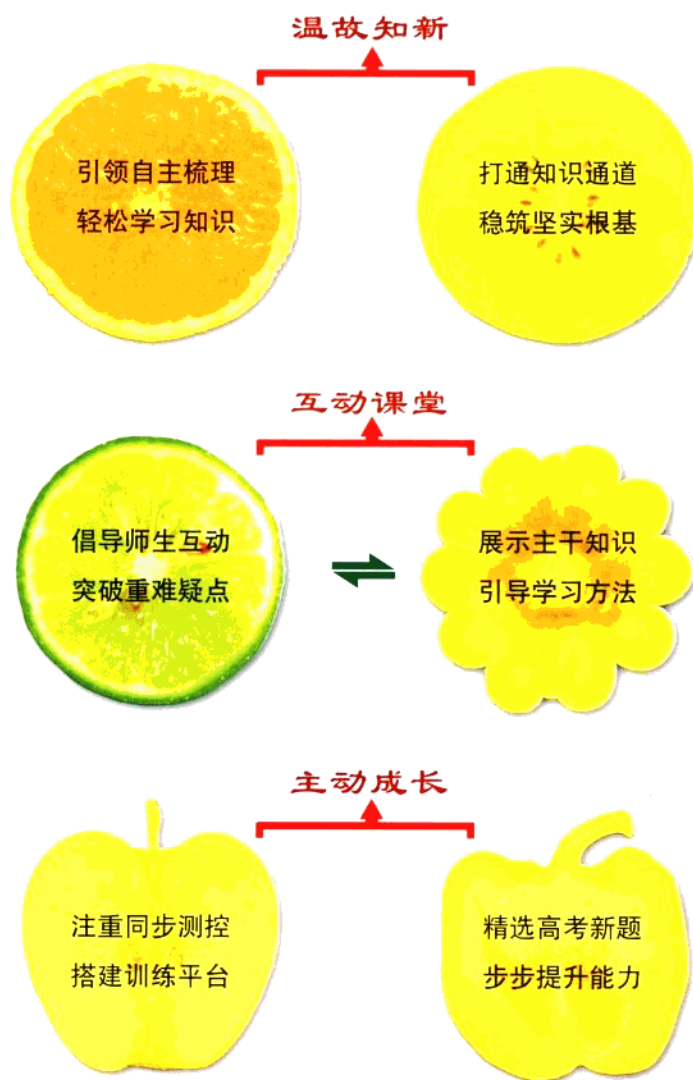
ISBN 7-5015-5045-X

定价: 12.00 元



READING GUIDER

《高中同步测控全优设计》



全优设计 全心全意



志鸿优化系列丛书



《高中同步测控全优设计》

新教育，新理念，新课标，新教辅
全程跟踪，全面关怀，全心全意，全优设计

· 理念先进，思路清新 ·

《高中同步测控全优设计》首次采用新人文、新教育、新课程的“三新”理念，全面贯彻落实新课标的精神，充分体现了人文关怀，十分注重人性化编排。丛书以爱心、智慧为基础，打通“思维思考思路思想”和“情感态度价值观”两大通道，让学生在轻松快乐、卓有成效地学会学习、学会创新、学会应试、学会做人的同时实现可持续性发展。丛书的编写思路清晰，即：以理念统率板块，以板块整合栏目，以栏目组织内容。

· 体例新颖，内容精彩 ·

《高中同步测控全优设计》首次使用大规模的图标及插图，做到了图文并茂。轻松活泼的图标及插图与严谨的学科内容结合在一起，亦庄亦谐，相得益彰，从而引发学生的阅读冲动，使学生在好学好学中主动学习和创新学习。丛书无论从继承到创新，还是从适应到引领；无论从形式到内容，还是从技术到艺术，都体现着一个“实”字，一个“活”字，而且做到了“实”而不死，“活”而不乱。

· 联合打造，阵容强大 ·

《高中同步测控全优设计》由著名教育家任志鸿先生倾心主编，集全国各地数个实施新课程的重要省份的近千名一线名师和骨干教师携手编写。



梦开始的地方

阳光照亮的每个角落
开满了希望

这是

——梦开始的地方

乘着微风,携满馨香
打开 朦胧的心窗
种下 执着的梦想
跨越时空,穿过海洋
指引 迷茫的航程
荡起 成功的船桨

澎湃你
激扬青春的畅想
分享你
创造奇迹的酣畅
装饰你
唱响生命的喜悦
点染你
成就人生的辉煌

一双双
溢满智慧的眼睛
一张张
写满自信的脸庞
一回回
破茧化蝶的绽放
一次次
振羽天空的飞翔

阳光照亮的每个角落
盛满了芬芳

这是

——梦开始的地方



《高中同步测控全优设计》饱含着我们的人文关怀,承载着我们的爱心与智慧——致力于打通高考通道,帮助你在学习的过程中找到成功的喜悦!

你手中的这本《高中同步测控全优设计》以理念统帅板块,以板块整合栏目,以栏目组织内容。从板块到栏目,从形式到内容,都紧紧扣准新课程的脉搏,做到了继承与创新合一。本书设置了三大板块:【温故知新】【互动课堂】与【主动成长】。

【温故知新】在链接并温习已学知识的基础上,加强对新知识的预习与掌握,使前后内容有机交融、一脉相承。在这一板块中,我们设置了两个栏目:“新知预习”和“知识回顾”。“新知预习”去粗取精,呈现出新知识的精华部分,并引导你自主掌握知识重点;“知识回顾”承前启后,为前后知识的学习搭起一座桥梁,并使知识在课内课外都得到再现与应用。

【互动课堂】倡导师生互动、生本互动,让你实现从被动到主动的根本转变。在这一板块中,我们设置了两个栏目:“疏导引导”和“活学巧用”。“疏导引导”既有对主干知识和学习方法的疏导与引导,又有针对主干知识的精选例题、精彩解析及拓展升华;“活学巧用”凸现的是实践运用的风范与力量、探究创新的思路与乐趣、提高升华的深度与高度。

【主动成长】留给你一片自主锤炼、主动发展的天空,让你在第一时间成为学习的主人、创新的主人。在这一板块中,我们设置了两个栏目:“夯实达标”“走近高考”。“夯实达标”展示的是知识点覆盖面广泛的基础题,为你搭建一个夯实基础、稳扎稳打、步步为营的平台;“走近高考”展示的是近两年来的高考真题和模拟题,让你提前触摸高考、感受高考,做到有备无患、有的放矢。

图标形象生动、体例明确清晰、版式活泼大方、内容科学严谨,图文并茂的《全优设计》既做到了“活”而不乱,又做到了“实”而不死,是一本能让你产生阅读冲动、爱不释手的教辅读物。

《高中同步测控全优设计》编写组



栏目功能解读



温故知新



新知预习

清单式呈现,让你对新知有初步感知和认识。



知识回顾

条目式设置,帮你整理知识仓库,建立相关知识联系。



互动课堂



疏导引导

疏导主干知识,引导学习方法,疑难问题各个击破。



活学巧用

一一对应地创设问题情境,对知识进行及时应用与巩固。



主动成长



夯基达标

设置基础题,为你搭建夯实基础、稳扎稳打的平台。



走近高考

精选最新高考(模拟)试题,为你营造全真演练的挑战现场。



邮购热线

“志鸿优化”系列图书经过几年来的持续打造，以其对教考信息的敏锐反映、科学实用的备考模式以及秉承不断创新精品意识，在纷繁多杂的各类教辅用书中亮人眼目、独树一帜。

本书由山东世纪天鸿书业有限公司发行，为满足偏远地区读者的购书要求，我们特开通邮购图书服务热线，以期更方便、快捷地满足读者需求。

邮购书目简介

高中同步测控全优设计系列图书

丛书特点： 名师主笔 同步教学 双栏互动 形式新颖

全面优化 主次分明 例题经典 科学实效

主体栏目： 新知预习 知识回顾 疏导引导 活学巧用 宏基达标 走近高考

高中同步测控全优设计·必修Ⅳ

科目	版本	装订开本	定价(元)
语文	人教版	大 16 开	估 11.00
语文	苏教版	大 16 开	估 11.00
数学	人教 A 版	大 16 开	12.00
数学	苏教版	大 16 开	12.50
英语	人教版	大 16 开	估 11.00
英语	北师大版	大 16 开	估 11.00
英语	译林版	大 16 开	估 11.00
思想政治	人教版	大 16 开	估 11.00

本系列图书在全国各地均有销售，您也可以联系我们邮购。

咨询电话： 0533-3590033 0533-3590020

邮购地址： 山东淄博高新区天鸿路世纪天鸿书业有限公司 邮购部 255086

邮购说明： 3本起订，3~10本加收书款10%的邮资，10本以上免收邮资。

汇款单上请务必写清详细地址、邮编和联系电话，以使图书迅速、准确地送达，我们将在收到汇款的3个工作日内挂号寄出。





编读飞鸿

Editor And Reader

志鸿优化，关注每个角落，每个人的教育！

亲爱的读者朋友：

风雨十年，磨砺出“志鸿优化”系列精品图书，当你拿起本书时，我们的手就握在了一起，我们的心也就连在了一起。

在使用本书的过程中，相信你一定会有许多收获和心得，也可能激发你一些灵感或想法，我们愿与你分享，比如：

在学习中发现了特别的思路和方法；

发现本书中的疏漏或问题；

对书中的内容有一些疑问；

遇到了喜欢的特色栏目和内容；

有关本书的更好的编写建议和方法；

.....

欢迎你与我们联系，我们将虚心听取你的批评和建议，竭诚为你排忧解难，详细、耐心地解答你的问题，本书各学科指导教师时刻期待着与您沟通！

同时我们也希望你留下联系方式，以便及时与你联系交流

竭诚希望你的学习将因为有她而变得更加精彩！

高中同步测控全优设计编写组

★各学科指导教师姓名及联系方式★

科目	姓名	电话	电子邮箱
语文	高维章	13475514065	gaoweizhang@zhnet.com.cn
数学	全维臻		quanweizhen@zhnet.com.cn
英语	李雯绮		liwenqi@zhnet.com.cn
政治	曹锦鹏		caojinpeng@zhnet.com.cn

通讯地址：山东淄博高新区天鸿路中段世纪天鸿书业有限公司 读者服务部 255086



第一章 三角函数	1	2.3 平面向量的基本定理及坐标表示	47
1.1 任意角和弧度制	1	2.3.1 平面向量基本定理	47
1.1.1 任意角	1	2.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	51
1.1.2 弧度制	4	2.3.3 平面向量的坐标运算	51
1.2 任意角的三角函数	7	2.3.4 平面向量共线的坐标表示	54
1.2.1 任意角的三角函数	7	2.4 平面向量的数量积	56
1.2.2 同角三角函数的基本关系	10	2.4.1 平面向量数量积的物理背景及其含义	56
1.3 三角函数的诱导公式	12	2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角	58
1.4 三角函数的图象与性质	16	2.5 平面向量应用举例	61
1.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	16	2.5.1 平面几何中的向量方法	61
1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	19	2.5.2 向量在物理中的应用举例	64
1.4.3 正切函数的性质与图象	22	本章测评	67
1.5 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	25	第三章 三角恒等变换	69
1.6 三角函数模型的简单应用	29	3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	69
本章测评	32	3.1.1 两角差的余弦公式	69
第二章 平面向量	34	3.1.2 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	71
2.1 平面向量的实际背景及基本概念	34	3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式	75
2.2 平面向量的线性运算	37	3.2 简单的三角恒等变换	78
2.2.1 向量加法运算及其几何意义	37	本章测评	81
2.2.2 向量减法运算及其几何意义	41	综合测试	83
2.2.3 向量数乘运算及其几何意义	43	解析与答案	87





第一章 三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角



温故知新

新知预习

1. 按_____方向旋转形成的角叫做正角,按_____方向旋转形成的角叫做负角,如果_____,形成零角.
2. 在直角坐标系内讨论角,使角的顶点与_____重合,角的始边与_____重合,那么角的终边在第几象限,就说这个角是第几象限角.
3. 所有与角 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可构成一个集合 $S =$ _____.



知识回顾

知识链接

在初中我们学习过角的概念,它是这样定义的:角可以看成平面内一条射线绕着端点,从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形.

生活链接

在体操中我们经常听到这样的动作名称:“转体 720° ”(即转体 2 周)“转体 $1\ 080^\circ$ ”(即转体 3 周),说明角的概念可以进一步推广.



互动课堂



疏导引导

1. 角的概念

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.如图 1-1-1.

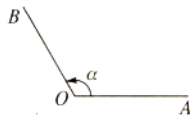


图 1-1-1

2. 角的概念的推广

按逆时针方向旋转形成的角叫做正角,按顺时针方向旋转形成的角叫做负角.如果一条射线没有作任何旋转,我们称它形成一个零角.如图 1-1-2 中的角是一个



活学巧用

1. 下列各命题正确的是 ()

- A. 终边相同的角一定相等
- B. 第一象限角都是锐角
- C. 锐角都是第一象限角
- D. 小于 90° 的角都是锐角

解析: 可根据各种角的定义,利用排除法予以解答.对于 A, -60° 和 300° 是终边相同的角,它们并不相等,应排除 A.

对于 B, 390° 是第一象限角,可它不是锐角,应排除 B.

对于 D, -60° 是小于 90° 的角,但它不是锐角,

$\therefore$ 应排除 D.

综上,应选 C.

答案: C





正角,等于 750° ,图 1-1-3 中,正角 $\alpha = 210^\circ$,负角 $\beta = -150^\circ$, $\gamma = -660^\circ$.

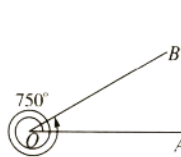


图 1-1-2

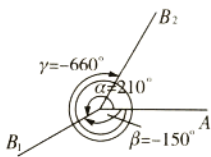


图 1-1-3

3. 在直角坐标系内讨论角

象限角:当角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴正半轴重合,如果角的终边在第几象限,就把这个角叫做第几象限角.

4. 终边相同的角

所有与角 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可构成一个集合 $S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$,即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示为角 α 与整数个周角的和.

5. 几个重要的角的集合

(1) 象限角的集合

第一象限角的集合为 $\{\alpha | k \cdot 360^\circ < \alpha < 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | \alpha = \beta + k \cdot 360^\circ, 0^\circ < \beta < 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

第二象限角的集合为 $\{\alpha | k \cdot 360^\circ + 90^\circ < \alpha < 180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | \alpha = \beta + k \cdot 360^\circ, 90^\circ < \beta < 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

第三象限角的集合为 $\{\alpha | 180^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 270^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | \alpha = \beta + k \cdot 360^\circ, 180^\circ < \beta < 270^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

第四象限角的集合为 $\{\alpha | 270^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 360^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} = \{\alpha | \alpha = \beta + k \cdot 360^\circ, 270^\circ < \beta < 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(2) 几种特殊角的集合

终边落在 x 轴正半轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 x 轴负半轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 x 轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 y 轴正半轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 y 轴负半轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 270^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 y 轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在坐标轴上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 $y = x$ 上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 $y = -x$ 上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 135^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

终边落在 $y = \pm x$ 上的角的集合为 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

2 (1) 已知 $-990^\circ < \alpha < -630^\circ$, 且 α 与 120° 角的终边相同, 则 $\alpha =$ _____.

(2) 在 -720° 到 720° 之间与 -1050° 角终边相同的角是 _____.

解析: (1) $\because \alpha$ 与 120° 角终边相同,

故有 $\alpha = k \cdot 360^\circ + 120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

又 $\because -990^\circ < \alpha < -630^\circ$,

$\therefore -990^\circ < k \cdot 360^\circ + 120^\circ < -630^\circ$, 即 $-1110^\circ < k \cdot 360^\circ < -750^\circ$.

当 $k = -3$ 时, $\alpha = (-3) \cdot 360^\circ + 120^\circ = -960^\circ$.

(2) 与 1050° 角终边相同的所有的角可表示为 $\alpha = k \cdot 360^\circ + (-1050^\circ), k \in \mathbb{Z}$.

依题意得 $-720^\circ < k \cdot 360^\circ - 1050^\circ < 720^\circ$,

解得 $\frac{11}{12} < k < 4 \frac{11}{12}$, $\therefore k = 1, 2, 3, 4$.

所求的角为 $1 \times 360^\circ - 1050^\circ = -690^\circ$,

$2 \times 360^\circ - 1050^\circ = -330^\circ$, $3 \times 360^\circ - 1050^\circ = 30^\circ$,

$4 \times 360^\circ - 1050^\circ = 390^\circ$.

答案: (1) -960° (2) $-690^\circ, -330^\circ, 30^\circ, 390^\circ$

3 已知 α 是第一象限角, 试确定 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限角.

解析: $\because \alpha$ 是第一象限角,

$\therefore 2k\pi < \alpha < 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$, 则 $k\pi < \frac{\alpha}{2} < k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

当 $k = 2n$ 时, $2n\pi < \frac{\alpha}{2} < 2n\pi + \frac{\pi}{4}$,

$\therefore \frac{\alpha}{2}$ 为第一象限角.

当 $k = 2n + 1$ 时, $2n\pi + \pi < \frac{\alpha}{2} < 2n\pi + \frac{5\pi}{4}$,

$\therefore \frac{\alpha}{2}$ 为第三象限角.

$\therefore \frac{\alpha}{2}$ 为第一或第三象限角.

答案: 第一象限或第三象限角.

点评: 已知 α 是第 m 象限角 ($m = 1, 2, 3, 4$), 求 $\frac{\alpha}{n}$ 角所在象限的问题, 用“等分象限法”处理较好, 先将各象限分成几等份, 然后从 x 轴正方向上方第一个区域开始, 按逆时针方向依次标上 $1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, \dots$, 周而复始, 直至填满所有区域, 出现数字 m 的区域即为所求, 例如: 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 分别是第一、二、三、四象限角, 则 $\frac{\alpha_1}{2}, \frac{\alpha_2}{2}, \frac{\alpha_3}{2}, \frac{\alpha_4}{2}$ 分布如图 1-1-4.

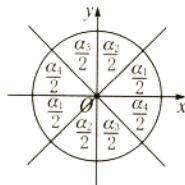


图 1-1-4



主动成长



夯基达标

- 1 下列各角:① -120° ;② -240° ;③ 180° ;④ 490° . 其中属于第二象限的角是 ()
A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ②④
- 2 下列各组角中,终边相同的角是 ()
A. 390° 与 690° B. -330° 与 750°
C. 480° 与 -420° D. 300° 与 -840°
- 3 终边在第二象限的角的集合是 ()
A. $(90^\circ, 180^\circ)$
B. $[90^\circ, 180^\circ]$
C. $\{ \alpha | k \cdot 360^\circ + 90^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbf{Z} \}$
D. $\{ \alpha | k \cdot 360^\circ + 90^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbf{Z} \}$
- 4 在下列各组的两个角中,终边不相同的一组是 ... ()
A. 130° 或 490° B. 180° 或 -180°
C. 90° 或 900° D. -32° 或 688°
- 5 下列命题中正确的是 ()
A. 第一象限的角必是锐角
B. 终边相同的角必相等
C. 相等角的终边位置必相同
D. 不相等的角终边位置必不相同
- 6 α 的终边经过点 $M(0, -3)$,则 α ()
A. 是第三象限角
B. 是第四象限角
C. 既是第三象限又是第四象限角
D. 不是任何象限角
- 7 在 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ 中,与 -510° 角的终边相同的角为 ()
A. 150° B. 210°
C. 30° D. 330°
- 8 集合 $A = \{ \alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ - 36^\circ, k \in \mathbf{Z} \}$, $B = \{ \beta | -180^\circ < \beta < 180^\circ \}$,则 $A \cap B$ 等于 ()
A. $\{-36^\circ, 54^\circ\}$
B. $\{-126^\circ, 144^\circ\}$
C. $\{-126^\circ, -36^\circ, 54^\circ, 144^\circ\}$
D. $\{-126^\circ, 54^\circ\}$
- 9 若 α 的终边在第二象限的角平分线上,则 α 的集合为 _____.

10 设 α 是第三象限角,试讨论 $\frac{\alpha}{3}$ 所在的平面区域,并在直角坐标平面上把它们表示出来.

11 已知 $0^\circ < \theta < 360^\circ$, θ 角的7倍角的终边和 θ 角的终边重合,求角 θ .



走近高考

- 12 (经典回放)集合 $A = \{ \alpha | \alpha = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbf{Z} \}$ 与 $B = \{ \beta | \beta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, n \in \mathbf{Z} \}$ 的关系是 ()
- A. $A \supseteq B$ B. $A \supsetneq B$
C. $A = B$ D. $A \subseteq B$



1.1.2 弧度制



温故知新

新知预习

1. 角度制:用_____作单位来度量角的制度叫角度制.
2. 弧度制:以_____为单位来度量角的制度叫弧度制.
3. 1 弧度:长度等于_____的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角. 弧度记作_____.

4. 角度与弧度之间的互化

$$360^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad}, 180^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad}, 1^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad}.$$

$$2\pi \text{ rad} = \underline{\hspace{2cm}}, \pi \text{ rad} = \underline{\hspace{2cm}}, 1 \text{ rad} = (\underline{\hspace{2cm}})^\circ \approx \underline{\hspace{2cm}}.$$



知识回顾

1. 在初中,我们都说这个角大小为 30° 或 90° ,使用角度制来度量角. 1 度是这样定义的,把圆周 360 等分,则其中 1 份所对的圆心角是 1 度. 并且角度制规定 60 分等于 1 度,60 秒等于 1 分.

2. 在初中,我们还学过弧长公式与扇形的面积公式,它们分别为 $l = \frac{n\pi r}{180}$, $s = \frac{n\pi r^2}{360}$.



互动课堂

疏导引导

1. 度量角的单位制:角度制、弧度制

(1) 角度制

初中学过角度制,它是一种重要的度量角的制度. 规定周角的 $\frac{1}{360}$ 为 1 度角,记作 1° ,用度作为单位来度量角的单位制叫做角度制.

(2) 弧度制

规定长度等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角. 以弧度为单位来度量角的制度叫做弧度制;在弧度制下,1 弧度记作 1 rad.

如图 1-1-6, $\widehat{AB}$ 的长等于半径 r , $\widehat{AB}$ 所对的圆心角 $\angle AOB$ 就是 1 弧度的角,即 $\frac{l}{r} = 1$.

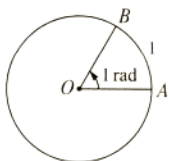


图 1-1-6



活学巧用

1. 下列诸命题中,假命题是…………… ()

- A. “度”与“弧度”是度量角的两种不同的度量单位
- B. 一度的角是周角的 $\frac{1}{360}$, 一弧度的角是周角的 $\frac{1}{2\pi}$
- C. 根据弧度的定义, 180° 一定等于 π 弧度
- D. 不论用角度制还是用弧度制度量角,它们与圆的半径长短有关

解析: A、B、C 都正确,1 弧度等于半径长的圆弧所对的圆心角(或弧)的大小,而 1° 是圆的 $\frac{1}{360}$ 所对的圆心角(或弧)的大小.

因此不管是以“弧度”还是以“度”为单位的角的大小都是一个与半径的大小无关的定值.

答案: D

2. 圆弧长度等于其内接正三角形边长,则其圆心角的弧度数为…………… ()

- A. $\frac{\pi}{3}$
- B. $\frac{2\pi}{3}$
- C. $\sqrt{3}$
- D. 2

解析: 设圆半径为 r , 则其内接正三角形的边长为 $\sqrt{3}r$, $\therefore \theta =$





(3) 弧度数

一般地,正角的弧度数是一个正数,负角的弧度数是一个负数,零角的弧度数是0.如果半径为 r 的圆的圆心角 α 所对弧的长为 l ,那么角 α 的弧度数的绝对值是 $|\alpha| = \frac{l}{r}$.

这里, α 的正负由角 α 的终边的旋转方向决定.

2. 弧长公式与扇形的面积公式

(1) 设 l 是以角 α 作为圆心角时所对的弧的长, r 是圆的半径,则有 $l = |\alpha| \cdot r$.

其中 α 是角的弧度数.

(2) 扇形面积公式

$$S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}\alpha \cdot r^2.$$

3. 角度与弧度之间的互化

(1) 将角度化为弧度

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}, 180^\circ = \pi \text{ rad}.$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745 \text{ rad}.$$

(2) 将弧度化为角度

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ, \pi \text{ rad} = 180^\circ.$$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'.$$

(3) 弧度制与角度制的换算公式

设一个角的弧度数为 α ,角度数为 n° ,则 $\alpha(\text{rad}) = \left(\frac{180}{\pi}n\right)^\circ$.

$$n^\circ = n \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}.$$

(4) 一些特殊角的度数与弧度数的对应表.

度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°
弧度	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$
度	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	360°
弧度	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π

5. 角度制与弧度制的比较

(1) 弧度制是以“弧度”为单位度量角的制度,角度制是以“度”为单位度量角的制度.

(2) 1 弧度是等于半径长的圆弧所对的圆心角(或弧)的大小,而 1° 是圆的 $\frac{1}{360}$ 所对的圆心角(或弧)的大小.

(3) 不管是“弧度”还是以“度”为单位的角的大小都是一个与半径的大小无关的定值.

(4) 用弧度为单位表示角的大小时,“弧度”两字可以省略不写.如 $\sin 2$ 是指 $\sin(2 \text{ 弧度})$, $\pi = 180^\circ$ 是指 π 弧度 $= 180^\circ$;但如果以度($^\circ$)为单位表示角时,度($^\circ$)就不能

$$\frac{\sqrt{3}r}{r} = \sqrt{3}.$$

答案:C

3 一个扇形的面积为1,周长为4,则中心角的弧度数为

解析:设扇形的半径为 r ,弧长为 l ,则 $2r + l = 4$, $\therefore l = 4 - 2r$.

$$\text{根据扇形面积公式 } S = \frac{1}{2}lr \text{ 得 } 1 = \frac{1}{2}(4 - 2r) \cdot r.$$

$$\therefore r = 1, \therefore l = 2, \therefore |\alpha| = \frac{l}{r} = \frac{2}{1} = 2, \therefore \alpha = \pm 2.$$

答案: ± 2

4 (1) 把 $112^\circ 30'$ 化成弧度(精确到0.001).

(2) 把 $112^\circ 30'$ 化成弧度(用 π 表示).

(3) 把 $-\frac{5\pi}{12}$ 化成度.

解析:(1) ① $n = 112^\circ 30'$, $\pi = 3.1416$; ② $n = 112 \frac{30}{60} = 112.5$;

$$\textcircled{3} a = \frac{\pi}{180} \approx 0.0175; \textcircled{4} a = na = 1.96875, \therefore a \approx 1.969 \text{ rad}.$$

$$(2) 112^\circ 30' = \left(\frac{225}{2}\right)^\circ = \frac{225}{2} \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{8}.$$

$$(3) -\frac{5\pi}{12} = -\left(\frac{5\pi}{12} \times \frac{180}{\pi}\right)^\circ = -75^\circ.$$

答案:(1) 1.969 rad; (2) $\frac{5\pi}{8}$; (3) -75° .

5 集合 $A = \{\alpha | \alpha = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{\alpha | \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$

的关系是..... ()

A. $A = B$

B. $A \subseteq B$

C. $A \supseteq B$

D. 以上都不对

解析:对于集合 A ,当 $k = 2n(n \in \mathbb{Z})$ 时, $\alpha = 2n\pi + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

$$\text{当 } k = 2n - 1 \text{ 时, } \alpha = (2n - 1)\pi + \frac{\pi}{2} = 2n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\therefore \alpha = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}, \therefore A = B.$$

答案:A

7 将下列弧度制表示的角化为 $2k\pi + \alpha(k \in \mathbb{Z}, \alpha \in [0, 2\pi))$ 的形式,并指出它们所在的象限.

$$(1) -\frac{15\pi}{4}; (2) \frac{32\pi}{3}; (3) -20; (4) -2\sqrt{3}.$$

解析:对于含有 π 的弧度数表示的角,我们先将它化为 $2k\pi + \alpha(k \in \mathbb{Z}, |\alpha| \in [0, 2\pi))$ 的形式,再根据 α 角终边所在位置进行判断.对于不含有 π 的弧度数表示的角,取 $\pi = 3.14$,化为 $k \times 6.28 + \alpha, k \in \mathbb{Z}, |\alpha| \in [0, 6.28)$ 的形式,通过 α 与 $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ 比较,估算出角所在象限.

$$\text{答案: (1) } -\frac{15\pi}{4} = -4\pi + \frac{\pi}{4}, \text{ 是第一象限角; (2) } \frac{32\pi}{3} =$$

$$10\pi + \frac{2\pi}{3}, \text{ 是第二象限角; (3) } -20 = -3 \times 6.28 - 1.16, \text{ 是第}$$

四象限角; (4) $-2\sqrt{3} \approx -3.464$, 是第二象限角.

