

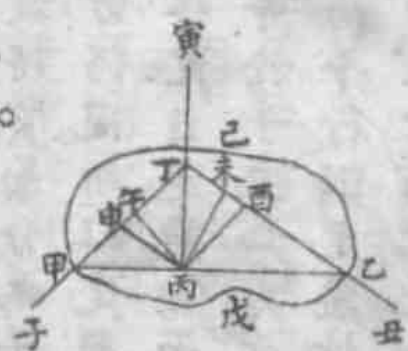


重學三

靜重學

重學卷六

論剛質相定之理。物之質有剛有柔有可屈有不可屈有可薄有不可薄。凡物以桿例推之。如何相如。如何使定。不抵仍以丙為定點。本理故今但論剛質以剛質之物。不論何力加之。形狀及大小俱定。於此面。此面第一款 二能力令桿定。求定方直交於子。



於甲丙乙諸質線。遞去之。加之。丙為定點。桿與二之抵力大小方向。等於桿面上取一戊己面。此戊方向交點作聯線。即為抵仍以丙為定點。本面搖力。若甲丙乙質線或不定。於此面。此面定於丙點。必如子丑之和。而抵力方直交於子丑二方向線。

則有比例。

一車	子力	子丑二方向線交於丁點。作丙申	一車	丙申	丁酉
二車	丑力	丙酉二線。平行於乙丁甲丁。則丙	二車	丙酉	丁申
三車	丙未	酉未角等於丙申午角。故丙酉未	三車	丙午	丑力
				丑力	丑力

四車 丙午 丙申午兩三角形等勢。則有比例。 四車 丙未 子力 子力

故丁申丁酉為子丑二力之車。若二力加於丁點。并力綫為丙丁。若甲丁乙丁為質綫。子力加甲丁方向之任何點。丑力加乙丁方向之任何點。其能總同。故子丑二力。或并加於丁點。或分加於二質綫。理無異。所以丙點抵力。必等於子丑并力也。設將質面分為平行於甲丙乙諸質綫。遞去之。至僅存甲丙乙一條質綫。丙點抵力仍同。所以定點上之抵力大小方向。等於桿上所加兩力之并力。故凡兩力令桿定。自定點至兩力方向交點作聯綫。即為抵力方向綫。設有寅力加於丙點。等於子丑二力之并力。若甲丙乙質綫或不定。此三力必能令之定。設子丑方向平行。則定點抵力。必如子丑之和。而抵力方向必與子丑方向平行。抵力點距子丑方向之比。如子丑之反比。

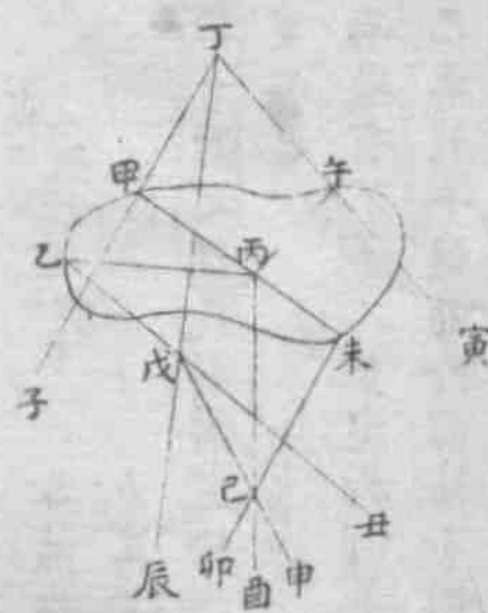
一車 子力 由此而知。設有二平行能力。其和力綫平

二車 丑力 行於分力綫。令二力距和力綫之比。如二

三車 丙乙 力之反比。則并二分力之能。同於和力之

四車 丙甲 能。而和力即為二平行力之并力。

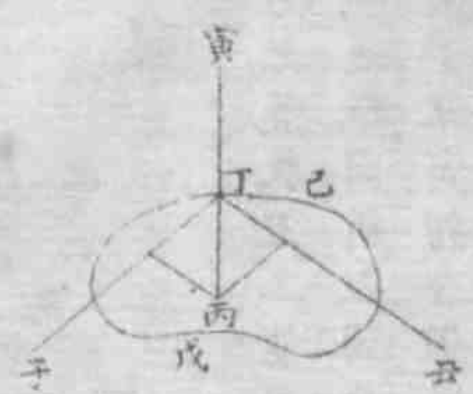
第二款 有諸力方向在一箇平面上。加於桿。如諸力加於定點。定點抵力。等於諸力之并力。



如圖子丑寅卯四力。加於丙甲丙乙丙午
 丙未得。子寅二方向交於丁并力為辰。在
 丁辰方向線上。丁辰與丑方向交於戌。辰
 丑并力為申。在戌申方向線上。戌申與卯
 方向交於己。申卯并力為酉。在己酉方向
 線上。酉力即為定點之抵力。凡力所生之
 能。任在方向線何點。俱同。故子寅二力本
 點之能。與并於丁點之能同。所以同於辰
 力之能。辰丑二能與并於戌點之能同。所以同於申力之能。申卯二能與并於己
 點之能同。所以同於酉力之能。故子丑寅卯四力所生之能。與酉力所生之能同。
 因子丑寅卯合體定於丙。故酉力亦定於丙。所以酉力方向線。必經過丙點也。丙
 點抵力等於酉力。故子丑寅卯所生之力。在丙點。即同於酉力。又辰力在丁。為子
 寅之并力。辰力在戌。亦為子寅之并力。所以申力在戌。為辰丑之并力。即為子寅
 丑之并力。申力在己。亦為子寅丑之并力。所以酉力在己。為申卯之并力。即為子
 寅丑卯之并力。故酉力為子丑寅卯加於一點所得。而定點之抵力。等於諸力加
 於一點之并力也。抵力之方向為丙己。因己酉線上之能。同於子丑寅卯所生之

能。是子丑寅卯令桿定於丙點也。故己酉能力。必不令桿動於丙點之兩邊。所以己酉必經過丙點也。設甲乙午未為剛體。子丑寅卯諸力加於此體上。另加酉力於丙己線上。雖無定點丙點必不動。因酉力與定點功用同故也。

第三款 設有三箇能力。加於剛體。令體定。則每一力等於餘二力之并力。且為并力之對面抵力。而方向線必經過二力交點。



如圖。子丑寅三力。加於戊己體。令體不動。試於寅力方向線上取丙為定點。用以代寅力。則丙點之抵力與寅力等。因對力必等於子丑之并力。且方向必經過子丑方向之交點。證以前款自明。子丑二力之理亦然。推之有多力加於剛體。每力必等於諸力之并力。其方向必在諸力并力方向之對面。

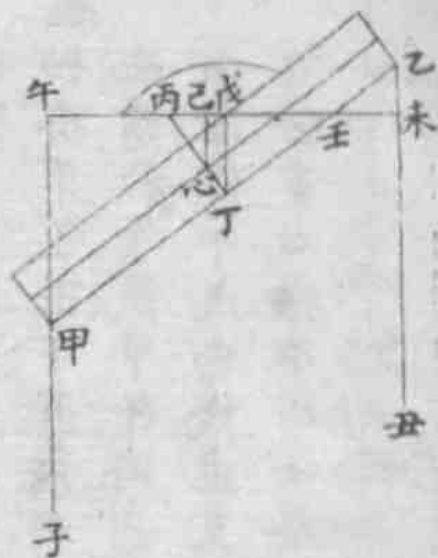
論剛體定於一點之理。凡剛體定於一點與桿理同。不但加於桿之諸力。更有體全重。并收於重心也。

假如天平兩邊有不等二重。定於何角。

如圖。甲乙為天平。轉動於丙軸。二銅盤懸於甲乙二點。甲乙桿平於地平之時。取丙點。較甲乙微高。作丙丁線。直交於甲乙。則桿之兩邊丁甲丁乙。輕重長短俱等。

乃於丙丁綫上取心點。為桿之重心。兩邊子丑輕重不等時。甲乙桿不能平於地。

平。乃作午丙未地平綫。交過心過丁二垂綫於己於戊。則甲乙與地平綫所成角。借丙丁與垂綫所成角必等。故有等數。



設甲乙二點之重。為子丑桿之重。命為癸。有等數及比例如左。



- 一車 倍丑加子丑較共乘丙丁再加癸乘丙心
- 二車 丁甲
- 三車 子少丑乘半徑
- 四車 乙壬未角正切

天平三要事。一。設兩盤輕重等。則桿必平於地平。二。一邊微加重。則桿即不定。離地平綫必甚速。是名天平易察輕重之能。三。動後復回原處必甚速。設重心略低於懸點。桿之兩端亦等。則已合第一要事。論天平易察輕重之能。設已知二重相較數甚微。則桿交地平角愈大。察輕重之能愈大。若已知壬角甚大。則二重較愈小。察輕重之能愈大。所以壬角為實。子

丑較為法。或竟以壬角正切為實。子丑較為法。為察輕重能率。即有天平察輕重之術式如下。

究之子丑較甚小於桿兩端愈長。愈大。桿愈輕。

察輕重之能愈大。懸點重心點愈近。察輕重之能愈大。丙點離甲乙綫愈近。察輕重之能愈大。天平復回原處之能。一如桿在動角斜綫時。令桿復歸於地平綫之力。斜綫一邊為地。平綫為故。此力即為復原能率。如兩邊二重等。則令桿平之。力有。

所以天桿兩端愈長。察輕等數。平復原重之能愈大。而與如下。復原之能無涉。

假如有甲乙丙丁直角四邊面。厚薄停勻。求割去丙午丁三角面。令所餘甲乙丙午面。懸於午點。甲午丙乙俱平於地平。甲午午丁各若干。

如圖。作午戊垂綫。直交於丙乙。分甲乙丙午面為二。心為乙午面重心。癸為午戊丙面重心。作庚心壬癸二垂綫。皆直交於甲丁。即有等數。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

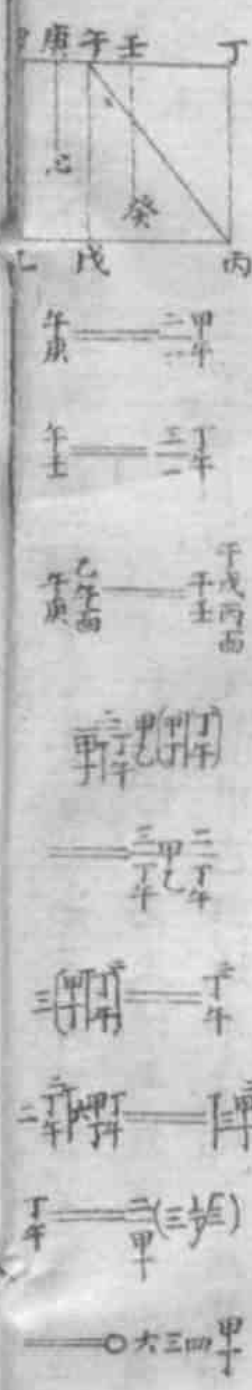
法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。

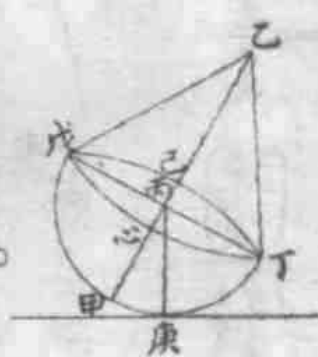
法當用丁數。若用上數。則午點必在甲點之左。



數俱本此。詳八十六卷。

假如同底圓立錐及半球合為一體。球面任何方向定於地平面上。求體大各幾何。

如圖。戊甲丁為半球。戊乙丁為圓立錐。同以戊丁徑之圓面為底。合為一體。庚丙垂綫。不論何方向。其交軸點恆在球心丙。所以丙點為合體之重心。己點為錐體重心。心點為半球重心。即有比例。



一率 圓錐全質 圓錐為等高圓柱
 二率 半球全質 三分之一半球為
 三率 丙心 等高圓柱 三分之二
 四率 丙己 二。故有等數如下。

$$\frac{\text{圓錐}}{\text{半球}} = \frac{\frac{3}{4} \text{圓錐}}{\frac{3}{4} \text{半球}}$$

以卷二重心款證之。丙己為乙丙四分之一。甲心為甲丙八分之五。丙心為甲丙八分之三。故有等數。

$$\frac{\text{丁戊}}{\text{三}} = \frac{\text{三}}{\text{丁戊}}$$

$$\frac{\text{乙丙}}{\text{二}} = \frac{\text{二}}{\text{乙丙}}$$

$$\frac{\text{甲丙}}{\text{四}} = \frac{\text{四}}{\text{甲丙}}$$

$$\frac{\text{乙丁}}{\text{二}} = \frac{\text{二}}{\text{乙丁}}$$

$$\frac{\text{甲丁}}{\text{二}} = \frac{\text{二}}{\text{甲丁}}$$

$$\frac{\text{乙戊}}{\text{二}} = \frac{\text{二}}{\text{乙戊}}$$

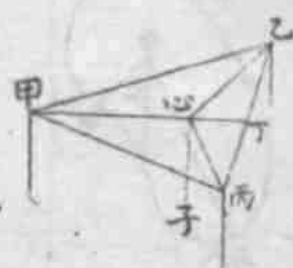
$$\frac{\text{甲戊}}{\text{二}} = \frac{\text{二}}{\text{甲戊}}$$

所以丁乙戊為等邊三角形。

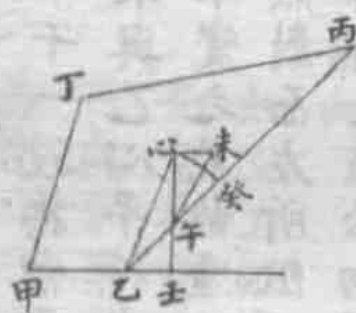
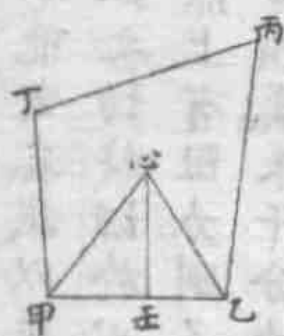
假如有剛體加於三垂足架上。求每足抵力。

如圖。甲乙丙面為剛體。加於甲乙丙三足架上。作子心垂綫直交甲乙丙面之重心心點。作甲心綫引長之交乙丙於丁。質體之能收於重心。一如全重子定於甲。

丁桿即有比例。



所以各角點抵力。與餘二角點至重心作聯綫所成三角面。比例恆同。設剛體載於四足架。各足抵力不能推。蓋三足已可載。所增之足。可有可無故也。然有二理可推。一。抵力和等於全重。一。設以抵力為諸重。諸重之重心。與剛體之重心。必在一箇垂綫上。設載於多足架。理同。



一率	丁甲	甲乙丙面	甲乙丙面
二率	丁心	乙心丙面	甲心乙面
三率	子重	子重	子重
四率	甲力	甲力	乙力

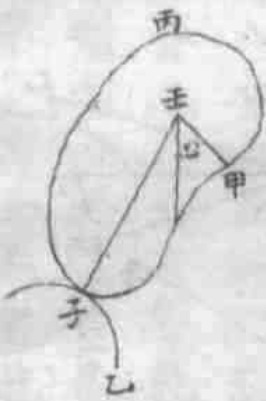
如圖。甲乙丙丁為剛質面。

質面之重收於重心心點。地力仍不變。甲心乙心當作二堅綫。令重心與底面相連作心壬垂綫。若壬點在甲乙二點之間。則心點必無環甲點而向乙點之勢。亦無環乙點而向甲點之勢。

勢。所以全體定。若壬點在甲乙二點之外。則重心必環繞乙點行於心癸弧綫。而全體不能定矣。試以垂綫上心午一段。為體重之率。分為心未午未二力。心未為心癸弧之切綫。切於心點。午未與乙心平行。直交於切綫。心未分力令重心點動。設乙點上有阻力。則乙點為不變之點。故重心必環繞乙點而行於心癸弧綫。如此體必傾矣。未午分力為乙點對面力所阻。因乙點不變故。若甲乙底及地平面俱甚光滑。無面阻力。則全體傾時。乙點必向甲點而移。重心必依垂綫下行。以令體定於地平面。重說詳動設質體底為面。其理亦同。心壬無綫交地平之壬點。在底面界綫內。體必定。在界綫外。體必傾也。若質體載於諸點。或諸小面。以一綫經過諸點。或諸小面。即為界綫。界綫內即體底。

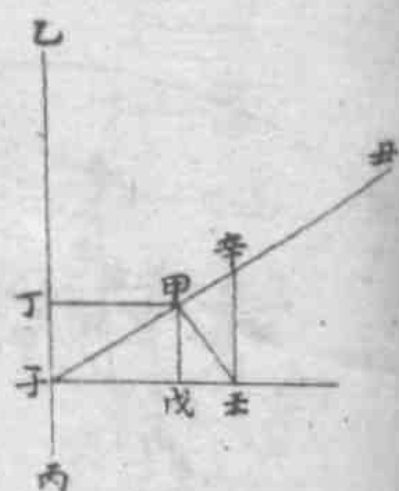
論剛體定於一點及一面之理。凡剛體定於一點及一面。則載體之對力有二。

如圖。甲丙子為剛體。定於甲點及子面。壬甲為甲對力方向綫。直交體面在甲點。壬子為子對力方向綫。直交體面及子乙面在子點。準第三款并力綫必經過二分力綫之交點。亦必經過重心。則并力綫必為壬心垂綫也。而相定之理可推矣。



假如有桿定於一點及垂面。求其方向。

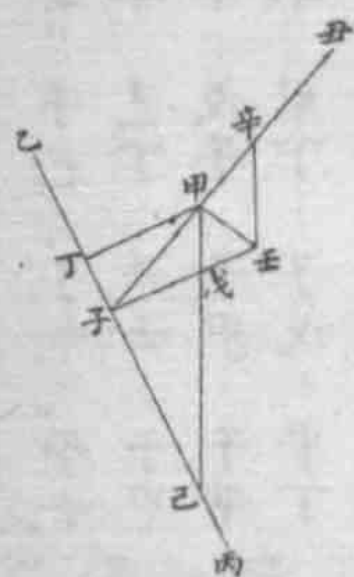
假如有桿定於一點及垂面求其方向



如圖。子丑為桿。定於甲點。子端定於乙丙垂面。作子壬地平線。作甲壬線。與子丑成直角。辛為重心。面之對力方向在子壬線上。甲點對力方向在甲壬線上。此二線交點必在經過重心之垂線上。所以辛壬必為垂線。直交於子壬。再作甲戊垂線。成子壬辛子甲壬子戊甲三箇等勢三角形。即有比例及等數如左。

一車 子戊 子戊 子戊方
二車 子甲 子甲 子甲方
三車 子甲 子壬 子甲
四車 子壬 子辛 子辛

假如有桿定於一點及斜面求其方向。



子子戊甲三箇等勢三角形。即有比例及等數如左。

惟子辛甲丁已
知。故子甲可推。
設甲丁大於
子辛。則不可推。

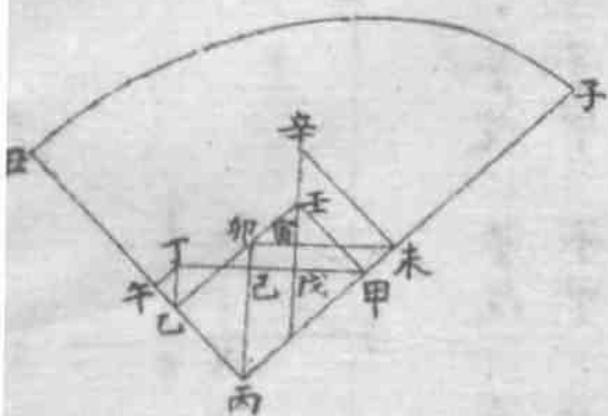
如圖。子丑為桿。定於甲點。其子端定於乙丙斜面。辛為重心。作子壬線。與乙丙成直角。作甲壬線。與子丑成直角。二線交於壬點。辛壬聯之。必為垂線。乃作甲戊己垂線。又作甲丁線。直交於乙丙。則有比例及等數如左。

一車	子己	子辛	子壬
二車	己丁	子壬	子甲
三車	戊子	子甲	子甲
四車	甲丁	子戊	甲丁

命子甲	為天則	有等數	如下
子甲	子甲	子甲	子甲
子甲	子甲	子甲	子甲
子甲	子甲	子甲	子甲

依此而天可推也

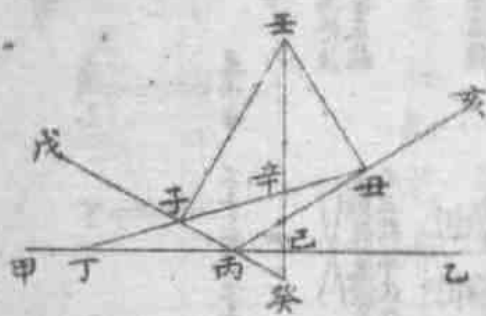
論剛體定於兩點之理。凡剛體定於兩點。兩點上對力方向。各直交於體面。兩方向線交點。必在重心垂線上。假如有剛質垂面。定於兩點。求方向。



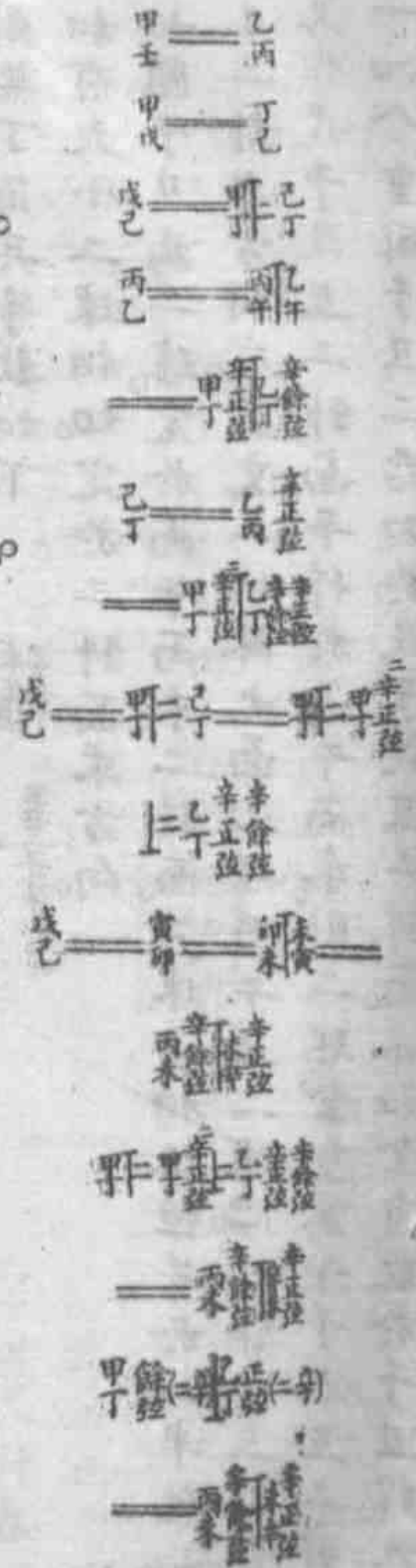
如圖。子丑丙為剛質垂面。定於甲乙兩點。丙子丙丑兩邊成直角於丙。求定於何方向。辛為重心。作辛未綫。直交於丙子。作甲丁未卯二綫。平於地平。作辛戊卯丙丁乙三垂綫。作甲壬乙壬二綫。直交於丙子丙丑。即為甲乙兩點抵力方向綫。其交點壬必在過重心垂綫辛戊上。作丁午綫。直交於丙丑。因甲壬乙丙為直角四邊形。

求得辛角。即所定方向也。

論剛體定於二面之理。凡剛體定於兩箇面上。二定點抵力方向綫。必直交於二面。且此二綫必自相交。不然不能載體。其交點必在重心垂綫上。假如有桿定於兩個斜面。求方向。

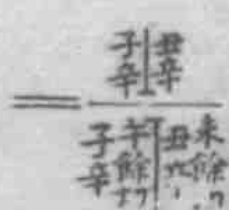
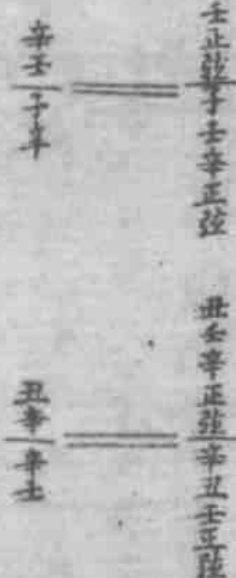


如圖。子丑為桿。定於丙戌丙亥二斜面上。子丑二點。作子壬丑壬二抵力方向綫。與丙戌丙亥成直角。相交於壬點。辛為重心。辛壬聯之。必為垂綫。乃作甲乙地平綫。經過二斜面交點。引長垂綫。交地平綫於己。交子丙面於癸。子壬癸子癸壬二角并之為直角。引長丑子。交地平於丁。命子丁丙為丁角。子丙丁為午角。丑丙乙為未角。列諸等角於左。

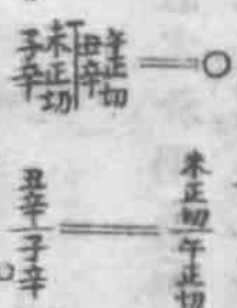




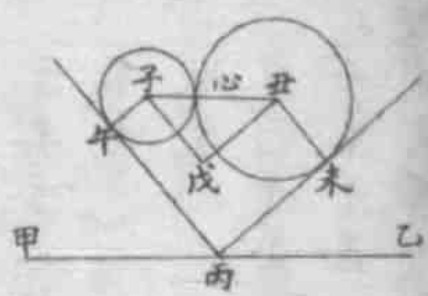
既明諸
等角乃
有等數
如下。



如法求得丁角。即所定方
向也。若子丑平於地平。
則無丁角。其等數如下。



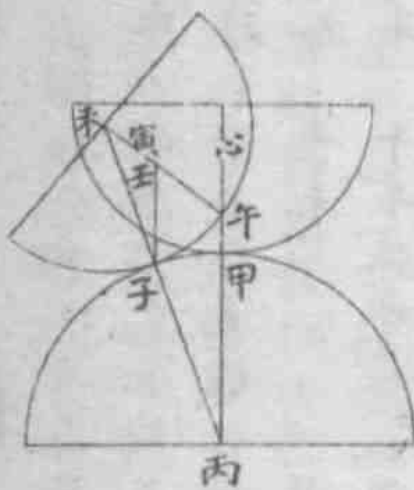
假如有大小二球相切。定於二斜面求方向。
如圖。子丑為二球。定於丙午丙未二斜面。二球心相距。恒等於二半徑和。子午丑
未二對力方向。直交二切球之面。必經過子丑二球心。乃作子丑二球心聯線。
又作戊子戊丑二斜面。平行於丙午丙未。則二球全重為子子未丑二對力所載。
一如全重用子丑二點加於戊子戊丑二斜面。亦如全重收於子丑桿。為二斜面



子丑
子心
丑心
丁正切
未正切
午正切
子正切
丑正切
丁正切
未正切
午正切
子正切
丑正切

所載也。故如前題推之。命二半徑為壬癸。二球重為戊己。子丑幾交地平角為丁角。二體全重心為心。用前題等數觀此而知午未角與二半徑無涉。惟體重為要也。用綫繫球以代對力理同。

論質體微動後復歸原處之理。凡體已定。微動之令離定處。有時動後仍歸原定處。定體之力令其歸原也。有時動後不能歸原。必離原定處而定於別方向。是乃定心不定。定心定之別。定心定者。微動必歸原。不定心定者。微動即變。其要惟一。動後必搖。搖畢始定。能令體不搖。即定矣。定心定者。名為固定。不定心定者。名為非固定。假如有小半球加於大半球之上。求固定點。



如圖。甲丙為大半球。甲丁為小半球。甲為大小球頂點。心為小半球重心。丁丙為垂綫。小球定時兩頂點相切。重心在經過切點之垂綫上。設小球動時。切大球於子點。甲點行至午。心點行至寅。子午寅三點在一箇垂面上。乃作子壬垂綫。交午寅綫於壬。因體全

重一如收於重心寅點。所以寅點若在壬午之間。小球必仍歸原定處。若在壬午之外。必離原定處矣。故午寅間甲小於午壬。必為固定。子甲子午二弧綫相等。因動時子午各點。遞切於子甲各點故也。所以有比例。

一率 子未

甲丁

甲丙

二率 子午弧綫

甲子弧綫

甲子弧綫

三率 半徑

半徑

半徑

四率 子未午角度

子未午角度

甲丙子角度

一率 未壬

甲子弧綫若極

二率 壬子

微則諸角俱極

三率 未子壬正弦

甲丙子正弦

小正弦之比即

四率 壬未子正弦

子未午正弦

同於角之比

一率 未壬

未壬壬子和

二率 壬子

壬子

三率 甲丙子角

甲丙除甲子

甲丁

甲丁甲丙和

四率 子未午角

甲丁除甲子

甲丙

甲丙

右甲丙子角極小。至於欲無之處。有此比例。丙角當無窮小處。未壬加壬子。等