

顶尖系列

自主学习先锋

顶尖数学

九年级下册

课外训练
步步高

课程标准
华师大版

DINGJIAN SHUXUE
KEWAI XUNLIAN BUBUGAO



福建人民出版社



顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

顶尖数学

课外训练 步步高

九年级下册

课程标准
华师大版



福建人民出版社

策划: 闻教佟仁

编委: (按姓氏笔画排列)

任勇 (厦门一中校长、特级教师、中学高级教师、福建省特级教师协会副会长、苏步青教育学教育奖一等奖获得者)

朱义泰 (福州格致中学高级教师)

江敬润 (福建省普教室原副主任、中学高级教师、全国语文学科学习科学委员会副理事长、福建语文学科学习科学学会副会长)

李松华 (福建省普教室中学理科主任、化学组组长、中学高级教师、中国教育学会化学教学专业委员会理事、福建省化学教学委员会副理事长)

杨继红 (福州教育学院政治科主任、中学高级教师、福建省思想政治教学研究会副秘书长)

陈峰 (福建师范大学物理系硕士生导师、教育部中学物理课程标准组核心成员、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长)

陈松铨 (福建省普教室中学理科副主任、生物组组长、中学高级教师、福建省生物教学研究会副理事长)

林为炎 (福建省普教室中学理科副主任、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长)

诚丽生 (福建省普教室中学文科主任、历史组组长、中学高级教师、中国教育学会历史教学专业委员会理事、福建省历史教学委员会副理事长)

曾立群 (福州一中地理组组长、中学高级教师、中国教育学会地理教学专业委员会理事、福建省地理教学委员会副理事长)

本书执行主编: 任勇

本书编写人员: 张建怀 叶翠桃 邓衍生 吴文樑 (统稿)

顶尖数学课外训练步步高 (课程标准·华师大版)

DINGJIAN SHUXUE KEWAI XUNLIAN BUBUGAO

九年级下册

出版发行: 福建人民出版社

地址: 福州市东水路76号

邮政编码: 350001

电话: 0591-87604366 (发行部)

87521386 (编辑室)

电子邮箱: 211@fjpph.com

网址: <http://www.fjpph.com>

印刷: 福建省天一屏山印务有限公司

地址: 福州市铜盘路278号

邮政编码: 350003

开本: 787毫米×1092毫米 1/16

印张: 5.75

字数: 141千字

版次: 2006年1月第1版

2006年1月第1次印刷

书号: ISBN 7-211-05193-0/G·3288

定价: 6.50元

本书如有印装质量问题,影响阅读,请直接向承印厂调换。

版权所有,翻印必究

第二届“校园先锋”征文大赛获奖名单（初中组）

一等奖

林杰 黄梦捷 刘湘飏 陈晓乐 王清强

二等奖

林伟坡 张兴予 江晓鹭 郭嘉玲 何张鹏
廖海棠 蔡 蘅 朱葛敏 何琪兴 陈 越

三等奖

胡盼盼 洪惠真 王廷相 吴燕红 俞元元
揭业斐 涂晓芳 郑萍萍 洪灵凤 马松松
吴云婷 林苏玉 陈秀芬 殷溢颖 松黄榕
彭俐真 黄碧腴 张雅倩 施 熠 李细彬
陈雪婷 蔡燕梅 陈贝茜 郑晓妍 杨照阳

优秀奖（名单略）

第三届“校园先锋”征文大赛启事

● 征文对象

全国小学生、初中生、高中生。

● 征文要求

主题不限，体裁亦不限。要求具有创造性的思维、个性化的语言、丰富的想象力、真实的感受。

● 评奖情况

征文活动截稿后，大赛组委会将组织有关专家对所有来稿进行评奖，小学组、初中组、高中组将分别评出一、二、三等奖及优秀奖若干名。所有获奖者都将获得证书和丰厚的奖品。

● 注意事项

1. 本次征文大赛不收取任何参赛费。
2. 参赛作品必须原创，未曾公开发表，不得抄袭。来稿恕不退还，请自留底稿。
3. 来稿请写清作者的个人情况（包括联系地址、电话、年级及作文获奖情况）；有指导老师的，请留下老师的电话或 E-mail；毕业班学生来稿，请留下详细的家庭通讯地址，以便组委会与你取得联系。
4. 截稿日期：2006年9月30日。
5. 来稿请在信封左下角注明“小学组”“初中组”或“高中组”字样。来稿请寄：福建省福州市东水路76号福建人民出版社“校园先锋”征文大赛组委会收（邮编：350001）。



福建人民出版社好书推荐

趣话书系

语法趣话	11.00 元
修辞趣话	11.70 元
比喻趣话	12.80 元
炼字趣话	12.60 元
对偶趣话	10.70 元
音乐趣话	15.60 元
美术趣话	15.90 元
历史趣话	15.20 元
数学趣话	14.20 元
物理趣话	11.80 元
化学趣话	12.60 元
天文趣话	16.70 元
地理趣话	10.60 元
生物趣话	13.60 元
诺贝尔奖趣话	11.50 元



邮购地址：福州市东水路 76 号福建人民出版社邮购部

邮 编：350001

电 话：0591-87557806 转 2511

网 址：<http://www.fjpph.com>

编

写

说

明

“顶尖各科课外训练步步高”根据义务教育课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅注重帮助学生夯实基础知识、提高基本技能，还注重培养学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅注重培养学生学会学习，学会反思、学会自我激励，还注重培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特级、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“顶尖各科课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）设“学前热身”、“知识平台”、“方法指津”、“自我评估”、“探究学习”（或“信息冲浪”）、“拓展延伸”、“单元评估”等栏目。“学前热身”通过阅读与本章（或本单元）主要内容有关的一个故事、一则新闻报道或一幅图等，使学生自然而然地产生学习本章（或本单元）内容的兴趣，从而变过去的被动学习为“我要学”、“我想学”的主动学习，激发学生的自主性。“知识平台”以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或本单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，密切联系生产、生活实际的有趣题目，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法，加强探究性习题的训练。“自我评估”含“双基达标”和“能力提高”两个部分。这两部分题目有一定的梯度，既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、探究性、合作性。“探究学习”（或“信息冲浪”）精选与本章（或本节）内容相关的资料，并从中引出一些生动、活泼、有趣的话题，既可以补充课本知识，又有目的地提出一些问题，引发学生思考；同时，还设置“相关链接”子栏目，为有条件且学有余力的学生另外提供一些信息的出处，满足学生课外学习的需要，增强学生学习的趣味性，扩大学生的知识面。“拓展延伸”对本章（或本单元）知识进行梳理、交融、拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。经过系统的训练后，通过单元评估与期末评估对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。由于本丛书要面向城乡不同层次的广大学生，因此题目难易有所兼顾，老师可以根据本校学生的具体情况有选择地让学生进行训练。

“顶尖各科课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

在此，对丛书中选用作品的作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并请与我们联系。由于编写时间仓促，其中难免还有不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

编者

目 录

第 26 章 二次函数 1

§ 26.1 二次函数 5

§ 26.2 二次函数的图象与性质 ... 10

§ 26.3 实践与探索 16

单元评估 22

第 27 章 证明 26

§ 27.1 证明的再认识 28

§ 27.2 用推理方法研究三角形 ... 33

§ 27.3 用推理方法研究四边形 ... 37

单元评估 43

第 28 章 数据分析与决策 48

§ 28.1 借助媒体作决策 51

§ 28.2 亲自调查作决策 58

§ 28.3 在理论指导下决策 65

单元评估 74

期末评估 80

部分参考答案 85

第26章 二次函数

学前热身

某装潢店的师傅遇到这样一件事情：一客户送来了一定量的塑钢原材料，请装潢店的师傅加工成如图 26-1 所示的窗子（呈矩形），且透光最大。你能帮助这位师傅下料吗？学完本章，你将轻松解决这个问题。

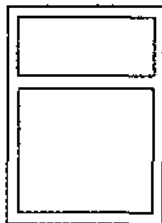


图 26-1

学习导航

知识平台

1. 探索具体问题的数量关系和变化规律，体会二次函数是刻画现实世界的一个有效的数学模型。
2. 结合具体情境体会二次函数的意义，了解二次函数的有关概念。
3. 会用描点法画出二次函数的图象，能通过图象认识二次函数的性质。
4. 会用配方法确定二次函数的图象的顶点、开口方向 and 对称轴。
5. 会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。
6. 会通过观察现实情境的分析，确定二次函数的表达式，并能运用二次函数及其性质解决简单的实际问题。

方法指津

例 1 (§ 26.1)* 下列函数哪些是二次函数？

$$(1) y = 1 - x^2;$$

$$(2) y = \frac{2}{x^2 + 1};$$

$$(3) y = 2x(1 - 3x);$$

$$(4) y = -\sqrt{3}x^2;$$

$$(5) y = x^2 - (2 - x)^2;$$

$$(6) y = mx^2 + nx + p \quad (m, n, p \text{ 为常数}).$$

分析 确定一个函数是二次函数，那么它必须具备以下两个条件：①函数式化简后自变量最高次项为二次；②解析式的分母不能含有自变量。

解 (1)、(3)、(4) 是二次函数，其中 (3) 化简后为 $y = -6x^2 + 2x$ 。

(2) 不是二次函数，因为解析式的分母含有自变量。

(5) 不是二次函数，因为 (5) 化简后为 $y = 4x - 2$ ，是一次函数。

(6) 不一定是二次函数，因为自变量二次项系数 m 可能为零，当 $m \neq 0$ 时为二次函数。

* 括号内的数字 § 26.1 表示本例题要用第 26 章第 1 节的知识解答，以下类推。



例2 (§26.2) 已知等边三角形的边长为 $2x$ ，将此三角形的面积 S 表示成 x 的函数，并画出图象的示意图。

分析 在实际问题中，二次函数的自变量往往受到限制，不能取一切实数，此时函数的图象就是抛物线的一部分。

解 ∵ 等边三角形的边长为 $2x$ ，

∴ 它的高为 $\sqrt{3}x$ 。

∴ $S = \frac{1}{2}\sqrt{3}x \cdot 2x = \sqrt{3}x^2$ ($x > 0$)，其图象的示意图如图 26-2，它为第一象限的一段抛物线（不包括原点）。

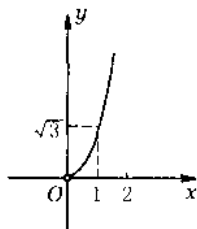


图 26-2

例3 (§26.2) 已知二次函数 $y = (m^2 - 4)x^{m^2 - m}$ ，在 $x = 0$ 时， y 取到最大值，且抛物线与直线 $y = x - 2$ 相交，试求该二次函数的解析式，并求抛物线与直线的交点坐标。

分析 因为抛物线与直线的交点坐标，既满足二次函数解析式又满足一次函数解析式，所以联立这两个函数解析式组成二元二次方程组，所得到的解，就是交点的坐标。

解 由题意得 $\begin{cases} m^2 - m - 2, \\ m^2 - 4 < 0, \end{cases}$ 解得 $m = -1$ 。

∴ 抛物线解析式为 $y = -3x^2$ 。

依题意解方程组 $\begin{cases} y = -3x^2, \\ y = x - 2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = -3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$ 。

∴ 抛物线与直线的交点坐标为 $(-1, -3)$ 与 $(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3})$ 。

例4 (§26.2) 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$ ，求出它的顶点坐标和对称轴，并画出函数的图象。

分析 把一般式化成顶点式一般采用配方法。画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象时，往往先通过配方得 $y = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$ ，即顶点式 $y = a(x - h)^2 - k$ ，确定对称轴与顶点，再在对称轴左右两边找关于对称轴对称的两到三组对称点，最后用平滑的曲线把这些点连起来即可。

$$\begin{aligned} \text{解 } \because y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2) + \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{1}{2} \times 9 + \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2, \end{aligned}$$

∴ 此抛物线的对称轴为直线 $x = 3$ ，顶点坐标为 $(3, -2)$ 。

画二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$, 即 $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$ 的图象 (如图 26-3).

列表:

x	...	0	1	3	5	6	...
y	...	$\frac{5}{2}$	0	-2	0	$\frac{5}{2}$...

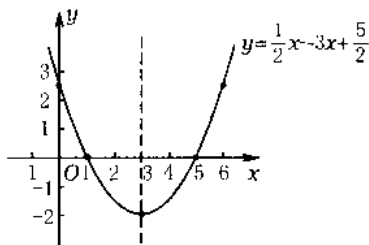


图 26-3

例 5 (§ 26.2) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 图象的一部分如图 26-4, 根据图象试确定:

- (1) a 、 b 、 c 及 $b^2 - 4ac$ 的符号;
- (2) $a + b + c$ 和 $a - b + c$ 的符号.

分析 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中的常数 a 、 b 、 c 决定了抛物线的性质. a 的符号决定了抛物线的开口方向, $|a|$ 的大小决定了抛物线开口的宽窄, $|a|$ 越大, 抛物线越窄. 常数 c 决定了抛物线与 y 轴交点的位置: 当 $c = 0$ 时, 抛物线经过原点; 当 $c > 0$ 时, 抛物线与 y 轴交点在 x 轴上方; 当 $c < 0$ 时, 抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方.

因为对称轴直线为 $x = -\frac{b}{2a}$, 所以 a 、 b 的符号决定了对称轴的位置.

而 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的符号决定抛物线与 x 轴的交点个数: 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 函数图象与 x 轴没有交点; 当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, 只有一个交点; 当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 有两个交点.

解 (1) 由图象可知 $a < 0$, $c > 0$, $-\frac{b}{2a} < 0$,

$$\therefore b < 0.$$

又 \because 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0.$$

综上得 $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$, $b^2 - 4ac > 0$.

(2) \because 抛物线过 $A(1, 0)$, 将点 A 的坐标代入解析式得 $a + b + c = 0$,

从而 $a + c = -b > 0$, 即 $a - b + c = -2b > 0$.

综上 $a + b + c = 0$, $a - b + c > 0$.

例 6 (§ 26.2) 根据下列已知条件, 求二次函数的解析式.

- (1) 图象经过 $A(-1, 3)$ 、 $B(1, 3)$ 、 $C(2, 6)$;
- (2) 图象经过 $A(-1, 0)$ 和 $B(3, 0)$, 函数有最小值 -8 ;
- (3) 图象的顶点坐标是 $(-1, 9)$, 与 x 轴两交点间的距离是 6.

分析 一般地, 已知抛物线上任意三点 (或任意三对 x 、 y 值), 可设函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 组成三元一次方程组来求解; 如果三个已知条件中有顶点坐标或最值, 可用 $y = a(x-h)^2 + k$ 来求解; 若三个条件中已知抛物线与 x 轴两交点的坐标, 则一般设解析式为 $y = a(x-x_1)(x-x_2)$.

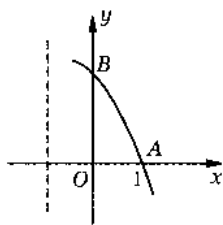


图 26-4



解 (1) 设解析式为 $y=ax^2+bx+c$, 把 $A(-1, 3)$ 、 $B(1, 3)$ 、 $C(2, 6)$ 三点代入解析式, 得

$$\begin{cases} 3=a-b+c, \\ 3=a+b+c, \\ 6=4a+2b+c, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=1, \\ b=0, \\ c=2. \end{cases}$$

\therefore 解析式为 $y=x^2+2$.

(2) 解法 1: 由 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 得抛物线对称轴为 $x=1$, 所以顶点为 $(1, -8)$, 则设解析式为 $y=a(x-1)^2-8$.

把 $x=-1$ 、 $y=0$ 代入上式可得 $0=a(-1-1)^2-8$,

$\therefore a=2$.

\therefore 解析式为 $y=2(x-1)^2-8$, 即 $y=2x^2-4x-6$.

解法 2: 可设解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$, 把顶点 $(1, -8)$ 代入解析式得 $-8=a \times (1+1)(1-3)$, 解得 $a=2$.

\therefore 解析式为 $y=2(x+1)(x-3)=2x^2-4x-6$.

(3) 由顶点坐标 $(-1, 9)$ 可知抛物线对称轴方程是 $x=-1$.

又 \because 图象与 x 轴两交点的距离为 6, 即 $AB=6$.

由抛物线的对称性可得 A 、 B 两点的坐标分别为 $A(-4, 0)$ 和 $B(2, 0)$.

设解析式为 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$, 得 $y=a(x+4)(x-2)$.

把顶点 $(-1, 9)$ 代入, 得解析式 $y=-x^2-2x+8$.

或设解析式为 $y=a(x+1)^2+9$, 把 $A(-4, 0)$ 代入求出解析式 $y=-(x+1)^2+9$, 即 $y=-x^2-2x+8$.

例 7 (§ 26.3) 如图 26-5, 有一座抛物线形拱桥, 在正常水位时水面 AB 宽 20 m, 如果水位上升 3 m 时, 水面 CD 宽 10 m.

(1) 建立直角坐标系, 求此抛物线的解析式.

(2) 现有一辆载有救援物资的货车从甲地出发需经过此桥开往乙地, 已知甲距此桥 280 km (桥长忽略不计), 货车正以 40 km/h 的速度开往乙地. 当行驶 1 h 时, 忽然接到紧急通知: 前方连降暴雨, 造成水位以 0.25 m/h 的速度持续上涨. 货车接到通知时, 水位在 CD 处, 当水位达到拱桥最高点 O 点时, 禁止车辆通行. 试问: 如果货车按原来的速度行驶, 能否安全通过此桥? 若能, 说明理由; 若不能, 要使货车安全通过此桥, 速度至少多少?

分析 对实际问题建立直角坐标系的原则是尽量方便解题, 如图 26-5 建立方法较简单, 当然也可以 AB 为 x 轴, AB 的中点为原点建立直角坐标系. 解决实际问题, 尤其是题目较长时一定要认真审题. 本题涉及货车能否安全通过的问题可转化为: 水涨到最高点时, 货车行驶的路程是否超过了 280 km, 或水涨到最高点的时间与货车行驶到桥的时间的大小的比较.

解 (1) 如图 26-5, 以最高点 O 为原点, 桥面为 x 轴, 经过原点垂直 x 轴的直线为 y 轴, 建立直角坐标系.

设抛物线的解析式为 $y=-ax^2$, 桥拱最高点 O 到水面 CD 的距离为 h m, 则 $D(5, -h)$, $B(10, -h-3)$.

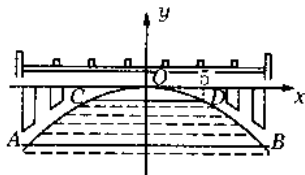


图 26-5

$$\therefore \begin{cases} 25a = -h, \\ 100a = -h - 3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{25}, \\ h = 1. \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{25}x^2$.

(2) 水位由 CD 处涨到 O 处的时间为 $1 \div 0.25 = 4$ h,

货车按原来的速度行驶的路程为 $40 \times 1 + 40 \times 4 = 200$ km < 280 km,

\therefore 货车按原来的速度行驶不能安全通过此桥.

设货车安全通过此桥的速度应提高到 x km/h, 即 $40 \times 1 + 40x > 280$, 解得 $x > 60$.

\therefore 要使货车安全通过此桥, 货车速度至少为 60 km/h.

§ 26.1 二次函数



自我评估

双基达标

- 下列函数: ① $y = 4x^2 + \frac{3}{x} - 1$; ② $y = 3(x-1)(x+1)$; ③ $y = (x+2)^2 - x^2$; ④ $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 5$; ⑤ $y = \sqrt{3}x^2$. 其中属于二次函数的有 _____. (填序号)
- 矩形门的周长是 8 m, 则该门的面积 y 与门宽 x 之间的函数关系式是 _____, 自变量的取值范围是 _____.
- 函数 $y = x^2 - 3x - 4$, 要使函数值为 0, 则自变量 x 应取值 _____.
- 当 $m =$ _____ 时, $y = (m-1)x^{m^2-1} - 3x + 6$ 是二次函数.
- 化工厂在一月份生产某种产品 200 t, 三月份生产 y t, 则 y 与月平均增长率 x 的关系式是 _____.
- 已知常数 a, b, c 分别表示二次函数 $y = -2x^2 + 4x - 3$ 的二次项系数、一次项系数和常数项, 则 $-\frac{b}{2a} =$ _____, $\frac{4ac-b^2}{4a} =$ _____, 点 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ _____ (填“在”或“不在”) 此二次函数的图象上.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB + BC = 12$, 设 $AB = x$, $\triangle ABC$ 的面积为 S , 则 S 与 x 的函数关系式是 _____.
- 写出一个你喜爱的二次函数, 使 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$. 这个解析式是 _____.
- 下列叙述正确的是 ().
 - y 与 x 成正比, x 与 z^2 成反比, 则 y 是 z 的二次函数
 - y 与 x 成正比, x 与 z^2 成正比, 则 y 是 z 的二次函数
 - y 与 x^2 成正比, x 与 z^2 成正比, 则 y 是 z 的二次函数
 - y 与 $\frac{1}{(x+1)^2}$ 成正比, 则 y 是 x 的二次函数



10. 已知正方形的周长是 c cm, 面积是 S cm².

- (1) 求 S 与 c 的函数关系式;
- (2) 当 $S=4$ 时, 求正方形对角线的长;
- (3) 当 c 取什么值时, $S \geq 4$?

11. 已知 y 是 x 的二次函数, 且当 $x=1$ 和 $x=3$ 时, y 的值都为 0; 当 $x=-2$ 时, y 的值为 15. 求 y 与 x 的函数关系式.

6

12. 点 A 、 B 是直线 $y=2x+4$ 与 x 轴、 y 轴的交点, 点 P 在线段 AB 上移动 (如图 26 6), 设点 P 的横坐标为 t , $\triangle PAO$ 面积为 S , 求 S 与 t 的函数关系式, 并求出自变量 t 的取值范围.

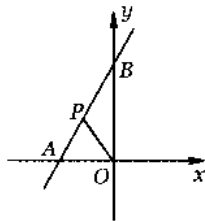


图 26 6

13. 某广告公司设计一幅周长为 12 m 的矩形广告牌，广告设计费为 1 000 元/m²，设矩形一边长为 x m，面积为 S m²。

- (1) 求出 S 与 x 之间的函数关系式，并确定自变量 x 的取值范围；
 (2) 若要求设计的广告牌边长为整数，请你填写下表，并探究 x 取何值时，广告牌的设计费最贵。

x/m						
S/m^2						
设计费/元						

14. 如图 26-7，一个药粒计数器，表中的 n 表示层数， S 表示药粒计数器中的总药数，假设数药时，计数器每层均排满药粒。

(1) 填表：

n	1	2	3	4	5	6	...
S							...

- (2) 观察表中的数据变化规律，写出 S 与 n 的函数关系式，并判断是什么函数；
 (3) 当 $n=10$ 时，求药粒计数器中的总药数 S 。

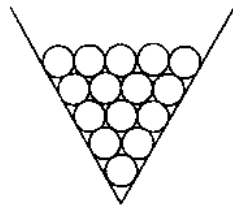


图 26-7



能力提高

15. 如图 26-8, 用同样规格黑白两色的正方形瓷砖铺设矩形地面, 请观察下列图形并解答有关问题:

(1) 在第 n 个图中, 每一横行有 _____ 块瓷砖, 每一竖列有 _____ 块瓷砖 (均用含 n 的代数式表示);

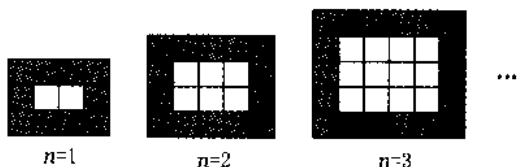


图 26-8

(2) 设铺设地面所用瓷砖的总块数为 y , 请写出 y 与 n 的函数关系式 (不要求自变量 n 的取值范围);

(3) 按上述铺设方案, 铺一块这样的矩形地面共用了 506 块瓷砖, 求此时 n 的值;

(4) 若黑瓷砖每块 4 元, 白瓷砖每块 3 元, 在问题 (3) 中, 共花多少钱购买瓷砖?

(5) 是否存在黑白瓷砖块数相等的情形? 请通过计算给出理由.

16. 如图 26-9, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=10$, $BC=12$, D 为 BC 边的中点, E 是 DC 上的点, 过点 E 作 BC 的垂线交 BA 的延长线于点 F , 交 AC 于点 G . 若设 $EC=x$, 则图中哪些图形的面积可以看作是 x 的函数, 如 $S_{\triangle CEG} = \frac{2}{3}x^2$ ($0 < x < 6$). 请你再写出其中的两个函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围.

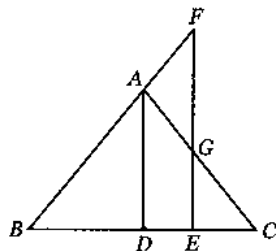


图 26-9

17. 如图 26-10, 半圆的直径 $AC=2$, 点 B 在半圆上, 点 E 在线段 AB 上, 且 $AE=BC$, $EF \perp AC$ 交 AC 于点 F . 设 $BC=x$, $EF=y$, 求 y 与 x 的函数关系式以及自变量 x 的取值范围.

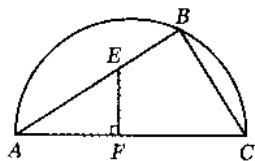


图 26-10

信息冲浪

有关储蓄的计算

储蓄与人们的日常生活密切相关, 它对支援国家建设、安排好个人家庭生活具有积极意义, 计算储蓄所得到的利息的基本公式是:

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{存期} \times \text{利率}.$$

根据国家的规定, 个人取得储蓄存款利息应依法纳税, 计算公式为:

$$\text{应纳税额} = \text{利息金额} \times \text{税率},$$

其中税率是 20%.

下面介绍两种储蓄.

1. 整存整取定期储蓄

这是指一次存入本金, 完成约定存期后一次取出本金及其利息的一种储蓄. 中国人民银行在某段时间内规定这种储蓄的年利率如下:

存 期	1 年	2 年	3 年	5 年
年利率/%	2.25	2.43	2.70	2.88

例如, 按这种方式存入 5 000 元, 存期 3 年, 那么 3 年到期时所得利息为

$$5\,000 \times 3 \times 2.70\% = 405 \text{ (元)},$$

应纳税

$$405 \times 20\% = 81 \text{ (元)},$$

实际取出

$$5\,000 + 405 - 81 = 5\,324 \text{ (元)}.$$



2. 活期储蓄

这是指存期不定、可以随时存取的一种储蓄。计算利息时，每年按360天，每月按30天计算存期。

例如，7月15日存入500元，同年8月25日全部取出，日利率是0.00275%，由于存期是40天（算头不算尾），所以应得利息为

$$500 \times 40 \times 0.00275\% = 0.55 \text{ (元)}.$$

应纳税

$$0.55 \times 20\% = 0.11 \text{ (元)},$$

实际取出

$$500 + 0.55 - 0.11 = 500.44 \text{ (元)}.$$

如果遇到利率调整，常常分段计算利息。

例如，某人从1月起，每月第1天存入100元，到12月最后一天取出全部本金及其利息，已知月利率是0.165%，那么实际取出多少钱？

为回答这一问题，先来研究这类问题的一般计算公式。设每期期初存入金额A，连存n次，每期的利率为p，那么到第n期期末时，本金为nA，且各期存款的利息如下。

第1期存款利息： Ap 。

第2期存款利息： $Ap(n-1)$ 。

...

第(n-1)期存款利息： $Ap \times 2$ 。

第n期存款利息： $Ap < 1$ 。

于是，应得到的全部利息 S_n 就是上面各期利息之和：

$$\begin{aligned} S_n &= Ap + Ap/2 + \dots + Ap(n-1) + Apn \\ &= Ap(1 + 2 + \dots + n) \\ &= \frac{1}{2}n(n+1)Ap. \end{aligned}$$

应纳税

$$\frac{1}{2}n(n+1)Ap \times 20\% = \frac{1}{10}n(n+1)Ap,$$

实际取出

$$\begin{aligned} nA - \frac{1}{2}n(n+1)Ap - \frac{1}{10}n(n+1)Ap \\ = A\left[n + \frac{2}{5}n(n+1)p\right]. \end{aligned}$$

用这个公式求解本题时， $A=100$ ， $n=12$ ， $p=0.165\%$ ，实际取出

$$100\left(12 + \frac{2}{5} \times 12 \times 13 \times 0.165\%\right) = 1210.30 \text{ (元)}.$$

相关链接：<http://www.rbc21.com/subject/maths>

§ 26.2 二次函数的图象与性质



自我评估

双基达标

1. 抛物线 $y=2(x-3)^2+7$ 的开口方向是_____，顶点坐标为_____，对称轴是_____。