

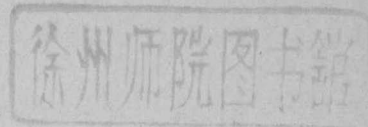
非线性光学

李恭亮 编

北京电子学会激光专业委员会出版

0437
787660

目 录



概述(暂缺)

第一章 晶体的宏观对称性。张量及其变换。

§ 1 晶体的宏观对称性一点群..... 1 - 1

 1.1 晶体结构的周期性和对称性..... 1 - 1

 1.2 基本宏观对称元和点群..... 1 - 4

 1.3 晶系和晶类..... 1 - 22

§ 2 二阶张量及其变换..... 1 - 34

 2.1 各向异性电介质的线性极化张量..... 1 - 34

 2.2 二阶张量..... 1 - 36

 2.3 二阶张量的坐标变换..... 1 - 38

 2.4 对称张量、反对称张量、单位张量..... 1 - 43

 2.5 对称张量的对角线化..... 1 - 43

§ 3 高阶张量及其变换..... 1 - 45

 3.1 三阶张量及其变换..... 1 - 46

 3.2 高阶张量及其变换。 n 阶张量的普遍定义..... 1 - 47

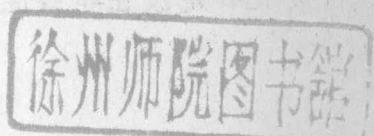
§ 4 表征晶体宏观物理性质的各阶张量和晶体宏观对
 称性之间的关系..... 1 - 50

 4.1 表征晶体宏观物理性质的各阶张量在对称操作下
 不变..... 1 - 50

 4.2 对张量进行对称操作的运算方法..... 1 - 51

 4.3 张量的约化..... 1 - 53

本章参考文献..... 1 - 62



第二章 晶体光学简介、电光效应

§ 1. 电介张量、光在各向异性线性介质中的传播	2-1
1.1 电介张量	2-1
1.2 光在无吸收晶体中的波动方程简正模概念	2-6
1.3 简正模的结构	2-9
§ 2. 菲涅耳方程和波矢面	2-12
2.1 简正模方程	2-12
2.2 菲涅耳方程	2-13
2.3 单轴晶体的菲涅耳方程解	2-15
2.4 单轴晶体的波矢面	2-21
2.5 双轴晶体的菲涅耳方程解和它的波矢面	2-23
§ 3. 光折射率椭球	2-29
3.1 光折射率椭球方程	2-29
3.2 由光折射率椭球求简正模中 \vec{P} 的振动方向和折射率 n	2-32
3.3 双轴晶体的折射率椭球	2-35
§ 4. 电光效应、电光系数矩阵	2-40
4.1 电光效应的 Pockels 表述和电光系数张量	2-41
4.2 线性电光效应和线性电光系数矩阵	2-43
4.3 二次电光效应和二次电光系数矩阵	2-50
4.4 逆压电效应和电系伸对电光效应的影响	2-53
4.5 电光调制和半波电压	2-56
4.6 几种典型的电光晶体材料	2-63

第三章 非线性极化和光波在非线性介质中的传播

§ 1. 引言.....	3-1
§ 2. 波动方程的付氏分解、付氏振幅.....	3-3
2.1 \vec{E} 和 \vec{P} 的付氏分解, 付氏振幅.....	3-3
2.2 波动方程的付氏分解.....	3-5
§ 3. 非线性极化的经典模型.....	3-8
§ 4. 非线性极化的宏观描述.....	3-17
4.1 非线性极化的宏观描述.....	3-17
4.2 非线性极化张量的宏观性质.....	3-20
4.3 非线性极化矢量付氏振幅.....	3-25
§ 5. 平面波相互作用时的近似波动方程.....	3-28
§ 6. 波矢共线的平面波相互作用.....	3-35
6.1 三个波矢共线的平面波的振幅耦合方程有效二次非 线性极化系数.....	3-35
6.2 三波相互作用时的能量转换关系和 Manley-Rowe关系式.....	3-38

本章参考文献

第四章 二次非线性效应(一)

——倍频和混频过程

§ 1. 引言.....	4-1
§ 2. 倍频过程和平面波近似解.....	4-3
2.1 振幅耦合方程和倍频极化张量.....	4-3
2.2 振幅耦合方程在低转换效率下的近似解.....	4-5
2.3 振幅耦合方程在高转换效率下的极限解.....	4-10
§ 3. 相位匹配和聚焦.....	4-14

3.1 相位匹配	4-14
3.2 双折射的影响、相位匹配对基频波单色性和光束发 散角的限制	4-25
3.3 聚焦	4-31
§ 4 倍频极化系数矩阵和有效倍频极化系数	4-35
4.1 倍频极化系数矩阵	4-35
4.2 有效倍频极化系数	4-41
§ 5 在非线性界面上反射光中的倍频光和它在测量中的 微微秒光脉冲宽度中的应用	4-49
5.1 在非线性界面上反射光中的倍频光	4-49
5.2 利用倍频过程测量微微秒光脉冲宽度	4-55
§ 6 光学三波混频过程	4-64
6.1 和频过程和频率上转换	4-65
6.2 差频过程	4-70
6.3 光整流效应	4-73

本章参考文献

第五章 二次非线性效应(二)

一参量放大和光参量振荡器

§ 1 引言	5-1
§ 2 光参量放大过程	5-2
2.1 平面波放大的普遍解	5-3
2.2 平面波近似下参量放大过程的增益	5-7
2.3 高斯光束的放大和增益	5-10
§ 3 光参量振荡器(OPO)	5-14

3.1 光参量振荡器的振荡条件和 值	5-16
3.2 在 值以上的运转, 输出功率和转换效率	5-25
3.3 调谐和输出光谱	5-37
§4 自发参量辐射	5-47

本章参考文献

第六章 三次非线性效应和四波混频过程

§1 引言	6-1
§2 碱金属和碱土金属原子蒸汽中三次谐波的产生 和四波混频效应	6-4
2.1 碱金属原子蒸汽中三次谐波的产生	6-4
2.2 可调谐四波混频效应	6-12
§3 用四波混频产生相位共轭波	6-19
3.1 相位共轭波的概念及其功能	6-19
3.2 用四波混频产生相位共轭波	6-24
3.3 四波混频产生相位共轭波的“全息光栅模型”	6-32
3.4 利用四波混频产生相位共轭波的实验装置和 一些实验结果	6-34
§4 相干反斯托克斯喇曼光谱学(CARS)	6-38
4.1 CARS的基本理论	6-39
4.2 CARS的实验装置	6-43
4.3 CARS和正规喇曼散射的比较和关于CARS 的一些实验研究结果	6-46

本章参考文献

晶体的宏观对称性，张量及其变换。

在非线形光学中，介质的非线形极化张量是一个高阶张量，而且和介质的宏观对称性有密切的关系。为了使读者能较为顺利地阅读以后各章节的内容，本章将比较系统地介绍高阶张量的概念和它的运算规律，坐标变换关系，介绍晶体的宏观对称性以及如何根据宏观对称性来约化各阶非线形极化张量。熟习这方面内容的读者，可略去此章。

§ 1. 晶体的宏观对称性一点群

本节只着重阐明 32 种晶族所属点群的宏观对称性，不去详细讨论点群的理论，也不去详细讨论晶体结构。对该方面有兴趣的读者可参阅其它文献。

1.1 晶体结构的周期性和对称性

晶体结构具有周期性和对称性。

周期性可将晶体分成一个个的最小结构单元，称之为基元。基元中可以只包括一个原子，也可以是由几个原子、分子和离子组成的集团，而整个晶体结构可以看成是由这种基元沿空间三个不同方向各按一定的周期平移重复排列而成。为反映这种结构上的空间周期性引入点阵概念。在晶体结构中用一个几何点来代表基元中心位置，这样做后，基元在空间周期性的排列就抽象成几何点在空间周期性地排列，将这些点的集合称为点阵，如图 1-1 所示。点阵的几何点称为结点或格点，通过结点作三个平行平面族或平行直线族将所有结点联结起来形成如图 1-1 所示的网格，整个点阵空间被分割成形状大小完全

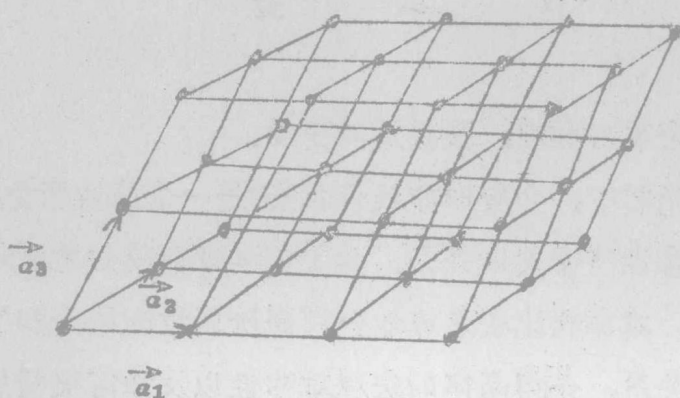


图 1 - 1

相同的平行六面体。而整个点阵可看成是由此最小的平行六面体沿三个不同方向重复排列而完。称这最小平行六面体为晶体结构的原胞，选某原胞的某顶点为原点，取原胞的三个边作矢量 \vec{a}_1 、 \vec{a}_2 、 \vec{a}_3 ，如

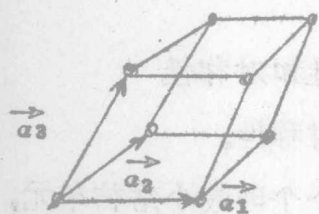


图 1 - 2

图 1 - 1 和图 1 - 2 中所示。 \vec{a}_1 、 \vec{a}_2 、 \vec{a}_3 称为基矢。原胞的形状和大小或基矢的取向和大小反映了晶体结构的周期性。

对称性：晶体结构具有像中心对称、镜面对称和旋转对称等等这一类的对称性。这种对称性会反映到晶体的宏观物理性质和外形上，称之为宏观对称性。从图 1 - 1 可以看出，若只要求原胞仅仅反映晶体结构的周期性，则对同一点阵，原胞的选法可以是各式各样的，

都能反映出晶体结构的周期性，但若要使所选择的原胞不仅能反映出晶体结构的周期性而且还能反映出它的对称性，原胞的选择就不能任意了，为简单起见，下面以二维晶格说明之。图1-3中是每个基元中只包括一个原子的二维晶格。从要求反映此二维晶体结构的周期性来看，选 \vec{a}_1, \vec{a}_2 作为基矢所决定的平面原胞和选 \vec{a}_1', \vec{a}_2'

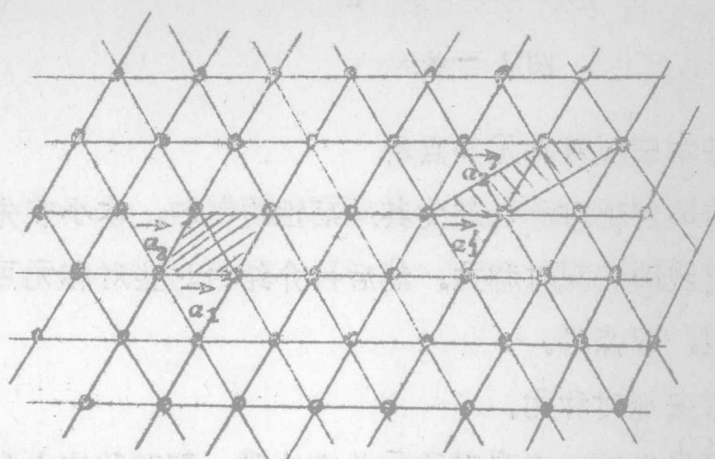


图1-3

作为基矢所决定的原胞都能反映它的周期性。但从图1-3可以明显地看出该二维晶格具有绕垂直于纸面的轴线旋转 60° 的旋转对称性。为使所选原胞既能反映此二维晶格的周期性又能反映出它的对称性，则只能选 \vec{a}_1, \vec{a}_2 所决定的二维晶胞。结晶学中规定所选的“结晶学原胞”既要反映晶体结构的周期性，又要反映结构上的宏观对称性。它不一定是最小的原胞，即除了平行六面体的顶点上有结点外，在六面体的体心、面心、底心上还可能出现格点。图1-4所示的是正交底心结晶学原胞，除顶点外在上下底面中心还有结点，在习惯上结晶学原胞的基矢用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 表示。结晶学基矢 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的

方向就是晶体晶轴的方向，长度就是晶格常数。

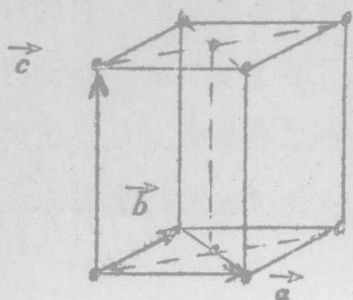


图 1 - 4

1.2 基本宏观对称元和点群

晶体结构的宏观对称性是受其周期性制约的，本小节先介绍晶体结构中可能出现的宏观对称元。然后再介绍由这些对称元可能组成的宏观对称类型，即点群。

(一) 基本宏观对称元。

晶体中可能出现的宏观对称元共有八种，即对称中心（反演中心）、对称面、一重、二重、三重、四重、六重旋转对称轴和四重旋转反演轴。现分述如下：

(1) 对称中心($\bar{1}$)和对称面(m) 若晶体结构具有这样的对称性，取某一结点作为原点 O ，将所有其它粒子的位置由位矢 \vec{r} 的端点变成 $-\vec{r}$ 的端点。即将所有其它粒子位置对 O 进行中心反演。若中心反演后晶体结构能自身重合。这时称晶体结构具有对称中心或反演中心。从图 1 - 1 乍看似乎所有晶体结构都具有对称中心。其实不然，这只是在基元中只包括一个原子，而这个原子又是球面对称时才是这样，若基元是由两个以上原子、分子、离子组成的集团，而这个集团本身又不是球面对称的，中心反演后自身并不能重合，这时晶

体结构并不具有对称中心。图 1-5 中以每基元中包括两个原子的二

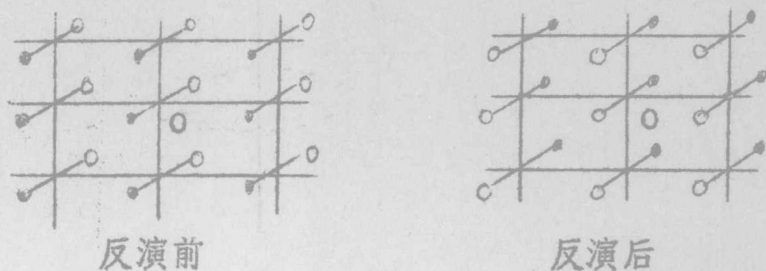


图 1-5

维晶格为例表明了这种情况。对称中心用符号 $\bar{1}$ 表示。

若晶体结构中可以找到一个平面，将晶体结构所有粒子位置对此平面作镜像投射变换，如图 1-6 所示，若变换后晶体结构能自身重合者，则此晶体结构具有对称面。对称面用符号 m 表示。

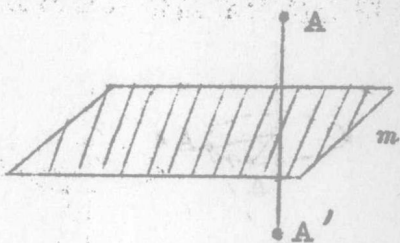


图 1-6

(2) P 重旋转对称轴(P): P 重旋转对称轴是反映晶体结构的这样一种对称性，即使整个晶格绕沿某方向的轴线旋转 $(2\pi/P)$ 角度后晶格又自身重合，称此轴线为 P 重旋转对称轴，用符号 P 表示之。从理论上可以证明：由于受晶格周期性限制 P 只能取下列数值，即

$$P = 1, 2, 3, 4, 6,$$

也就是说在晶体结构的宏观对称性中，只可能出现一重、二重、三重、



图 1 - 7

四重、六重旋转对称轴，分别用符号 1、2、3、4、6 表示之。一重旋转对称轴旋转角度为 2π ，实际上相当没有旋转对称性。

(3) p 重旋转反演轴， (\bar{p}) ， p 重旋转反演轴代表晶体结构的这样一种对称性，即使晶格绕某方向轴线旋转 $(2\pi/p)$ 角度后再对轴线上某点 O 作中心反演后晶格又自身重合。如图 1 - 8 所示。

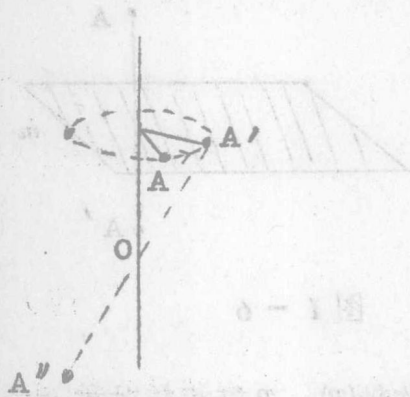


图 1 - 8

先将格点 A 绕轴线转过 $(2\pi/p)$ 角到达 A' ，再经过对轴线上某点 O 中心反演到 A'' 。 p 重旋转反演轴也只是一重、二重、三重、四重和六重旋转反演轴。但其中的一重、二重、三重、六重旋转反演轴都不是新的对称性元。只有四重旋转反演轴才代表一种新的宏观对称

性。现分析如下：

一重旋转反演轴由于转角为 2π ，它就是对称中心。二重旋转反演轴，由于旋转 π 角后再中心反演，相当于对通过 O 并和轴线垂直的对称面作镜面投射，如图1-9(a)所示，故相当于具有对称面 m 。三

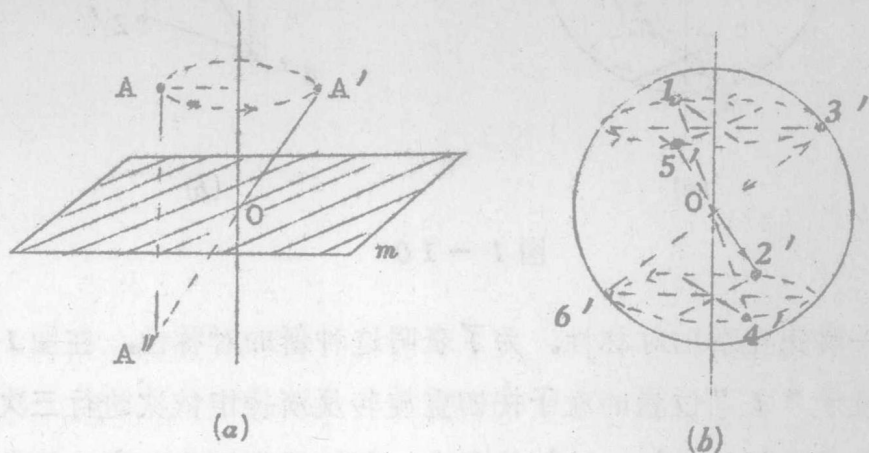


图 1-9

重旋转反演轴代表的对称性相当于晶体结构同时存在两个对称元一个是对称中心，另一个是和三重旋转轴反演轴平行的三重旋转轴，为了说明这一点，在图1-9(b)中，将位于“1”位置的粒子按三重旋转反演操作依次进行五次，它应分别位于图中“2'”、“3'”、“4'”、“5'”的位置再进行第六次对它返回原位，若该晶体结构具有三重旋转反演轴所代表的对称性，则1、2'、3'、4'、5'位置上都应该有相同的粒子，从这些粒子的位置可以看出这种晶体结构应该同时具有对称中心和三重旋转对称轴，故三重旋转反演轴相当于同时存在对称中心和三重旋转轴。六重旋转反演轴所代表的对称性相当于晶体结构同时具有一个和六重旋转反演轴平行的三重旋转轴和一个垂直于它的对称面，也不代表一种新的对称性。四重旋转反演轴

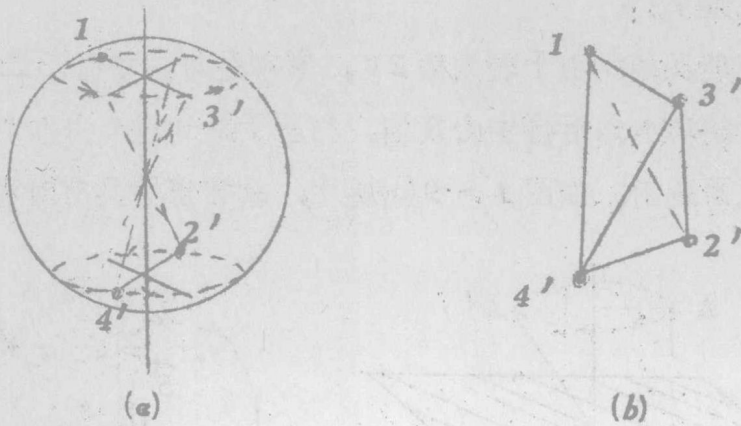


图 1-10

则代表一种完全新的对称性。为了表明这种新的对称性，在图 1-10 (a) 中将位于“1”位置的粒子按四重旋转反演操作依次进行三次，它应分别位于 2'、3'、4' 位置上，再进行第四次时它返回原位。故若该晶体结构具有四重旋转反演轴的对称性，则 1、2'、3'、4' 位置上都应该有相同的粒子，它代表的是一种四面体的对称性。如图 1-10 (b) 中所示，四重旋转反演轴用符号 $\bar{4}$ 表示。

表(一)中列出了八种基本宏观对称元的符号， $\bar{3}$ 和 $\bar{6}$ 虽然不是基本宏观对称元，但由于经常使用，故也列出在表(一)中。

表(一) 基本宏观对称元

国际符号	$\bar{1}$	m	1	2	3	4	6	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$
Schönflies 符号	i	σ	C_1	C_2	C_3	C_4	C_6	S_4	S_3	S_6
赤面投影图中符号		粗实线		↓	▲	◆	◆	↓	▲	◆
对应的对称操作符号	\hat{I}	$\hat{\sigma}$	\hat{E}	\hat{C}_2	\hat{C}_3	\hat{C}_4	\hat{C}_6	\hat{S}_4	\hat{S}_3	\hat{S}_6

(二) 晶体的宏观对称类型和点群。

现在讨论晶体结构中可能出现的宏观对称类型。晶体结构中的宏观对称性是指晶体结构中对晶体结构物理性质各向异性有影响的一种对称性。由于平移对各向异性不产生影响，在考虑可能出的宏观对称类型时，可以不管对称元在晶体结构中的相对位置，而将它们平移到一起通过一共同点。这一点在所有对称操作下是不变的。由此构成的对称类型称为宏观对称类型。每一种宏观对称类型中所有可能的对称操作的集合称为点群。在晶体结构中由上述八种基本宏观对称元组成的可能出现的宏观对称类型共有32种，相应的有32种点群，现分述如下：

(1) 回转群 C_p

这种宏观对称类型中只有一个对称元，即 p 重旋转轴 C_p 。共有 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 和 C_6 五种。在 C_p 回转群中包括

$$\hat{C}_p, \hat{C}_p^2, \hat{C}_p^3, \dots, \hat{C}_p^p = \hat{E}$$

p 个对称操作，组成一个 C_p 点群。

(2) 双面群 D_p

这种宏观对称类型中的对称元，包括一个 p 重旋转轴 C_p 和 p 个和 C_p 轴垂直，而且彼此夹角为 (π/p) 的二重旋转轴。共有 D_2 、 D_3 、 D_4 和 D_6 四类。图 1-11(a) 中表示的是 D_3 宏观对称类型中 C_3 轴和三个 C_2 轴的相对取向，(b) 中表示的是它的极射赤面投影图，^[3] 投影轴沿 C_3 轴方向；赤道平面和 C_3 轴垂直并通过对称元的交点。

D_3 宏观对称类型包括下列宏观对称操作：

绕 C_3 轴的宏观对称操作 $\hat{C}_3, \hat{C}_3^2, \hat{C}_3^3 = \hat{E}$

和绕三个 C_2 轴的宏观对称操作 $\hat{C}_2', \hat{C}_2'', \hat{C}_2'''$

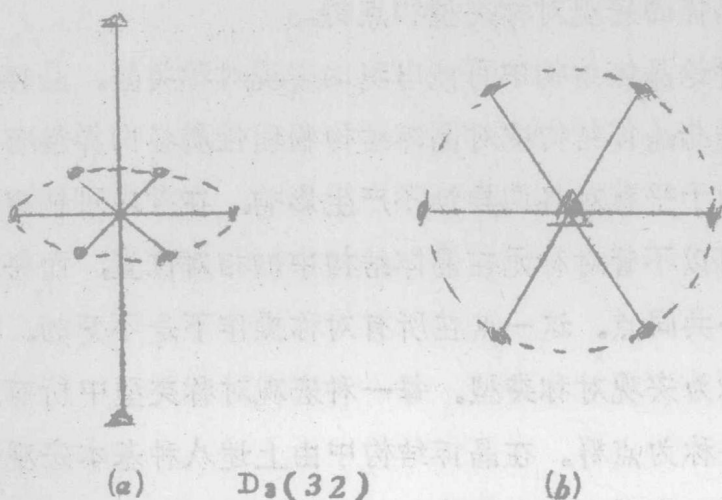


图 1-11

一共有六个宏观对称操作组成一个 D_3 点群。在这六个操作中，由于

$$\hat{C}_3^{-1} = \hat{C}_3^2$$

\hat{C}_3^{-1} 是 \hat{C}_3 的逆操作并可通过 C_2 轴使之重合故 \hat{C}_3^2 和 \hat{C}_3 属于同一类。此外由于通过 \hat{C}_2 操作可使三个二重旋转对称轴重合，故 \hat{C}_2' 、 \hat{C}_2'' 和 \hat{C}_2''' 也属于同一类。在表示中把同一类操作放在一起。只标出其中一个，并在前面标出该类操作的数目，这样 D_3 点群便可标成

$$D_3 : \hat{E}, 2\hat{C}_3, 3\hat{C}_2'$$

(3) C_{ph} 群

这种宏观对称类型比 C_p 宏观对称类型多一个和 C_p 轴垂直的对称面 σ_h ，如图 1-12 所示；共有下列

$$C_1h, C_2h, C_3h, C_4h, C_6h$$

五种。其中 C_1h 相当于只有一个对称元 σ_h ，一般用

$$C_s (= C_1h)$$

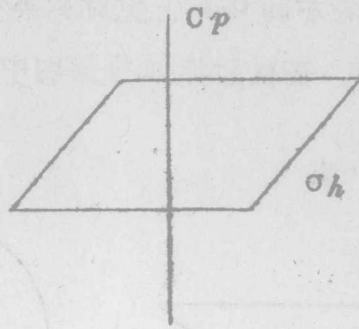


图 1-12

表示之， C_s 宏观对称类型中只包括两个对称操作， C_s 点群可标成

$$C_s: \hat{E} (= \hat{\sigma}^2) \hat{\sigma}$$

在 C_{ph} 宏观对称类型中，若 p 为偶数，由于

$$\hat{C}_p^{p/2} = \hat{C}_2$$

必然会存在对称中心，这是因为作 \hat{C}_2 对称操作后再作 $\hat{\sigma}_h$ 对称操作的结果相当于中心反演，如图 1-13 所示。故 C_{2h} ， C_{4h} ， C_{6h} 都存在

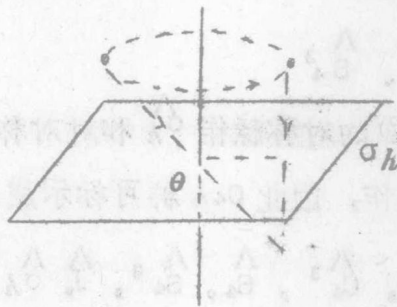


图 1-13

对称中心。 C_2 、 C_4 、 C_6 旋转对称轴同时又是 S_2 、 S_4 、 S_6 旋转反演