# 灌溉渠道的滲漏及其對灌區地下水動態的

單 行 本

張 蔚 榛 著

武漢水利學院學報編輯委員會

1957年10月

# 灌溉渠道的滲漏及其對灌區地下水動態的影響

張 蔚 榛

灌溉渠道的滲漏損失可以達到很大的數量。爲了推求各級渠道的流量及渠系有效利用係數，不論在設計上和管理上都需要正確的估計這一水量損失。渠道滲漏不僅降低灌溉用水的有效利用率，同時也將引起地下水位的上升。在管理不良的情况下可能招致灌區土地的沼澤化和鹽碱化。因此研究渠道在不同情况下的滲漏損失和渠道對附近地下水動態的影響就具有很大的實際意義。

根據蘇聯學者的研究①②渠道滲漏可以分成自由滲流及頂托滲流兩個階段。

自由滲流階段包括渠道放水後潤濕渠道下面土層的階段和渠道下面地下水峯上漲的階段。這種滲流多發生於地下水位較深的灌區，或是間歇工作並且流量較小的渠道，如斗渠、農渠或臨時渠道。在地下水位較高的灌區，這一階段延續極短。自由滲流情况下渠道滲漏損失及渠道附近地下水動態可根據現有方法進行計算②③，本文將不進行論述。

頂托滲流階段發生於地下水位較高的灌區或工作時段較長的大型渠道。渠道放水後滲流水與地下水銜接形成連續水流。滲流水量促進了地下水位的上升，而地下水又對滲流水加以頂托，減少滲流量。

灌區澆水根據用水計劃進行，渠道內水位隨時間不斷發生變化，渠道滲漏量及附近地下水位亦將隨時間而變化，因此本文將僅對頂托滲流情况下渠道不穩定滲漏問題進行討論。並將僅限於均勻土質及有限深度水平地下水不透水層的情况。

在頂托滲流情况下渠道滲漏除決定於土壤性質及水文地質等條件外，與渠道佈置形式有很大關係。本文目的即在於推求各種渠道佈置情况下，渠道滲漏損失及附近地下水位的計算公式。求得公式力求其物理意義明確，結構簡單，並適於工程計算的應用。

灌區渠道的佈置爲了符合機耕的要求往往採取規則方正的形式，如圖1所示，

根據圖1的典型渠道佈置的形式，可以採用以下幾種主要計算模型：

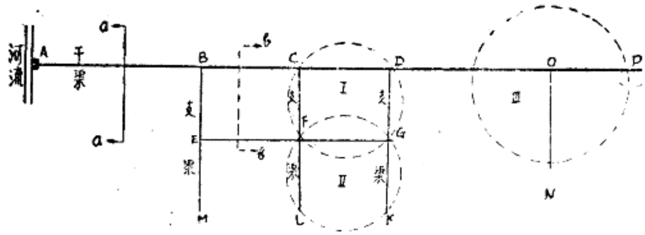


圖1

A） 兩度滲流問題（平面問題），如果渠段距其他垂直方向渠道、河流或溝道較遠，渠段滲流情況受到河流和渠道的影響甚少時，可作爲兩度滲流問題考慮，只截取單位渠長進行研究。平面問題主要可分爲以下幾種情况。

a） 渠道輸水段或渠段附近無其他渠道或河流的情況（圖2或圖1中斷面a—a）

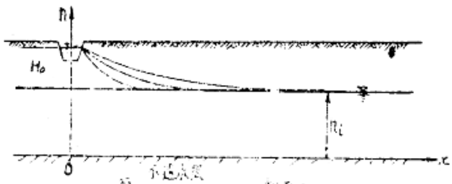


圖2 斷面 a-a

б） 渠道平行佈置的情況（圖3或圖1中斷面b—b）

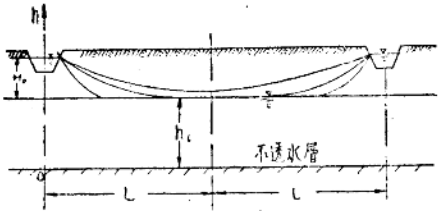


圖3 斷面б-б

в） 在渠道附近有河流或排水溝的情況（圖4）

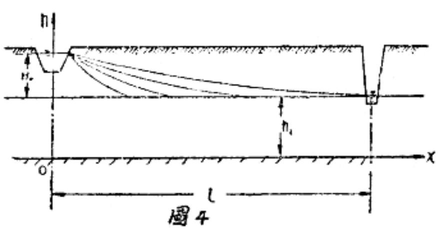


圖4

B）三度滲流問題（空間問題）在渠道交叉佈置的情況下，渠道附近滲流互相影響，往往不能作爲平面問題考慮。根據圖1中典型渠系佈置，渠道滲漏的主要計算模型可有以下幾種。

a）灌溉面積四週有渠道包圍的情況（圖5及圖1中Ⓘ）

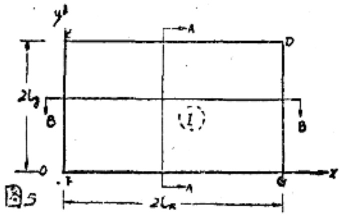


图5

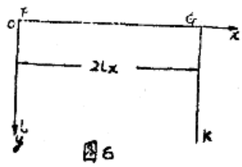


图6

б）灌溉面積三面受到渠道包圍的情況（圖6及圖1中Ⓘ）

в）灌溉面積兩側有渠道包圍的情況（圖7或圖1中Ⓘ）

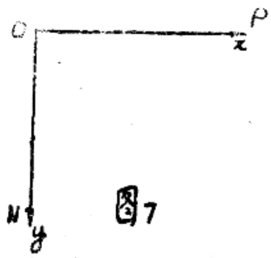


图7

以上問題將在下面分別進行探討。

Ⅰ）兩度滲流問題。蘇聯學者A.H.考斯加可夫①曾對渠道附近無其他渠道河流時不穩定滲漏問題進行研究。C.Φ.阿維梁諾夫②對各種渠道佈置情況下（圖2，3，4）進行了詳細的探討，在推導計算公式時，假定渠道中的水位在放水後突然上升Ho，然後保持這一水位。但渠道內水位根據用水計劃的規定，隨時間而變化。渠道內水位變化情況可用以下水位過程線表示。（圖8）

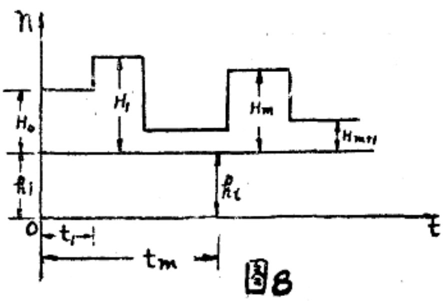


图8

圖中 $h_i$ 表示原有地下水位，Ho 爲放水後渠道內水位高出原有地下水位的高度。$H_m$ 爲在 $t>t_m$ 時渠道內水位高出原有地下水位的數值，$t_m$ 爲發生第"m"次水位變化的時間。

爲了求解便利計在任一時間 t 時渠道內水位 h 可用下式表示：

$$h=\sum_{0}^{m}(H_m-H_{m-1})\sigma_0(t-t_m)+h_i \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

式中 $\sigma_0(t-t_m)$ 爲赫威賽德單位函數；

當 $t<t_m$ 時，$\sigma_0(t-t_m)=0$，

$t>t_m$ 時，$\sigma_0(t-t_m)=1$。

亦即當 $t>t_m$ 時，$h=h_i+Ho+(H_1-H_0)+(H_2-H_1)\cdots\cdots$

$+(H_{m-1}-H_{m-2})+(H_m-H_{m-1})=H_m$。

不穩定流基本方程式可以採用簡化後的布奧尼斯克方程式：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

式中：h —— 地下水位；t —— 時間；

$a=\sqrt{\frac{khcp}{m}}$；k 土壤滲透係數；

$hcp$ 地下水平均深度；

$m$ 爲土壤自由孔隙率（或土壤內未飽和孔隙率）。

根據渠道內水位變化及在各種情況下的其他邊界條件，我們應用拉普拉斯算子演算的方法③⑥求得各種條件下計算灌區地下水位和渠道滲漏量（向兩側）的計算公式，如表1所示

表 1

| 計算項目 / 條件 | 地下水位 h | 渠道滲漏量 q |
|---|---|---|
| a 無其他渠道河流限制情況 | $h=h_i+\sum_{0}^{m}(H_n-H_{m-1})S_m$ | $2\sum_{0}^{m}khcp\frac{(H_m-H_{m-1})}{x_0}P_m$ |
| б 渠道平行佈設的情況 | $h=h_i+\sum_{0}^{m}(H_m-H_{m-1})(S'_m)$ | $2\sum_{0}^{m}khcp\frac{H_m-H_{m-1}}{L}(P'_m)$ |
| в 渠道附近有河流或排水溝的情況 | $h=h_i+\sum_{0}^{m}(H_m-H_{m-1})(S_m)$ | $2\sum_{0}^{m}khcp\frac{H_m-H_{m-1}}{L}(P_m)$ |

表中： $S_m = erfc\left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right)$　　$P_m = \frac{1}{\sqrt{\pi(\bar{t}-\bar{t}_m)}}$；

式中　$\bar{x} = \frac{x}{x_0}$；　$\bar{t} = \frac{t^2}{x_0^2}$；　$x_0$ 爲任一長度。

$$(S'_m) \equiv \sum_0^\infty (-1)^n erfc\left(\frac{2n+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right) - erfc\left(\frac{2n+2-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right);$$

$$(S_m) = \sum_0^\infty ertc\left(\frac{2n+\bar{x}}{\sqrt{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right) - erfc\left(\frac{2n+2-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right);$$

$$(P'_m) = \frac{1}{\sqrt{\pi(\bar{t}-\bar{t}_m)}}\left[1-2\sum_1^\infty (-1)^n e^{\frac{-n^2}{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right]$$

$$(P_m) = \frac{1}{\sqrt{\pi(\bar{t}-\bar{t}_m)}}\left[1+2\sum_1^\infty e^{-\frac{n^2}{\bar{t}-\bar{t}_m}}\right]$$

$$erfc(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_z^\infty e^{-u^2} eu$$

式中　$= \frac{x}{L}$，$\bar{t} = \frac{t}{\frac{L^2}{a^2}}$，$\bar{t}_m = \frac{t_m}{\frac{L^2}{a^2}}$。

$erf(z)$，$erfc(z)$ 曲線圖

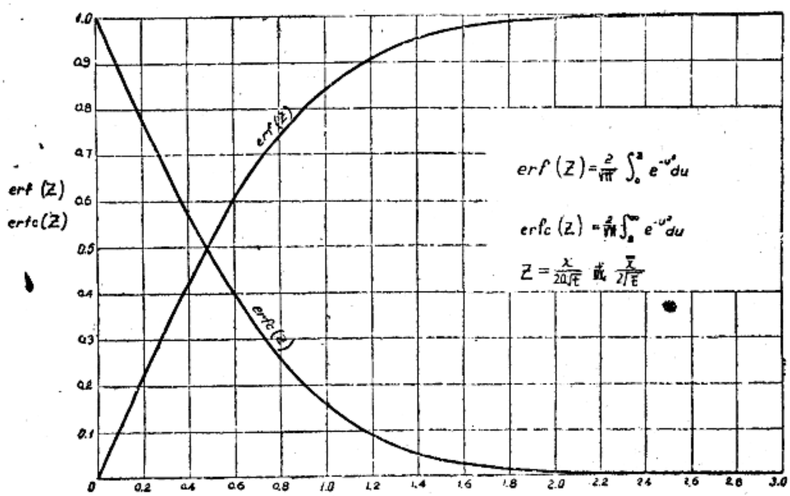



图9

系數 $(S')$ 曲線圖

$$(S') = \sum_0^\infty (-1)^n erfc\left(\frac{2n+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right) - erfc\left(\frac{2n+2-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)$$

或　$$(S') = 1 - \sum_1^\infty \frac{2\cos(1-\bar{x})\frac{(2n-1)\pi}{2}}{\frac{(2n-1)}{2}\pi} e^{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 \bar{t}}$$

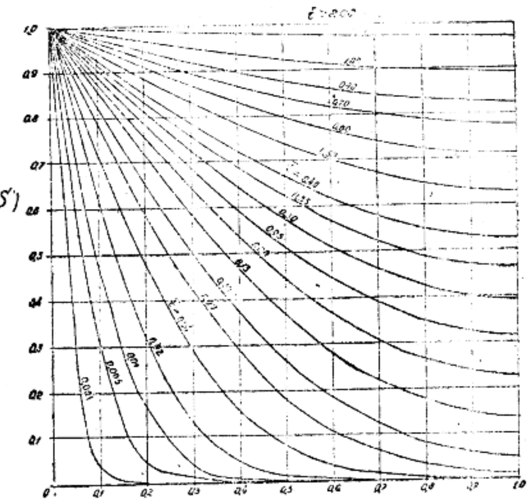


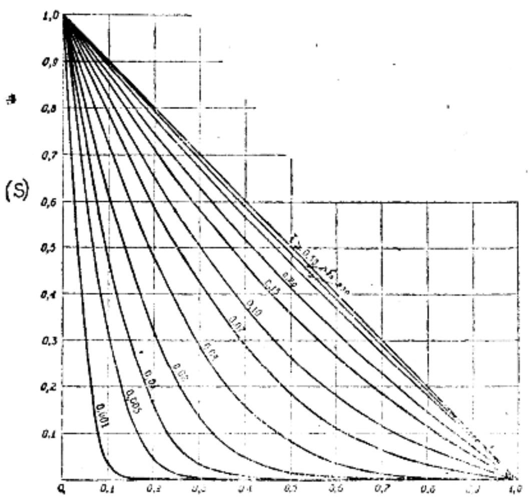

图10　$\bar{x}=\frac{x}{L}$

系數(S)曲線圖

$$(S)=\sum_{0}^{\infty} erfc\left(\frac{2n+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)-erfc\left(\frac{2n+2-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right),$$

或 $$(S)=(1-\bar{x})+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{2\sin n\pi(1-\bar{x})}{n\pi}e^{-n^{2}\pi^{2}\bar{t}},$$

$$erfc(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{z}^{\infty}e^{-u^{2}}du.$$




Paccmoяние - $\bar{x}$　图11

$P$,$(p')$,$(p)$,$(G_0')$曲線圖

當　$\bar{t}<0，15$　$(P')=(P)=p=\frac{1}{\sqrt{\pi\bar{t}}}$

$\bar{t}>0.6$　$(P)=1$

$\bar{t}>2.0$　$(P')\doteqdot 0$

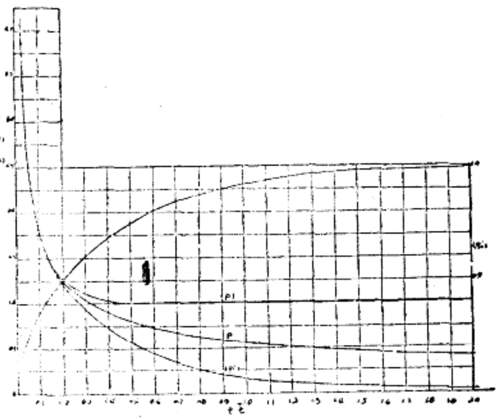


圖 12

$S$,$(S')$,$(S)$ 代表渠道內水位變化對附近地下水位的影響係數。只須將渠道內水位變化數值，乘以係數，卽可得地下水位的變化。$P$,$(P')$,$(P)$ 代表渠道滲漏在不穩定滲流時的修正係數。只須將渠道穩定滲漏損失（例如：$2khcp\frac{H}{L}$）乘以係數卽可得不穩定滲流時的滲漏流量。係數 $S$,$(S')$,$(S)$,$(P')$,$(P)$,$P$ 爲相對距離 $\bar{x}$（或 $\bar{\bar{x}}$），相對時間 $\bar{t}$ 的函數。爲了計算簡便計我們已將其制成曲線圖（圖 9，10，11，12）。

當渠道內只有一次水位上升 $H_0$ 時，表 1 中公式可以簡化如表 2，

表　2

| 項目 / 條件 | 地 下 水 位 h | 渠 道 滲 漏 量 q |
|---|---|---|
| a | $h=h_1+H_0S$ | $2kh_{cp}\frac{H_0}{x_0}$, $P$ |
| б | $h=h_1+H_0(S')$ | $2kh_{cp}\frac{H_0}{L}$, $(P')$ |
| в | $h=h_1+H_0(S)$ | $2kh_{cp}\frac{H_0}{L}$, $(P)$ |

表 2 中公式與 C, Φ 阿維梁諾夫導出公式②是相同的。表 1 中公式也可以根據 C, Φ 阿維梁諾夫公式用水流疊加的方法求得。

計算例題. 兩渠道平行佈置如圖 13 所示。渠道放水前地下深 $h_1=40$ 公尺，土壤自由孔隙率 $m=0,1$，滲透係數 $k=2,1$ 公尺/日，放水後渠道內水位較原地下水位高出 3 公尺。工作 60 日後停水，渠道內水位下降 2 公尺（至渠底）。求地下水位及渠道滲漏量在時間上的變化。

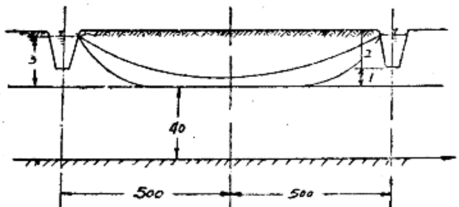



图 13

首先求出 $a=\sqrt{\frac{khcp}{m}}=\sqrt{\frac{2,1\times 40}{0\cdot 1}}=29$，

$$\bar{t}=\frac{t}{\frac{L^2}{a^2}}=\frac{t}{300};\quad \bar{x}=\frac{x}{500}$$

a) 地下水位 計算公式：$h=h_1+\sum_0^m (H_m-H_{m-1})(S'_m)$

當 $0<t<60$ 時；$h=h_1+H_0(S')$；

當 $t>60$ 日時， $h=h_1+H_0(S')+(H_1-H_0)(S_1')$。

求 放水 30 日後，在距渠道 100 公尺處水位。

當 $t=30$，$x=100$，$\bar{t}=0.1$，$\bar{x}=0.2$，

自圖 10 查得$(S')=0.66$，$h=40+3\times 0.66=41.98$ 公尺

當 $t=90$ 時，$t_1=60$， $x=100$；

$\bar{t}=0.3$，$\bar{t}_1=0.2$， $\bar{x}=0.2$

$h=40+3(S')-2(S'_1)$

當 $\bar{x}=0.2$，$\bar{t}=0.3$ 時，自圖 10 查得$(S')_{\bar{x},\bar{t}}=(S')_{0.2,0.3}=0.82$

$\bar{x}=0.2$，$\bar{t}_1=0.2$ 時，$(S'_1)=0.76$

$h=40+2.46-1.52=40.94$ 公尺，

同樣作法可得出不同時間水位如下。　　　　表　3

| $x$(公尺) \ $t$(日) | 0 | 100 | 100 | 200 | 300 | 400 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 43.0 | 41.98 | 41.11 | 40.58 | 40.24 | 40.15 |
| 60 | 43.0 | 42.28 | 41.59 | 41.11 | 40.81 | 40.66 |
| 90 | 41.0 | 41.11 | 41.18 | 41.15 | 41.08 | 41.13 |
| 120 | 41.0 | 41.06 | 41.08 | 41.10 | 41.11 | 41.13 |

б)　渠道滲漏量，當 $t<60$ 日時計算公式：

$$q=2khcp\frac{H_o}{L}(P')=2\times2.1\times40\times\frac{3}{500}(P')=(P')$$

當 $t>60$ 日時（卽停水以後）

$$q=2khcp\frac{H_o}{L}(P')+2khcp\frac{H_1-H_o}{L}(P'_1).$$

式中 $H_1=1$，$H_o=3$，$H_1-H_o=-2$

故　$$q=(P')-2\times2;1\times40\times\frac{2}{500}(P'_1)$$

求出滲漏量結果列表 4

表　4

| $t$（日） | 3 | 6 | 12 | 30 | 60 | 63 | 66 | 72 | 90 | 120 | 150 | 180 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| q 公方/日 | 5.64 | 4.0 | 2.83 | 1.8 | 1.25 | -2.56 | -1.48 | -1.03 | -0.25 | -0.08 | -0.06 | -0.05 |

如果地下水無良好出流，在渠道停水以後，渠底低於附近地下水位（表 3），則渠道可以有排水作用，卽滲漏量爲負値（表 4）。

Ⅱ. 三度滲流問題　在現有文獻中渠道的滲漏損失都是根據兩度滲流公式進行計算。由於渠道的相互影響，這種計算在許多情況下是不夠精確的。因此本文將根據一般常見的渠系佈置情况，推求計算公式。

在有限含水層，均勻土質及在水位變化與原有水深相較變化不大的情况下，水流基本方程式（不穩定滲流）可以采用簡化後的布與尼斯克方程式：

$$a^2\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial h}{\partial t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

式中 $h, x, y, a, t$ 所代表符號同前。

在一般情況下（3）式可以根據開始條件及邊界條件求解，得到地下水深的方程式，但方程式將包含一系列無窮級數，應用異常復雜，物理意義亦往往不明顯，不能爲工程計算應用。本文探討將只限於可以得到簡單解法，並可以利用（Ⅰ）中圖表進行計算的問題。

在導熱學文獻中④⑤指出線性拋物線型方程式（3）的解法在以下條件下，可以寫成兩個平面問題（兩度滲流問題）解法乘積的形式：

1）開始條件：當 $t=0$ 時

$$h(x,y,0)=h_1(x,0).h_2(y,0) \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

即在開始水位變化以前地下水深的方程式爲兩個獨立變數 $x, y$ 單獨函數乘積，$h(x,y,0)=$常數爲（4）之一特例。

2）邊界條件：

$$\text{當 } t>o,\ x=x_1 \text{ 時 } \alpha_1\frac{\partial h}{\partial x}-\beta_1 h=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$\text{當 } x=x_2 \text{ 時 } \alpha_2\frac{\partial h}{\partial x}+\beta_2 h=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\text{當 } y=y_1 \text{ 時 } \alpha_3\frac{\partial h}{\partial y}-\beta_3 h=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\text{當 } y=y_2 \text{ 時 } \alpha_4\frac{\partial h}{\partial y}+\beta_4 h=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

（5）（6）（7）（8）式表明：

當 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 爲 0時 $h=0$ 亦即當水位爲 0 時（即水位保持不上升的情況）；

當 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 爲 0 時 $\frac{\partial h}{\partial x}$，$\frac{\partial h}{\partial y}=0$ 亦即當流量爲 0 的情況或地下水受岩石層阻礙或水流對稱的情況。

在以上的條件下，方程式（3）的解法可以寫成以下的形式：

$$h(x,y,t)=h(x,t).\ h(y,t) \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

式中 $h(x,t)$；$h(y,t)$ 分別代表兩度滲流時方程式

$$a^2\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=\frac{\partial h}{\partial t} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$a^2\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}=\frac{\partial h}{\partial t}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2')$$

的解法。

以下將根據上述原則，推求在常見渠系佈置情況下的計算公式。

A）灌溉面積的四周有渠道包圍的情況（圖 5），

在渠道放水前地下水面爲 $h(x,y,0)$，放水後各渠道內水位高出原地下水位 $H_o$。在求解方程式(3)時採用放水前地下水面爲一平面 $h_i$，如原地下水面 $h(x,y,0)$ 不是平面，而是任一可以寫成(4)式形式的地下水面時，則可以用水流疊加的方法加以修正[3][6]。

求解(3)式有以下條件：

開始條件： 當 $t=0$ 時 $h(x,y,0)=h_i\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$

邊界條件： 當 $t>0$

$x=0$ 時， $h(0,y,t)=h_i+H_o\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$

$x=2L_x$ 時， $h(2L_x,y,t)=h_i+H_o\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$

$y=0$ 時， $h(x,0,t)=h_i+H_o\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$

$y=2L_y$ 時， $h(x,2L_y,t)=h_i+H_o\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$

圖 5 中截面 $A—A$ 表示 $y$ 方向的平面問題（圖 14 $a$）

截面 $B—B$ 表示 $x$ 方向的平面問題（圖 14 $b$）

設 $u=h-(h_i+H_o)\cdots\cdots(15)$

$$a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=\frac{\partial u}{\partial t}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3')$$

其開始條件爲：

當 $t=0$ 時 $u(x,y,0)=-H_o\cdots\cdots\cdots\cdots(10')$

當 $t>0$，$x=0$ 時，$u(0,y,t)=0\cdots\cdots\cdots\cdots(11')$

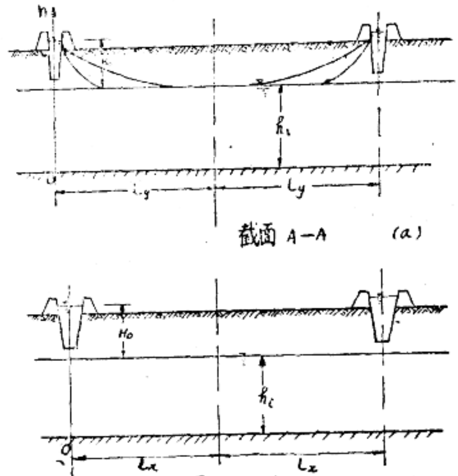



图14. 截面 B—B (b)

$$y=0\text{ 時}，\quad u(x,0,t)=0 \cdots\cdots (12')$$

$$x=2L_x\text{ 時}，\quad u(2L_x,y,t)=0 \cdots\cdots (13')$$

$$y=2L_y\text{ 時}，\quad u(x,2L_y,t)=0 \cdots\cdots (14')$$

$(10')$，$(11')$，$(12')$，$(13')$，$(14')$ 滿足上節中所提出的可以求得簡單解法（用平面問題解法的乘積表示的解法）的條件，故以下將根據（9）式推求本問題的解法。

截面 $A-A$ 所示地下水流以 $y=L_y$ 線爲對稱，當 $H_o=1$ 時

根據表2其解法爲：$h(y,t)=h_1+(S'_y)$

將(15)式代入後得：

$$u(y,t)=1-(s'_y) \cdots\cdots (16)$$

式中 $(S'_y)$ 爲 $\bar{y}$，$\bar{t}$ 的函數，$\bar{y}=\dfrac{y}{L_y}$，$\bar{t}_y=\dfrac{t}{\dfrac{L^2_y}{a^2}}$。

截面 $B-B$ 所示的地下水流以 $x=L_x$ 爲對稱，當 $H_o=1$ 時其解法爲：

$$u(x,t)=1-(h_y') \cdots\cdots (17)$$

$$(S'_x)\text{ 爲 }\bar{x}=\frac{x}{L_x}，\quad \bar{t}=\frac{t}{\dfrac{L^2_x}{a^2}}\text{ 的函數。}$$

根據（9）式本問題的解法應爲：

$$u(x,y,t)=-H_o\Big[1-(S'_y)\Big]\Big[1-(S'_x)\Big] \cdots\cdots (18)$$

將(15)代入(18)式求得地下水面方程式爲：

$$h(x,y,t)=h_1+H_o\{1-[1-(S_y')][1-(S_x')]\} \cdots\cdots (19)$$

$$\text{或 } h(x,y,t)=h_1+H_o(S_y')+H_o(S_x')-H_o(S_x')(S_y') \cdots\cdots (19)$$

當 $\bar{t}_y$ 較小，或 $\bar{y}$ 較大時 $1-(S_y')=1$，$h(x,y,t)=h_1+H_o(S_x')$

卽表示 $y$ 方向渠道對所研究地段地下水位無影響。

渠道滲漏損失。渠道向兩側的滲漏流量 $q_y=2kh_{cp}\left(\dfrac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0}$；

或 $q_x=-2kh_{cp}\left(\dfrac{\partial h}{\partial y}\right)_{y=0}$。

將(19)式微分求得 $\dfrac{\partial h}{\partial x}$，$\dfrac{\partial h}{\partial y}$ 後可得：

$$q_x=2khcp\frac{H_o}{L_x}(P'_x)[1-(S'_y)] \cdots\cdots (20)$$

$$q_y=2khcp\frac{H_0}{L_y}(P_y')[1-(S'_x)]\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

式中 $(P_x')$ $(P_y')$ 各爲 $\bar{l}_x$ $\bar{l}_y$ 的函數，可自圖 12 查得。$\bar{l}_x$，$\bar{l}_y$ 代表符號同前。

(20)(21)式中 $2khcp\frac{H_0}{L_x}(P'_x)$，$2khcp\frac{H}{L_y}(P'_y)$ 各爲平面問題時渠道滲漏的計算公式，$[1-(S_y')]$，$[1-(S'_x)]$ 分別表示 $y,x$ 方向渠道對 $x,y$ 方向渠道滲漏的影響係數，(20)(21)的物理意義是明確的。

如果渠道內水位按照（1）式隨時間而變化，只須將以上各式中 $H_0$ 代以 $\Sigma^m{}_0(H_m-H_{m-1})$，係數$(S')$，$(P')$ 代之以 $(S'_m)$，$(P'_m)$ 即可得計算水位變化情況下地下水位及渠過滲漏的公式。

在空間問題情況下在渠長上各點的滲漏量變化很大，爲了便於計算，茲求出渠道在 $L_x$ 或 $L_y$ 段的渠長上在時間 $t$ 時的平均滲漏損失 $\bar{q}$。

$$\bar{q}_x=\int_0^1 q_x d\bar{y}=[2khcp\frac{H_0}{L_x}(p'_x)]\int_0^1[1-(S'_y)]d\bar{y}$$

$$=p_{x平}[1-(G'_y)]\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

$$\bar{q}_y=q_{y平}[1-(G'_x)]\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

式中 $q_{x平}=2khcp\frac{H_0}{L_x}(P_x')$，$q_{y平}=2khcp\frac{H_0}{L_y}(P'_y)$分別代表 $y,x$ 方向渠道平面問題時滲漏流量。

$(G')$之值可自曲線圖（圖 12）查得。

B）灌溉面積三側有渠道包圍的情況（圖 6）

當灌溉面積在 $x$ 方向無其他大型渠道限制的情況，亦即當 $A$）中 $L_x=\infty$ 時的情況，爲(A)的一個特例。將 $L_x=\infty$ 代入上節所求得的公式，經化簡後可得:

$$h(x,y,t)=h_i+H_0\{1-[1-(S_y')][1-S_x]\}\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

$$q_x=2khp\frac{H_0}{x_0}\cdot P_x\cdot[1-(S_y')]=q_{x平}[1-(S'_y)]\cdots\cdots(25)$$

$$q_y=2kcp\frac{H_0}{L_y}(P_y')[1-S_x]=q_{y平}[1-S_x]\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

$$\bar{q}_x=q_{x平}[1-(G_y')]\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

式中 $S_x = erfc\dfrac{x}{2a\sqrt{t}}$,

$P_x = \dfrac{1}{\sqrt{\pi\,\bar{\bar{t}}_x}}$,

式中 $\bar{\bar{t}}_x = \dfrac{t}{\dfrac{x_0^2}{a^2}}$, $x_0$ 爲任一長度，如採用 $x_0 = L_y$, 則 $P_x = \dfrac{1}{\sqrt{\pi\,\bar{\bar{t}}_y}}$。

其他符號同前。

C）灌溉面積兩側有渠道包圍的情況（圖 7 ）

在這種情況下 A)節各式中的 $L_x = \infty$, $L_y = \infty$, 將 $L_x = \infty$, $L_y = \infty$ 代入 A)節中各式經化簡後可得:

$$h(x,y,t) = h_1 + H_0\{(1-S_y)(1-S_x)\} \cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

$$q_x = 2khcp\frac{H_0}{x_0} \cdot P_x \cdot (1-S_y) \cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

$$q_y = 2khcp\frac{H_0}{y_0} \cdot P_y \cdot (1-S_x) \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

式中 $S_y = erfc\dfrac{y}{2a\sqrt{t}}$, $P_y = \dfrac{1}{\sqrt{\pi\,\bar{\bar{t}}_y}}$,

$\bar{\bar{t}}_y = \dfrac{t}{\dfrac{y_0^2}{a^2}}$, 其他符號同前。

**計算例題。** 求在下圖所示各種情況下灌溉面積上地下水位及渠道的滲漏量在時間上的變化。

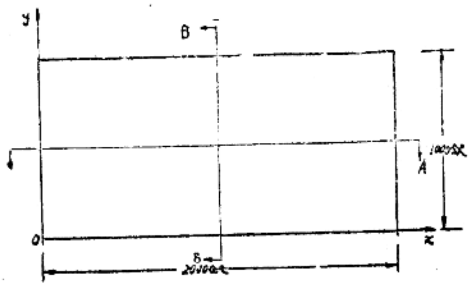



圖 15

渠系放水前地下水深（至不透水層深度）$h_1 = 40$ 公尺；土壤自由孔隙率爲 0.10; 滲透係數 $K = 2.1$公尺/日；放水後渠道內水位高出原有地下水面 4 公尺。

$a$)灌溉面積四周有渠系包圍時。

地下水位計算應採用公式(11)。

當放水150日後求 $x=200$ 公尺，$y=400$公尺處地下水位。

首先求出 $a=\sqrt{\frac{kh_{cp}}{m}}$ 之値。式中 $k=2.1$ 公尺/日，$hcp$ 爲平均水深因水深增加不大可採用原水深，卽 $hcp=40$（其誤差不大）。$m=0.1$

$$a=\sqrt{\frac{2.1\times 40}{0.1}}=29$$

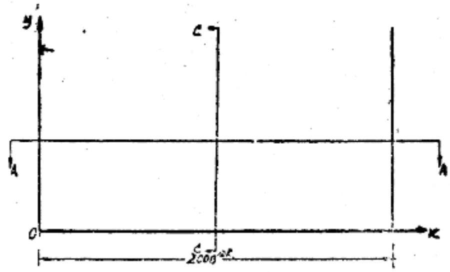
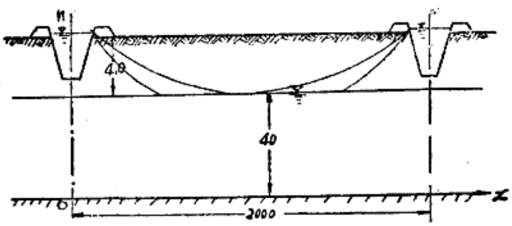



圖 15

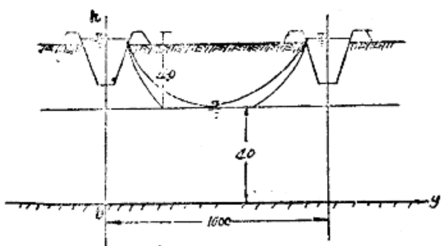



斷面 A—A 圖15

$$t=150\ 日，\bar{t}_y=\frac{t}{\frac{L_y^2}{a}}=\frac{150}{\frac{500^2}{839}}=0.5$$

$$\bar{t}_x=\frac{t}{\frac{L_x^2}{a^2}}=\frac{150}{\frac{1000^2}{839}}=0.125$$

$$\bar{x}=\frac{x}{L_x}=\frac{200}{1000}=0.2$$




斷面 B—B

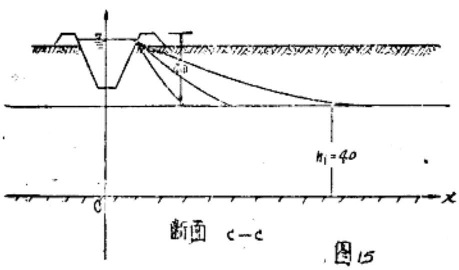
$$\bar{y}=\frac{y}{L_y}=\frac{200}{500}=0.8$$

自圖 10 查得 $\bar{x}=0.2$，

$\bar{t}_x=0.125$ 時　$(S'_x)=0.685$，

$1-(S'_x)=0.315$

$\bar{y}=0.8$，$\bar{t}_y=0.5$ 時




斷面 C—C

圖15

$(S_y')=0.648$，$1-(S_y')=0.352$，代入公式(11)得

$$h=40+4\{1-0.352\times 0.315\}$$

$$=40+4\{1-0.111\}=40.55\ 公尺$$

同樣作法求得　$t=150$ 日，$t=60$ 時各點水位（表 5）

表 五

| $y$ \ $x$ | 50 | 100 | 200 | 400 | 600 | 800 | 1000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t=60$ 日 | | | | | | | |
| 50 | 43.93 | 43.86 | 43.76 | 43.60 | 43.53 | 43.50 | 43.50 |
| 100 | 43.86 | 43.74 | 43.55 | 43.24 | 43.10 | 43.04 | 43.04 |
| 200 | 43.74 | 43.49 | 43.14 | 42.53 | 43.27 | 42.16 | 42.16 |
| 300 | 43.64 | 43.31 | 42.41 | 41.97 | 41.61 | 41.46 | 41.46 |
| 500 | 43.56 | 43.16 | 42.55 | 41.52 | 41.09 | 40.90 | 40.90 |
| $t=150$ 日 | | | | | | | |
| 50 | 43.98 | 43.98 | 43.93 | 43.86 | 43.82 | 43.80 | 43.79 |
| 150 | 43.95 | 43.90 | 43.80 | 43.61 | 43.48 | 43.42 | 43.39 |
| 250 | 43.92 | 43.83 | 43.67 | 43.40 | 43.20 | 43.07 | 43.05 |
| 400 | 43.89 | 43.77 | 43.55 | 43.19 | 42.92 | 42.77 | 42.72 |
| 500 | 43.88 | 43.76 | 43.53 | 43.14 | 42.86 | 41.70 | 42.65 |

**渠道滲漏量：** 應用公式 $q_x=2khcp\dfrac{H_0}{L_x}(P')[1-(S'_y)]$

$$q_x=0.672(P')[1-(S'_y)]$$

求放水後 60 日時，在 $y=100$ 公尺處渠道滲漏量。

當 $t=60$ 日時，$\bar{t}_y=0.20$，$\bar{t}_x=0.05$；$y=100$，$\bar{y}=\dfrac{100}{500}=0.2$；

自圖(10)，(12)查得 $\bar{t}_x=0.05$ 時 $(P'_x)=2.52$

$\bar{t}_y=0.2$，$\bar{y}=0.2$ 時，$1-(S'_y)=0.24$

$q_x=0.672\times2.52\times0.24=0.39$ 公方/日/每公尺渠長

同樣方法可出其他各時間 $y$ 方向渠道上各點的滲漏量 表 6。