

数 学

电类第二册

清 华 大 学

1975. 5.

恩 格 斯 语 录

纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。这些材料以极度抽象的形式出现，这只能在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。

变数的数学——其中最重要的部分是微积分——本质上不外是辩证法在数学方面的运用。

毛主席语录

思想上政治上的路线正确与否是决定一切的。

辩证唯物论的认识论把实践提到第一的地位，认为人的认识一点也不能离开实践，排斥一切否认实践重要性、使认识离开实践的错误理论。

事物矛盾的法则，即对立统一的法则，是自然和社会的根本法则，因而也是思维的根本法则。

说 明

在批林批孔运动和无产阶级教育革命大好形势推动下,为了适应开门办学的需要,我们为电子、电力、自动化、工物等系及四川分校的有关电类专业,编写了这本通用参考教材。编写过程中,我们在工人阶级领导下,与校内外工人师傅、广大工农兵学员以及有关课程的教师,一起总结了这几年教育革命过程中关于数学课程改革的经验,讨论了电类专业对数学的基本要求,通过这些总结和讨论我们认识到:教材改革“最重要的确是课程的思想政治方向”(《列宁全集》16卷第438页),要不断地批判渗透在旧教材中的唯心论的先验论,“上智下愚”、“生而知之”的天才论和英雄史观。为了彻底批判“基础课——技术基础课——专业课”这个传统的“老三段”的资产阶级教学体系,数学教学必须紧密地与实践相结合,在典型产品、典型任务的带动下,与其它课程互相配合,打破课程之间的界限,在实践中学、实践中用,做到学用结合,学以致用。按照这样的认识,在这套教材中,我们力求打破初等数学与高等数学的界限,数学与电工学、电子学等课程的界限,把代数、三角、几何、解析几何、微积分等基本内容与电工、电子、物理、力学的有关内容结合起来。

全书共分三册。第一册的第一章(第一、二节)第三、五、六章,主要是结合直流电路计算、电容充放电的规律、晶体管的特性曲线和工作点等,讲述代数、函数、方程与曲线的基本内容。第一章的第三节及第二章主要是结合机械和力学问题讲述几何图形的基本性质,直角三角形的边角计算——锐角三角函数及向量的概念和几何加减法。第四章讲根式、因式分解、二次方程的解法。

第二册是以交流电的基本概念、交流电路中电容、电感的基本特性,电阻、电容、电感串联电路的计算及交流电路和整流电路中关于平均值有效值和功率计算为主要背景,讲述任意角三角函数、三角恒等式及微积分的主要内容。因此我们把第二册叫做:三角函数、微积分及交流电路的计算基础。

第三册主要是结合过渡过程及非正弦量的分析讲述微分方程和三角级数。这一册教材是七二届教材的再版(未经修改)。

为了落实毛主席关于“要自学”的指示,我们对基本内容基本规律的讲述比较详细,并适当地配置了一些练习题。

由于,我们对毛主席的教育革命思想学得不好,领会不深,对各个专业在开门办学中所取得的丰富经验未能很好地总结和吸收,所以本书离“教材要彻底改革”的要求差距很大。在参考使用这套教材时,希望有关专业根据实际情况,对教材内容的取舍,安排加以调整补充和修改。

我们相信,在工人阶级领导下,在广大工农兵的直接参加下,在各个专业的共同努力下,经过一段时期的实践,一定能够编写出适合于开门办学受工农兵欢迎的教材。

《电类数学》教材编写组

一九七四年八月

目 录

第一章 任意角三角函数及正弦交流电	1
第一节 什么是交流电	1
第二节 任意角的正弦函数	5
一、任意角正弦函数的定义	6
二、任意角正弦函数的值	9
三、正弦函数的图象(正弦波)	17
第三节 正弦交流电与正弦波	18
一、正弦交流电的频率和周期	19
二、正弦交流电的相位、初相角及相位差	21
第四节 其它任意角三角函数	26
一、任意角余弦、正切、余切函数的定义	26
二、任意角三角函数的值——诱导公式	29
三、余弦、正切函数的图象	35
第五节 反三角函数	38
一、反正弦函数	38
二、反余弦、反正切函数	42
第二章 三角恒等式	49
第一节 和(差)角公式	50
一、正弦的和角公式	50
二、正弦的差角及余弦、正切的和(差)角公式	62
第二节 同频率正弦波的叠加	57
一、利用和角公式作同频率正弦波叠加	57
二、正弦波的矢量(向量)表示法	63
三、同频率正弦波叠加的矢量法	65
第三节 倍角公式、半角公式	70
一、倍角公式	70
二、半角公式	73
三、正弦交流电的有效值	74
四、利用三角公式证明三角恒等式和化简三角式子	78
第四节 积化和差与和差化积	82
一、积化和差公式	82
二、和差化积公式	86

第三章 微积分的基本分析方法	89
第一节 微积分的基本分析方法	90
一、变速运动的瞬时速度	90
二、曲边形面积	92
三、小结	95
第二节 函数的极限	96
一、极限概念	97
二、求极限的基本方法	97
三、两个重要极限	99
四、无穷小量与 $\frac{0}{0}$ 的极限	101
第四章 函数的变化率(导数)及 R 、 L 、 C 串联电路的计算	104
第一节 实践中的变化率问题	104
一、速度问题	105
二、电流问题——电容器两端电压与电流关系	106
第二节 变化率概念(即导数概念)	113
一、变化率(导数)的定义	114
二、变化率(导数)的几何意义	116
三、其它变化率问题	119
第三节 导数(变化率)的基本计算方法	123
一、几个基本函数的导数公式	123
二、导数运算的基本规律	128
三、最大最小值问题	142
第四节 简单交流电路的分析计算	148
一、三种基本电路	148
二、电阻——电感——电容串联电路的分析和计算	150
第五章 微分和积分	166
第一节 实践中的积分问题	166
一、路程问题	166
二、平均值问题——电量问题	171
第二节 微分和积分概念, 微积分的基本公式	177
一、微分的概念和计算	178
二、积分概念和积分的基本公式	186
第三节 积分的计算法	193
一、原函数和不定积分的概念	193
二、基本积分表	195
三、两个简单的运算规律	196
四、简单的变量代换法——凑微分法	198

五、分部积分法.....	209
第四节 积分应用和交流电路的功率计算.....	213
一、电流电压平均值和有效值的计算.....	213
二、功和能的计算.....	219
三、交流电路的功率计算.....	223
附录 积分表.....	233

第一章 任意角三角函数及正弦交流电

第一节 什么是交流电

前面我们计算过的一些直流电路，除了电容充放电过程以外，电路中的电动势、电压、电流的大小和方向都是不变的。如图 1-1 电路中， $E=12V$ ， $R=4\Omega$ ，当电路接通以后，电源电压 U ，电路中的电流 I ，都不随时间而变，都恒等于常数。 $U=12V$ ， $I=3A$ ，其图形是平行于时间轴的直线。见图 1-1

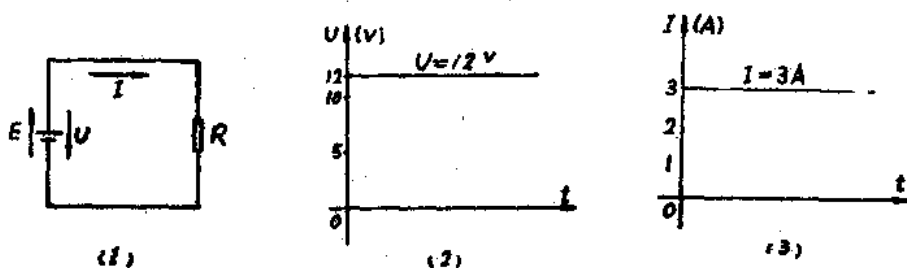


图 1-1

工程上广泛应用的是交流电，交流电的特点是：电动势、电压及电流的大小和方向都不断地随时间而变。如一般照明和工业用电常用的 220 伏，50 周交流电的电源电压 u 随时间的变化规律如图 1-2 所示。

由图可见，电压忽大忽小，忽正忽负，而且在一秒钟内，将出现 50 次这样的重复变化。

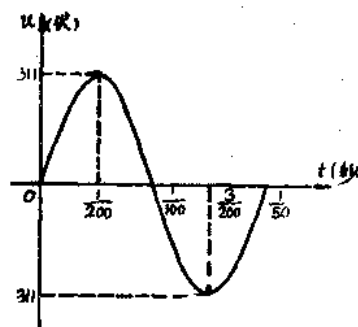


图 1-2 交流电压波形

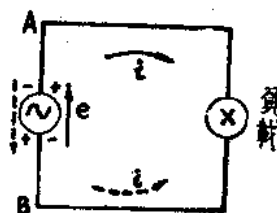


图 1-3 交流电路

电压忽正忽负，说明交流电源的电动势和电压的方向是不断变化的。即电源正负极性随时间不断交变。相应地电流也不断地改变方向。在图 1-3 中，当交流电源的出线

端 A 是正极, B 是负极时, 电流 i 从 A 端流出, 经过负载由 B 端流入电源。如实线箭头所示。过一会儿, 电源极性改变, 电流按虚线箭头方向流通。这种方向不断地交替变化的电源称为交流电源, 这样的电路叫交流电路。

交流电源的产生是由于电源的电动势 e 不断地交替变化而形成的。而电源电动势的这种交替变化又是怎样形成的呢? 下面简单介绍一下交流发电机的工作原理。

在物理的电磁学部分讲过电和磁可以互相转化。

例如: 把一块磁铁插入 (或拔出) 线圈时 (如图 1—4), 电表的指针就会发生偏转, 插入 (拔出) 的速度越快, 偏转越大, 如果磁铁停在线圈中不动时, 电表的指针就不偏转。而指针的偏转方向在插入和拔出时则相反。

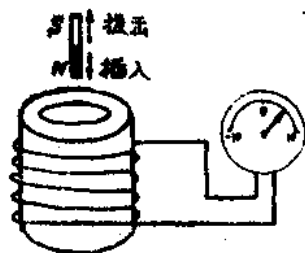


图 1—4

这个物理现象说明: 指针偏转表示线圈中有电流, 在闭合的回路中产生了电动势。而这个电动势的方向随着磁铁的插入和拔出而交替变化, 其大小由实验可以证明, 它与插入或拔出的速度成正比。

大家知道, 磁铁周围的铁磁物质 (如铁) 被磁化后, 磁铁与铁就有吸引力。而且在磁铁周围不同的地方, 铁被磁化的程度不同, 所受到的引力的大小和方向也都不同。在物理学中, 描述磁铁的这种物理特性, 一般都讲: 在磁铁周围的空问形成磁场。不同地方磁场强度、磁感应强度不同, 而磁场强度的大小可以用单位面积上所通过的磁力线数目来表达。因此在上述磁铁插入和拔出的过程中, 就形成了不断变化的磁场, 线圈中各点的磁场强度也相应的不断地变化, 所以通过线圈的磁力线数目也在不断变化。可见, 当导线线圈和磁场 (由磁铁形成) 有相对运动时, 由于通过线圈的磁力线数目发生变化, 在线圈中就产生电动势, (通常称为感应电动势)。线圈中磁力线变化越快 (即线圈与磁场的相对运动越快), 感应的电动势就越大。而且运动的方向不同时, 感应电动势的方向也不同。这就是交流发电机工作原理的基本依据。

图 1—5 是交流发电机的示意图。它分为两大部分: 一个是固定不动的定子, 它是

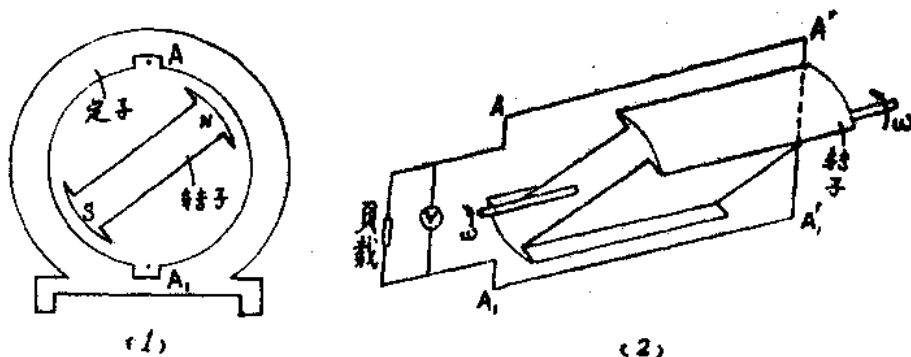
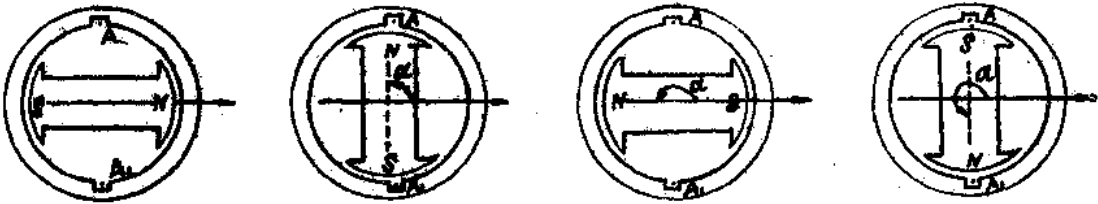


图 1—5

由硅钢片叠制而成，钢片的内圈有槽口，槽内嵌有导线制成的线圈 $AA'A_1'A_1$ 。一个是不停地转动的转子，它是一个电磁铁，由汽轮机、柴油机或水轮机带动旋转，转子的



(1) 感应电动势为 $\alpha=0$ (2) 感应电动势正向最大 转子转过 90° (3) 感应电动势为 0 转子转过 180° (4) 感应电动势负向最大，转子转过 270°

图 1-6

转动使通过线圈的磁力线数目发生变化，而在线圈中产生感应电动势。当转子以等角速度旋转时，由于磁极表面各处的磁感应强度不同，即磁力线疏密不同，所以转子转到不同位置时，线圈中感应电动势的大小也不同。

当转子如图 1-6 的四个位置时，线圈中感应电动势分别为“0”和“最大”，(2)(4)两个位置，由于方向相反，感应电动势的方向也相反。在制造发电机时，总是设法控制磁力线的分布，以保证转子按等角速度 ω 转动的过程中，线圈产生的感应电动势随时间按正弦规律变化。如图 1-7 所示。(图中 α 表示转子转过的角度。所以 $\alpha=\omega t$)。

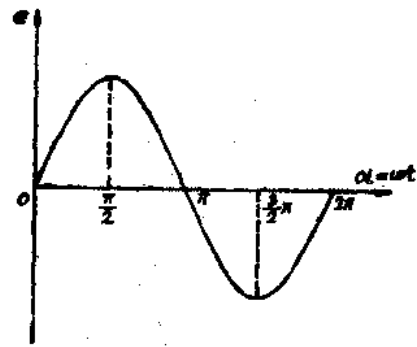


图 1-7

在机械运动的问题里，某些量的变化规律也有与交流电相类似的情况。例如小型油泵、小型冲床，用偏心驱动机构带动活塞（冲头）运动时，活塞（冲头）的位移随时间的变化规律与交流电的变化规律是一样的。

图 1-8 是偏心驱动机构的示意图。它有一个圆盘，圆盘上有个偏心销 A ，偏心销与一个滑块固定在一起，滑块穿在滑槽里，滑槽通过一个杆子与油泵的活塞 D 固定在一起，活塞在一个圆筒中，它只能做上、下的往复直线运动。

当电动机带动圆盘转动时，偏心销通过滑块带动滑槽上下运动，滑槽又带动活塞在圆筒中作往复直线运动。所以偏心驱动机构的作用是把圆周运动转化为直线运动。由图 1-8 可见，当转角 α 从 0° 转到 90° ，活塞上升到最高点，从 90° 转到 180° 活塞下降，由最高点降到起始位置。从 180° 转到 270° 活塞继续下降，由起始位置降到最低点，从 270° 转到 360° 活塞又上升，由最低点回升到起始位置。再继续转下去，活

塞又重复按上述方式运动。

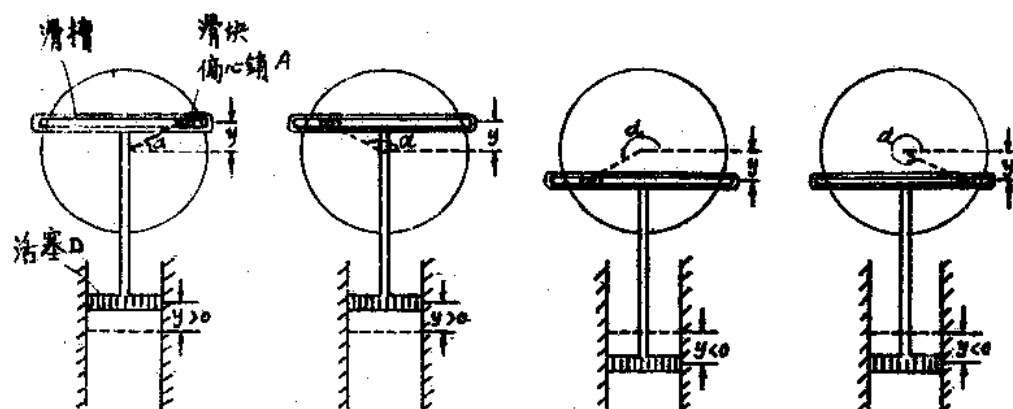


图 1—8

由图 1—8 可见，在运动过程中偏心销与活塞在垂直方向位移（位置移动）的大小是一样的。而偏心销的垂直位移就是 A 点的纵坐标 y 。实际问题需要研究活塞的位置（即 A 点的纵坐标）随时间的变化规律。由于一般电动机带动圆盘转动的角速度 ω 是常数。转角 $\alpha = \omega t$ ，因此研究了 y 随 α 的变化规律，就可以找到 y 随 t 的变化规律。

用描点作图法可以作出 y 与 α 之间的函数图形。如图 1—9(2) 所示：

α	0	α_1	$\frac{\pi}{2}$	α_2	π	α_3	$\frac{3}{2}\pi$	α_4	2π
A 点纵坐标	0	y_1	r	y_2	0	y_3	$-r$	y_4	0

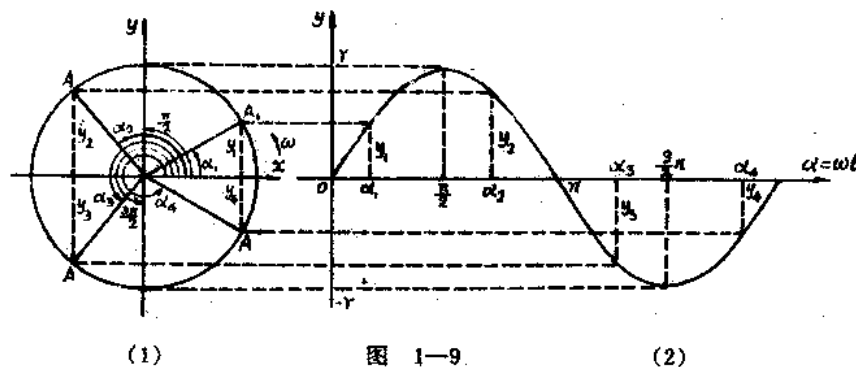


图 1—9

交流电电压 u 随 α （即 ωt ）变化的图形（图 1—7）与点 A （即偏心销）作圆周运动时，其纵坐标 y 随 α （即 ωt ）变化的图形是完全一样的。

为了定量地研究问题，需要进一步研究 y 与 α ， u 与 α 之间的函数表达式。

第三节 任意角的正弦函数

首先说明一下有关任意角的概念。

角，可以看成是一条射线从始边出发，绕一端点旋转到终边而成。如图 1—10(1)。

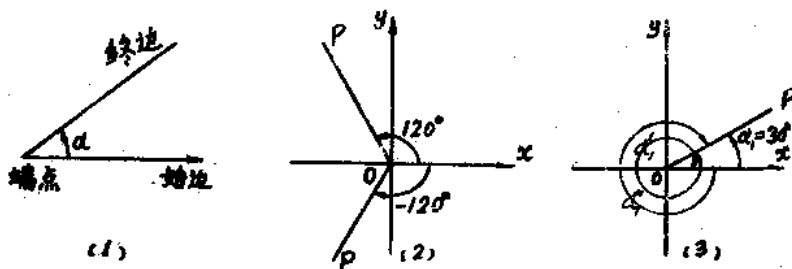


图 1—10

在直角坐标系中，通常取正 x 轴为角的始边，原点为角的顶点，射线绕顶点按反时针方向转成的角叫正角。按顺时针方向转成的角叫负角。如图 1—10(2)。

角的终边在第几象限，就把这角叫第几象限的角。如 120° 角是第二象限角， -120° 角是第三象限角。

同一条终边 OP 可以形成不同形式的角。如图 1—10(3)中， $\alpha_1 = 30^\circ$ ， $\alpha_1' = \alpha_1 + 360^\circ = 30^\circ + 360^\circ = 390^\circ$ 按反时针方向再转一圈得 $\alpha_1 + 2 \times 360^\circ = 750^\circ \dots\dots$ $\alpha_1'' = \alpha_1 - 360^\circ = -330^\circ$ ，按顺时针方向再转一圈得 $\alpha_1 - 2 \times 360^\circ = -690^\circ \dots\dots$ 所以 OP 为终边的角，一般可以表示为：

$$\alpha_1 + n \cdot 360^\circ \quad (n=0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

这些角都是第一象限角。

任意角三角函数中，通常用弧度制度量，弧度和度之间的换算关系为：

$$\begin{aligned} 360^\circ &= 2\pi \text{ 弧度} \quad \text{即} \quad 180^\circ = \pi \text{ 弧度} \\ \therefore 1^\circ &= \frac{\pi}{180} \text{ 弧度} \approx 0.01745 \text{ 弧度} \\ 1 \text{ 弧度} &= \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.3^\circ \end{aligned}$$

角以弧度为单位时，弧度二字可以省略，如

$$30^\circ = \frac{\pi}{180} \times 30 = \frac{\pi}{6}, \quad 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \quad 60^\circ = \frac{\pi}{3}, \quad 90^\circ = \frac{\pi}{2}.$$

习 题 一

1. 在直角坐标系中作出下列各角, 说明它们各是第几象限的角;

$30^\circ, 120^\circ, 210^\circ, 300^\circ, 420^\circ, 530^\circ, 1050^\circ,$

$-60^\circ, -390^\circ, -240^\circ.$

2. 飞轮每分钟转 300 转

(1) 它每分钟转多少度? 相当多少弧度?

(2) 它每秒转多少度? 相当多少弧度?

3. $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 315^\circ$ 各等于多少弧度?

$\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, 3\pi$ 各等于多少度?

4. 在直角坐标平面内作出下列各角, 并说明它们是第几象限的角

$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{11}{6}\pi.$

一、任意角正弦函数的定义:

第一节中分析了点绕原点作圆周运动时, 其纵坐标 y 是 α 角的函数。为了用一个式子表示 y 与 α 之间的函数关系, 需要把正弦函数从锐角推广到任意角。

由图 1-11 可见, 当 α 为锐角时,

$$\frac{y}{r} = \sin \alpha \quad \text{即} \quad y = r \cdot \sin \alpha$$

当 $\alpha > 90^\circ$ 时, α 角不再是直角三角形的一个内角, 锐角三角函数定义中的对边比斜边也就没有意义了。

但是, 在这个问题里, 点 A 的纵坐标 y 与半径 r 及角 α 之间有着紧密的内在联系。不管 α 角是多大的角, 只要 α 角一固定, α 角终边上 A 点的纵坐标 y 与半径 r (即 $|OA|$) 之比值 $\frac{y}{r}$ 就是一个确定的常数。

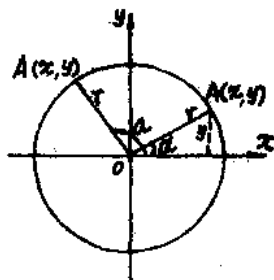


图 1-11

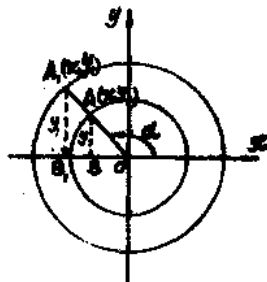


图 1-12

例如, 角 α 是如图 1-12 中的一个钝角, 点 A 与 A_1 是 α 角终边上的任意两

个点, 由于 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OA_1B_1$ 是相似的三角形, 所以点 A 或 A_1 之纵坐标与半径 (设 $|OA| = r$, $|OA_1| = r_1$) 之比是相等的一个常数. 即

$$\frac{y}{r} = \frac{y_1}{r_1} = \text{常数}$$

既然比值 $\frac{y}{r}$ 只和角 α 有关, 和半径的大小无关, 即: α 一定了, 比值 $\frac{y}{r}$ 也就相应地确定了; 而且, 当 α 为锐角时, 比值 $\frac{y}{r}$ 就是直角三角形中 $\frac{\alpha \text{ 角的对边}}{\text{斜边}}$ (见图 1-11), 因此, 我们把锐角的正弦推广到任意角的情况, 也称比值 $\frac{y}{r}$ 是 α 角的正弦函数.

定义: 设在任意角 α 的终边上点 A 的纵坐标为 y , 它与原点的距离为 r , 那么, 比值 $\frac{y}{r}$ 叫做角 α 的正弦, 记作 $\sin \alpha$, 即

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \quad (1)$$

必须注意: 任意角正弦函数与锐角正弦函数有着根本的区别, 这里定义中的 α 角不是三角形的内角. 定义中的 y 也不是 α 角的对边. α 角终边上 A 点的纵坐标 y , 它有正有负, 由于半径 r 总是正的, 所以任意角正弦函数也有正负, 它取决于纵坐标 y 的正负. α 为第一、二象限的角时, $y > 0$, 所以 $\sin \alpha$ 为正. α 为第三、四象限时, $y < 0$, 所以 $\sin \alpha$ 为负. 这个性质如图 1-13 所示.

由于圆上任意点的纵坐标 y 的绝对值不会超过 r , 即

$$|y| \leq r$$

因此

$$\left| \frac{y}{r} \right| \leq 1$$

所以, α 角不论多大, $|\sin \alpha| \leq 1$, 或 $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$.

正弦函数的值一定在 -1 和 $+1$ 之间, 这是正弦函数的又一个重要性质, 叫做有界性.

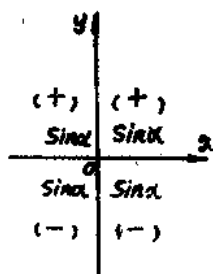


图 1-13

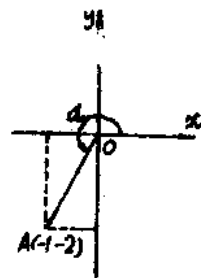


图 1-14

例 1. 已知点 $A(-1, -2)$ 是如图 1-14 所示角 α 终边上的一点, 求角 α 的

正弦 $\sin \alpha = ?$

解：由勾股定理得：

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

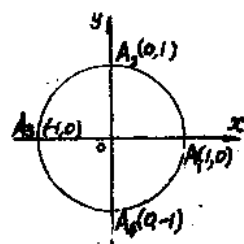


图 1-15

例 2. 求角 α 为 0° , 90° , 270° , 360° 时的各个正弦值.

作单位圆 ($r=1$) 由图 1-15 可知,

$$\text{当 } \alpha = 0^\circ \text{ 时, } y = 0, \therefore \sin 0^\circ = \frac{y}{r} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{当 } \alpha = 90^\circ \text{ 时, } y = 1, \therefore \sin 90^\circ = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{当 } \alpha = 180^\circ \text{ 时, } y = 0, \therefore \sin 180^\circ = \frac{y}{r} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{当 } \alpha = 270^\circ \text{ 时, } y = -1, \therefore \sin 270^\circ = \frac{y}{r} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{当 } \alpha = 360^\circ \text{ 时, } y = 0, \therefore \sin 360^\circ = \frac{y}{r} = \frac{0}{1} = 0$$

把这些特殊角的正弦函数值列表如下:

α	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0

这些值常用, 应该记住.

例 3. 求角 α 为 30° , 150° , 210° , 330° , 390° , -30° 时的各个正弦值.

解: 作半径为 r 的圆, 由图 1-16(1) 可见, 当 $\alpha = 30^\circ$, 390° , 150° 时, 相应的点 A_1 与 A_2 的纵坐标 $y_1 = y_2 = \frac{r}{2}$, 所以

$$\sin 30^\circ = \sin 390^\circ = \frac{y_1}{r} = \frac{\frac{r}{2}}{r} = \frac{1}{2}$$

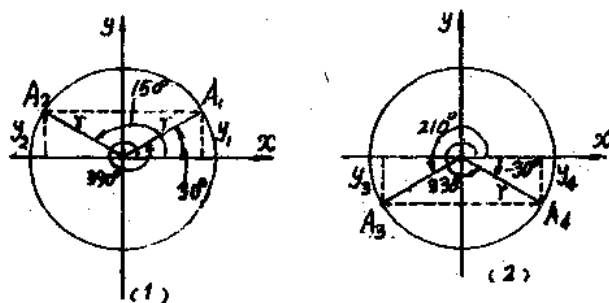


图 1-16

$$\sin 150^\circ = \frac{y_2}{r} = \frac{\frac{r}{2}}{r} = \frac{1}{2}$$

当 $\alpha = 210^\circ, 330^\circ, -30^\circ$ 时, 由图 1-16(2) 可见, 相应的点 A_3, A_4 的坐标

$$y_3 = y_4 = -\frac{r}{2}$$

所以

$$\sin 210^\circ = \frac{y_3}{r} = \frac{-\frac{r}{2}}{r} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 330^\circ = \sin(-30^\circ) = \frac{y_4}{r} = \frac{-\frac{r}{2}}{r} = -\frac{1}{2}$$

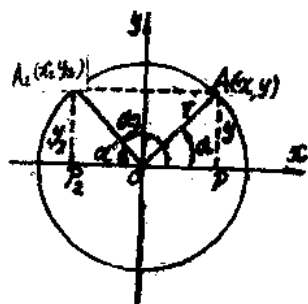
二、任意角正弦函数的值

前面我们按定义计算了一些特殊任意角的正弦值, 但是从例 3 可以看出任意角 $150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ 相应的纵坐标 y_2, y_3, y_4 , 与 30° 角相应的纵坐标 y_1 的绝对值相等, 所以 $\sin 150^\circ, \sin 210^\circ, \sin 330^\circ$ 与 $\sin 30^\circ$ 有着密切的关系. 这个特例包含了一个有普遍意义的重要结论——计算任意角正弦函数的值, 可以转化为算锐角正弦函数的值. 这是因为圆心在原点的圆对称于 x 轴和 y 轴, 因此在第二、三、四象限圆上的点, 总可以在第一象限找到纵坐标绝对值相等的对称点. 下面分别讨论第二、三、四象限的正弦与第一象限锐角正弦的关系.

1. $180^\circ \pm \alpha, 360^\circ - \alpha$ 的正弦函数值.

(1) 第二象限角 α_2 的正弦;

如图 1-17 所示, 角 α_2 是第二象限角, 过 A_2 作平行于 x 轴的直线, 与圆交于 A 点, OA 与 x 轴夹角为锐角 α .



由于 $y_2 = y$ 而 $\sin \alpha_2 = \frac{y_2}{r}$, $\sin \alpha = \frac{y}{r}$

$$\therefore \sin \alpha_2 = \sin \alpha$$

又因为点 A 与 A_2 对称于 y 轴, 即 $\triangle OA_2P_2 \cong \triangle OAP$, 角 $\alpha' =$ 角 α , 因此 $\alpha_2 = 180^\circ - \alpha$

图 1-17

$$\therefore \boxed{\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha} \quad (2)$$

公式 (2) 表明, 第二象限角 α_2 表示为 $180^\circ - \alpha$ (α 为锐角) 时, $\sin \alpha_2$ 即 $\sin(180^\circ - \alpha)$ 等于 $\sin \alpha$.

例 1. 求 $\sin 148^\circ = ?$

解, 由于 $148^\circ = 180^\circ - 32^\circ$

$$\therefore \sin 148^\circ = \sin(180^\circ - 32^\circ) = \overset{\text{查表}}{\sin 32^\circ} = 0.5299$$

(2) 第三象限角 α_3 的正弦.

由图 1-18 可见, 点 A 与 A_3 对称于原点.

$$y_3 = -y, \alpha_3 = 180^\circ + \alpha$$

$$\therefore \sin \alpha_3 = \frac{y_3}{r} = \frac{-y}{r} = -\sin \alpha$$

即,

$$\boxed{\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha} \quad (2)$$

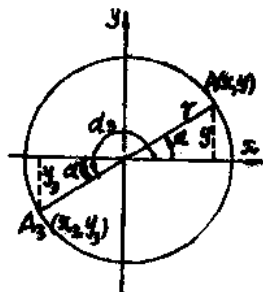


图 1-18

例 2. 求 $\sin 240^\circ = ?$ $\sin 220^\circ = ?$

$$\text{解, } \sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 220^\circ = \sin(180^\circ + 40^\circ) = -\overset{\text{查表}}{\sin 40^\circ} = -0.6428$$

(3) 第四象限角 α_4 的正弦.