

XIAOXUESHENGCONGSHU

小学生丛书



巧解应用题

目 录

1	仙人的手指	1
2	现场调查一百次	3
3	三步并作两步	8
4	常常出现的“的”	10
5	一眼看穿	15
6	换一种说法更清楚	25
7	化为熟悉的问题	30
8	注意同与异	36
9	小心出错	41
10	图形帮助思考	47
11	行程问题变化多	55
12	假如	67
13	猜猜凑凑	71
14	逆推	77
15	万变不离其宗	81



1 仙人的手指

阿凡提遇到了一位仙人。这位仙人用手一指，一块石头变成了黄金；再用手一指，另一块石头变成了黄金。

“你要这些黄金吗？”

“我不要这些黄金，我只要你这个点石成金的手指！”

聪明人是这么回答的。他知道，有了点石成金的手指，就有了黄金。

在小学数学中，应用题是最吸引人的部分。

平均问题，

归一问题，

还原问题，

植树问题，
和差问题，
倍数问题，
年龄问题，
行程问题，
行船问题，
工程问题，
溶液问题，
盈亏问题，
鸡兔问题，

……

你可能学过这些(或其中某些)问题的解法，这当然是有用的，它们就好象是一块块的黄金。但更重要的，是通过对这些问题的学习，提高你的解题能力，这种能力才是点石成金的仙人手指。

怎样提高解题能力呢？请你读一读当代著名的数学家、教育家波利亚的一段话：

“解题是一种实践性的技能，就象游泳、滑冰、弹钢琴一样，只能通过模仿和实践来学到它，……，你想学会游泳，就必须下水。你想成为解题能手，你就必须去解题。”



2 现场调查一百次

“现场调查一百次”，

这是侦探们的格言。

侦探为了侦破案子，必须到现场去看看，一次不行，还得再去第二次、第三次……或许会发现一些先前没有留意的线索。

解题也是这样，首先得弄清题意。如果解不出来，那么请你再读一读题目，很可能你并没有真正搞懂题目的意思，或者忽视了题目中某一些条件（特别是隐含的条件）。

题目中重要的字句、数据，可以用笔在下面划一条横杠。如果题目出现在屏幕上，只停留很短的时间，那么你必须尽快抓住其中的要点。必要时，应当作些摘记。例如第一届

“华罗庚金杯”少年数学邀请赛的初赛试题中第 13 题：有一块菜地和一块麦地，菜地的 $\frac{1}{2}$ 和麦地的 $\frac{1}{3}$ 放在一起是 13 亩；麦地的 $\frac{1}{2}$ 和菜地的 $\frac{1}{3}$ 放在一起是 12 亩，那么菜地是几亩？

可以记为：

$$\frac{1}{2}\text{菜地} + \frac{1}{3}\text{麦地} = 13 \text{ 亩},$$

$$\frac{1}{3}\text{菜地} + \frac{1}{2}\text{麦地} = 12 \text{ 亩},$$

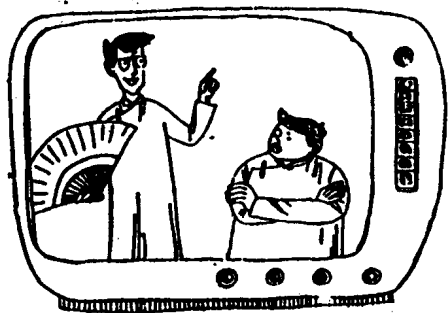
菜地？亩”。

下面的例题，请你先仔细看一看题，想一想怎么做，不要急于去看解答。

例题 甲对乙说，我在你这么大岁数的时候，你的岁数是我今年岁数的一半。乙对甲说，我到你这么大岁数的时候，你的年龄是我今年岁数的两倍减 7。问两人现在的年龄各是多少？

解 这道题只看一两遍很难看懂，在解题之前要多看几遍，把题目看懂了，解题就很容易。

题目中有甲和乙两个人，甲比乙的年龄



大,他们的年龄之间有一个年龄差。这个年龄差一辈子不变。

甲这个人喜欢向后看。他说“我在你这么大岁数的时候”,意思是说几年以前。这几年也就是他们的年龄差。因此,甲的整句话可以这样理解:你今年的岁数,减去年龄差,正好是我今年岁数的一半。

而乙呢?爱说将来。他说“我到你这么大岁数的时候”,意思是说几年以后。他的整句话可以这样理解:你今年的岁数,加上年龄差,正好是我今年岁数的两倍减7。

甲对乙说的话表明,甲现在的岁数是乙那时的岁数的两倍,更直观一点,可以表示成下面的图1。

乙现在的年龄当然比那时大了,于是在

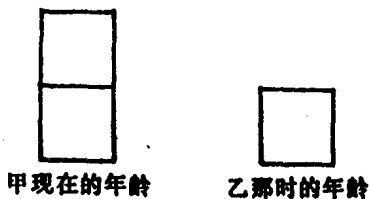


图 1

图 2 中,右边的方块上又加了一块。

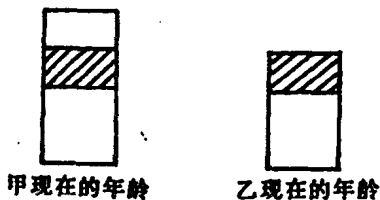











图 2



再仔细揣摩甲说的话,甲那时的年龄与乙现在的年龄相等。所以在图 2 中,左边去掉上方的一块后,与右边一样,这也就是甲那时的年龄。

右边加的一块和左边去掉的一块有什么关系呢?应当是一样大。因为从那时到现在,无论是甲还是乙,都经过了同样长的岁月。从图 2 可以看出,这一块  正好是他们的年

龄差。乙现在的年龄是 3 个 , 甲现在的年龄是 4 个 .

再来看乙对甲说的话。如果乙到甲现在的年龄, 也就是增加一个 , 变为 4 个 , 那么甲也增加一个 , 那时甲的年龄就是 5 个 .

乙现在的年龄是 3 个 , 两倍就是 6 个 .

根据乙说的话, 5 个  刚好是 6 个减去 7。因此, 每个  表示 7。

甲现在的年龄是

$$7 \times 4 = 28,$$

乙现在的年龄是

$$7 \times 3 = 21.$$



3 三步并作两步

在很多智力竞赛中,快是十分重要的。看题目要快,一目十行;计算也要快,三步并作两步。

背着沉重的包袱,是不能走得很快,也不能走得很远的。所以,那些不必要的过程,不但应当省略,而且必须省略。

下面的例题,请你尽可能快,最好是一口报出答数来。

例题 1 求 994,995,996,997,998 的平均数。

解 中间的那个数 996 就是平均数。

例题 2 $994+995+996+997+998=?$

解 这和就是 996(5 个加数的平均数)

的 5 倍 4980。

请注意,将 996×5 改为 $9960 \div 2$ 更适合心算。

例题 3 98, 102, 120, x 这 4 个数的平均数是 110, x 表示多少?

解 标准的算式是

$$x = 110 \times 4 - 98 - 102 - 120.$$

但采用下面的做法更为简捷:将 98, 102, 120 改为 100, 100, 120;再改为 100, 110, 110(这只要“记在心里”,不必写在纸上)。由于 100 比平均数 110 少 10,所以 x 应当为 120。

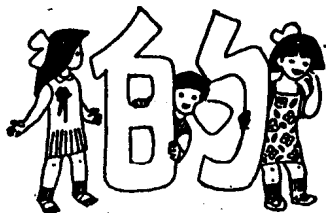
例题 4 甲、乙二人 9 小时共做零件 243 个,如果甲每小时做 13 个,乙每小时做几个?

解 有两种解法。第一种是: $(243 - 13 \times 9) \div 9$;

第二种是: $243 \div 9 - 13$,

答案是 14。后一种解法较好($243 \div 9 = 27$ 是甲、乙两人一小时共做的零件个数)。

一位数学家说过,“最简单的解法也就是最好的解法。”我们应当尽量采用简单的解法。能一步解法的决不要用两步,能用两步解决的决不要用三步,应当养成这样的习惯。



4 常常出现的“的”

在应用题中,常常出现这样的字句“甲数的几倍是乙数”,或“甲数的几分之几是乙数”。在这类字句中,都有一个“的”字。遇到这个“的”字,不是乘就是除。在上面的句子里,知道甲数求乙数,用乘法;知道乙数求甲数,用除法,除法是乘法的逆运算。所以,只要记住一条,见到“的”用乘法。这个方法虽然简单,用处却很广泛。我们必须把这一乘一除牢牢记住,用得纯熟自如。

例题 1 某年级共有 221 人,其中甲班人数是全年级的 $\frac{3}{13}$ 。在甲班中男少先队员是全班人数的 $\frac{1}{3}$ 。乙班男少先队员是甲班男少

先队员数的 2 倍。问乙班有男少先队员多少人？

解 本题中出现的“的”都可以改为乘，一路乘下去，得出乙班男少先队员的人数为

$$221 \times \frac{3}{13} \times \frac{1}{3} \times 2 = 34.$$

例题 2 水果店卖出全部西瓜的 $\frac{1}{5}$ 后，又运进 11000 公斤西瓜，结果比原来多出 $\frac{1}{6}$ ，问原有多少西瓜？

解 11000 公斤是原有西瓜的 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{6})$ 。换句话说，原有西瓜的 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{6})$ 是 11000。所以原有西瓜为

$$11000 \div (\frac{1}{5} + \frac{1}{6}) = 30000 \text{ (公斤)}.$$

例题 3 一批铅笔分给甲、乙、丙、丁四人，甲得 $\frac{1}{3}$ ，乙得 $\frac{1}{5}$ ，丙得到甲、乙差的 3 倍，丁得 10 支，问这批铅笔有多少支？

解 丙得到这批铅笔的

$$(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) \times 3 = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

因此，丁得到这批铅笔的



$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{15}$$

这批铅笔的 $\frac{1}{15}$ 是10支,所以,这批铅笔有

$$10 \div \frac{1}{15} = 150(\text{支}).$$

例题 4 某化肥厂去年产值是56万元,今年比去年增加25%,今年的产值是多少?

解 有两种解法。第一种是:

$$56 + 56 \times 25\% = 70(\text{万元});$$

第二种是:

$$56 \times (1 + 25\%) = 70(\text{万元}),$$

第二种解法比较好。如果你不太信服的话,请再看看下面的例题5。

例题 5 某厂前年产值为 80 万元,去年减少 30%,计划从今年起每年比上一年增产 25%,问明年的产值应当达到多少万元?

解 明年的产值应当为

$$80 \times (1 - 30\%) \times (1 + 25\%) \times (1 + 25\%) = 87.5 \text{ (万元)}.$$

如果采用例题 4 中的第一种解法,就显得非常笨拙,非常麻烦了。

例题 6 有两个容器,第一容器有 1 升水,第二容器是空的。将第一容器内水的一半倒入第二容器,然后将这时第二容器内水的 $\frac{1}{3}$ 倒回第一容器,然后再将第一容器内水的 $\frac{1}{4}$ 倒入第二容器……如此下去,在倒了 1987 次后,第一个容器内有多少水?

解 倒了 1987 次后,第一个容器内有水

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \\ & \left(1 + \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{1986}\right) \\ & = \frac{1}{2} \text{ (升)}. \end{aligned}$$

因为

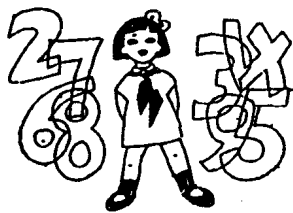
$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1,$$

$$\left(1 + \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} = 1,$$

.....

$$\begin{aligned} \text{所以} & \left(1 + \frac{1}{1985}\right) \times \left(1 - \frac{1}{1986}\right) \\ &= \frac{1986}{1985} \times \frac{1985}{1986} = 1. \end{aligned}$$

这个例子表明,一种好的方法,不仅节省了计算的时间,而且能使我们迅速地抓住问题的要点:自第二次起,连续两次倒水的结果,是第一容器内的水保持不变。如果采用“笨拙的”方法(例题4中的第一种解法),就会陷入一团混乱之中,理不出头绪,抓不住问题的本质(要点),被繁琐的计算“淹没”了。



5 一眼看穿

解应用题,如果对问题有透彻的理解,一旦思考开了窍,就能一下子抓住关键。我们说“一眼看穿”,看穿,就是找到了问题在哪里。下面的题目可以锻炼你的“眼力”。

例题 1 池中的睡莲所遮盖的面积每天扩大 1 倍,20 天恰好遮住整个水池。问遮住水池的一半需要多少天?

解 这道题需要倒推。题中说遮盖的面积每天扩大 1 倍,那么,昨天的遮盖面积就是今天的 $\frac{1}{2}$ 。第 20 天的“昨天”是第 19 天,遮住水池的一半需要 19 天。

例题 2 如果在了一本相册的每一页放